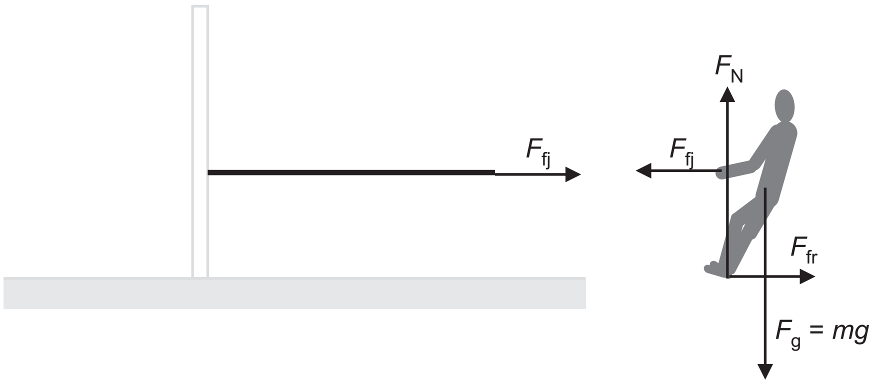
Månadens problem – DECEMBER 2019

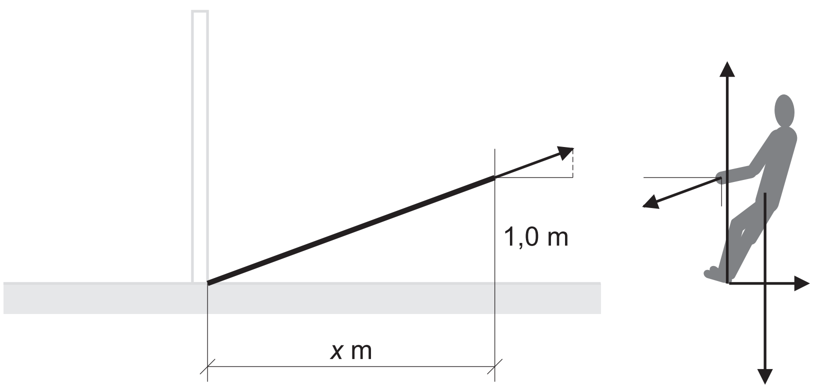
Lösningsförslag

(a) Frilägg band och Aila:



(b) Från den horisontella utdragningen får vi fjäderkonstanten

$$k = \frac{\mu mg}{\Delta l} = \frac{0{,}9 \cdot 100 \cdot 9{,}82}{(4{,}65 - 2{,}0)} \text{ N/m} = 333{,}5 \text{ N/m}.$$



Kraftjämvikt horisontellt och vertikalt då bandet är fäst vid marken ger

$$F_N = mg + F_{fj,y} \quad \text{och} \quad F_{fr} = F_{fj,x}.$$

Eftersom $F_{\text{fr}} = \mu F_{\text{N}}$ får vi då

$$F_{\text{fr}} = \mu(mg + F_{\text{fj},y}).$$

Insättning av $F_{\text{fr}} = F_{\text{fj},x}$ ger

$$\mu mg = F_{\text{fj},x} - \mu F_{\text{fj},y}.$$

Likformighet ger vidare att

$$F_{\text{fj},x} = F_{\text{fj}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1,0}} \quad \text{och} \quad F_{\text{fj},y} = F_{\text{fj}} \frac{1,0}{\sqrt{x^2+1,0}}.$$

Insättning ovan ger

$$\mu mg = F_{\text{fj}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1,0}} - \mu \cdot F_{\text{fj}} \frac{1,0}{\sqrt{x^2+1,0}}.$$

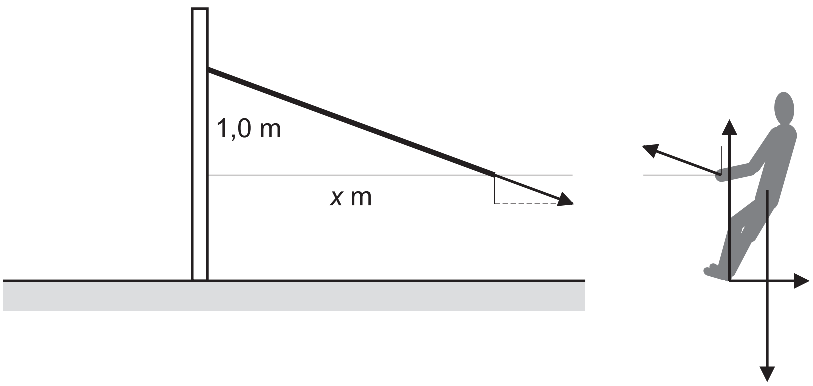
Använder vi att $F_{\text{fj}} = k(\sqrt{x^2+1,0} - 2,0)$ får vi till sist ekvationen (vi skriver ej ut enheter)

$$\mu mg = k \frac{\sqrt{x^2+1,0} - 2,0}{\sqrt{x^2+1,0}} (x - \mu \cdot 1,0).$$

Numerisk lösning med räknare ger $x \approx 5,2$.

Svar: 5,2 m

(c)



Kraftjämvikt horisontellt och vertikalt då bandet är fäst 2,0 m över marken ger

$$F_{\text{N}} = mg - F_{\text{fj},y} \quad \text{och} \quad F_{\text{fr}} = F_{\text{fj},x}.$$

Eftersom $F_{\text{fr}} = \mu F_{\text{N}}$ får vi då

$$F_{\text{fr}} = \mu(mg - F_{\text{fj},y}).$$

Insättning av $F_{\text{fr}} = F_{\text{fj},x}$ ger

$$\mu mg = F_{\text{fj},x} + \mu F_{\text{fj},y}.$$

Likformighet ger vidare att

$$F_{\text{fj},x} = F_{\text{fj}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1,0}} \quad \text{och} \quad F_{\text{fj},y} = F_{\text{fj}} \frac{1,0}{\sqrt{x^2+1,0}}.$$

Insättning ovan ger

$$\mu mg = F_{\text{fj}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1{,}0}} + \mu \cdot F_{\text{fj}} \frac{1{,}0}{\sqrt{x^2 + 1{,}0}}.$$

Använder vi att $F_{\text{fj}} = k(\sqrt{x^2 + 1{,}0} - 2{,}0)$ får vi till sist ekvationen (vi skriver ej ut enheter)

$$\mu mg = k \frac{\sqrt{x^2 + 1{,}0} - 2{,}0}{\sqrt{x^2 + 1{,}0}} (x + \mu \cdot 1{,}0).$$

Numerisk lösning med räknare ger $x \approx 4{,}1$.

Svar: 4,1 m

(d) **Svar:** För att kunna dra ut bandet så långt som möjligt behöver friktionskraften på Ailas skor vara så stor som möjligt. Eftersom största möjliga friktionskraft är $F_{\text{fr}} = \mu F_{\text{N}}$ ser vi att friktionskraften blir som störst i den situation där normalkraften på Aila är som störst. När bandet är fäst vid marken hjälper gummibandet till att trycka Aila mot marken, vilket gör att normalkraften, och därmed friktionskraften, är störst i denna situation. Alltså är det då bandet är fäst vid marken som hon kan dra ut det längst.