



Månadens problem – SEPTEMBER 2021

Lösningförslag

1. a) Vi vet att pappans massa är 2 gånger större än sonens, vilket vi kan skriva $\frac{m_p}{m_s} = 2$. Eftersom massan är proportionell mot volymen, som är proportionell mot L^3 , där L är en typisk längd, har vi att $m \propto L^3$. Då får vi att

$$\left(\frac{L_p}{L_s}\right)^3 = 2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{L_p}{L_s} = 2^{1/3} \approx 1,26$$

Pappan är alltså 26 % längre än sonen.

- b) Vi undersöker förhållandet mellan trycket under pappans fötter och trycket under sonens fötter:

$$\frac{p_p}{p_s} = \frac{\frac{F_p}{A_p}}{\frac{F_s}{A_s}}$$

Här är F lika med tyngdkraftens storlek, som är proportionell mot massan m , som i sin tur är proportionell mot L^3 , där L återigen är en typisk längd. Vidare är fötternas area A proportionell mot L^2 . Vi har alltså $F \propto L^3$ och $A \propto L^2$, vilket innebär att

$$\frac{p_p}{p_s} = \frac{\frac{L_p^3}{L_s^3}}{\frac{L_p^2}{L_s^2}} = \frac{L_p}{L_s}$$

I a)-uppgiften såg vi att $\frac{L_p}{L_s} = 2^{1/3} \approx 1,26$, så trycket under pappans fötter blir även det 26 % större än trycket under sonens fötter.

Svar: (a) 26 % längre (b) 26 % större

2. Vi betraktar luften inuti tunnelbanevagnen som ett rätblock med längden $l = 46,5$ m och tvärsnittsarean $A = 2,90 \cdot 2,8 \text{ m}^2 = 8,1 \text{ m}^2$. Detta rätblock av luft behöver få lika stor acceleration som tåget i övrigt. När vagnen accelererar kommer luften inuti att omfördelas så att trycket blir lite högre i bakre delen. Tryckkraften på luft-rätblockets ena kortsida blir då lite större än på den andra, och detta gör att luft-rätblocket accelererar.

Vi betraktar fallet då tåget accelererar. Låt trycket i främre änden av vagnen vara p_1 och låt trycket i bakre änden av vagnen vara $p_2 = p_1 + \Delta p$. Tryckskillnaden är alltså Δp .

Den horisontella tryckkraften på luft-rätblockets främre kortsida är då $F_1 = p_1 A$, och på den bakre kortsidan är motsvarande tryckkraft $F_2 = p_2 A$. Resultanten till tryckkrafterna har storleken

$$R = F_2 - F_1 = p_2 A - p_1 A = (p_2 - p_1) A = \Delta p A.$$

Newtons andra lag på luft-rätblocket ger

$$\Delta p A = \rho_{\text{luft}} V \cdot a,$$

där V är luft-rätblockets volym och a accelerationen. Eftersom $V = lA$ får vi

$$\Delta p = \rho_{\text{luft}} l \cdot a = 1,293 \cdot 46,5 \cdot 1,0 \text{ Pa} = 60 \text{ Pa}.$$

Trycket är alltså något högre i bakänden av en vagn som accelererar, men skillnaden är inte så stor.