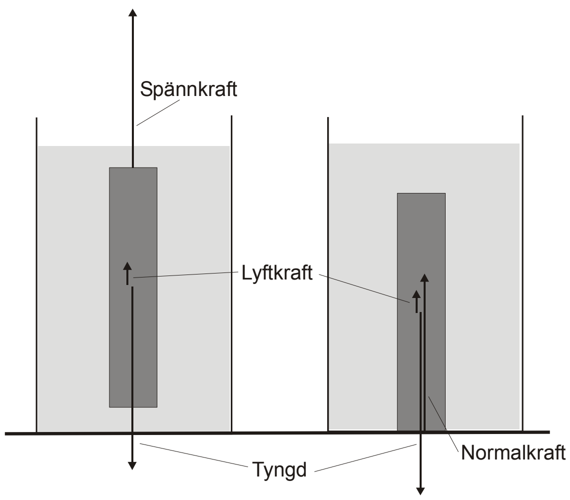
Problemsamling 1

Lösningsförslag

1. [Kval 2004-1] Skillnaden i avläsningen av vågen mellan bild 1 och 2 bestäms av vattnets lyftkraft på metallstaven som enligt Arkimedes princip är tyngden av det undanträngda vattnet. Samma kraft påverkar då vågen enligt Newtons tredje lag. Denna tyngd är $(0{,}8310{,}821) \cdot g = 0{,}010 \cdot g$ vilket motsvarar massan 10 gram. Med hjälp av vattnets densitet 1,0 g /cm^3 kan då stavens volym beräknas till 10 cm^3.



Skillnaden i avläsningen av vågen mellan bild 1 och 3 bestäms av metallstavens tyngd. Denna motsvarar massan $(897 - 821)$ g $= 76$ g. Stavens densitet är då

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{76 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} = 7{,}6 \text{ g/cm}^3$$

Svar: Stavens densitet är 7,6 g/cm3.

2. [Kval 2003-1] a) Effekten i antennen kan beräknas med hjälp av sambandet

$$P = RI^2 = (0{,}07 + 2{,}60) \cdot 100^2 \text{ W} = 26{,}7 \text{ kW}$$

Andelen strålningseffekt ges av kvoten

$$\frac{0{,}07 \cdot 100^2}{(0{,}07 + 2{,}60) \cdot 100^2} = 0{,}026 = 2{,}6\%$$

b) Strömmen genom strålningsmotståndet blir då enligt Kirchhoffs strömlag 600 A. Effekten i multipelantennen kan då skrivas

$$P = 0{,}07 \cdot 600^2 + 6 \cdot 2{,}60 \cdot 100^2 = 181 \text{ kW}$$

Andelen strålningseffekt ges av kvoten

$$\frac{0{,}07 \cdot 600^2}{0{,}07 \cdot 600^2 + 6 \cdot 2{,}60 \cdot 100^2} = 0{,}139 = 13{,}9\%$$

Svar: a) Antenneffekten är 27 kW varav 2,6 % är strålningseffekt. b) Effekten för multipelantennen 181 kW varav 14 % är strålningseffekt.

3. [Kval 2003-2] a) The airplane starts at time 5 s and leaves ground at time 35 s (approximately). You can see that it leaves ground since the acceleration suddenly increases because it gets a vertical component.

b) The acceleration time is approximately $(35{,}5 - 5{,}0)$ s $=$ 30 s. The mean value of the acceleration during this time seems to be around 2,5 m/s^2 according to the diagram. Since the the start velocity is zero we have

$$v = at = 2{,}5 \cdot 30 \text{ m/s} = 75 \text{ m/s}.$$

c) The estimated length of the runway is

$$s = v_{\text{mean}} \cdot t = \frac{75}{2} \cdot 30 \text{ m} = 1125 \text{ m} = 1{,}1 \text{ km}$$

Svar: b) The estimated take off velocity is 75 m/s c) It must be at least 1,2 km.

4. [Kval 2002-4] Den tillförda energin under tiden 22,0 minuter används för att värma upp vätskan och kompensera för värmeövergången till omgivningen. Denna värmeövergång är lika stor vid båda försöken eftersom vätskans temperatur är densamma – liksom omgivningens. Vi inför beteckningarna:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = 4{,}00 \cdot 3{,}90 \text{ W} = 15{,}6 \text{ W}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = 4{,}40 \cdot 4{,}25 \text{ W} = 18{,}7 \text{ W}$$

$$m_1 = 0{,}680 \text{ kg}, \quad m_2 = 0{,}825 \text{ kg}$$

$$\Delta T = (22{,}0 - 10{,}0)\ ^\circ\text{C} = 12\ ^\circ\text{C}$$

$$t = 22 \cdot 60 \text{ s} = 1320 \text{ s}$$

c är vätskans specifika värmekapacitet och Q är värmet som går över till omgivningen under 22,0 minuter.

Energiprincipen ger då för de båda försöken ekvationerna.

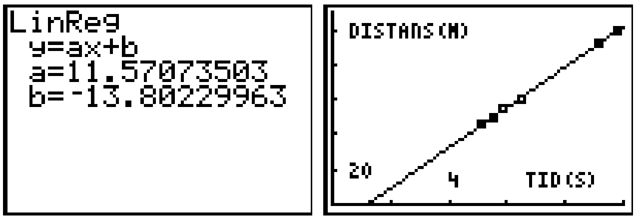
$$\begin{cases} P_1 \cdot t = Q + m_1 c \cdot \Delta T \\ P_2 \cdot t = Q + m_2 c \cdot \Delta T \end{cases}$$

Ur detta ekvationssystem löses c ut.

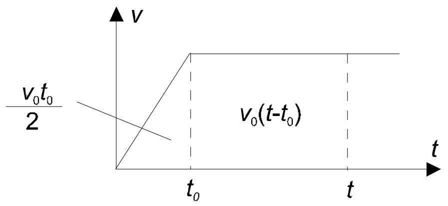
$$c = \frac{(P_2 - P_1)t}{(m_2 - m_1)\Delta T} = \frac{18{,}7 - 15{,}6) \cdot 1320}{0{,}825 - 0{,}680) \cdot 12} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$
$$= 2353 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 2{,}35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Svar: Vätskans specifika värmekapacitet är 2,35 kJ/(kg·K).

5. [Kval 2000-2] Rita distansen som funktion av tiden och anpassa en rät linje till punkterna. Riktningskoefficienten för denna linje motsvarar den konstanta hastigheten $v_0 =$ 11,57 m/s. Bilderna nedan på det grafiska fönstret av en räknare visar resultaten.



För att bestämma t_0 och a använder vi oss av följande diagram.



Distansen, s, blir enligt diagrammet

$$s = \frac{v_0 t_0}{2} + v_0(t - t_0) = v_0 t - \frac{v_0 t_0}{2}.$$

Eftersom värdet på b d v s 13,8 i rutan ovanför motsvarar $\frac{v_0 t_0}{2}$ och $v_0 = 11{,}57$ m/s kan nu t_0 beräknas till 2,4 s.

Slutligen beräknas accelerationen $a = \frac{v_0}{t_0} = \frac{11{,}57}{2{,}4} = 4{,}8$ m/s^2.

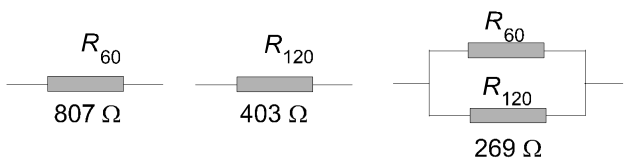
Svar: $v_0 = 11,6$ m/s, $t_0 = 2,4$ s och $a = 4,8$ m/s^2.

6. [Kval 2001-4] Effekten P är omvänt proportionell mot kretsens resistans R enligt sambandet $P = \frac{U^2}{R}$ som ger $R = \frac{U^2}{P}$. Resistansen som svarar mot den lägsta effekten, 60 W, kallas R_{60} och med motsvarande beteckningar fås $R_{120} = \frac{R_{60}}{2}$ och $R_{180} = \frac{R_{60}}{3}$. Mellan dessa tre resistanser har vi sambandet

$$\frac{1}{R_{60}} + \frac{1}{R_{120}} = \frac{1}{R_{60}} + \frac{2}{R_{60}} = \frac{3}{R_{60}} = \frac{1}{R_{180}}.$$

Detta betyder att vi får R_{180} om vi parallelkopplar R_{60} och R_{120}. Vi kan alltså få de erforderliga resistanserna med hjälp av R_{60} och R_{120}.

Vi får då $R_{60} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{60} = 807\ \Omega$ och $R_{120} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{120} = 403\ \Omega$ samt $R_{180} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{180} = 269\ \Omega$ som erhålls genom parallellkoppling av R_{60} och R_{120}.



Svar: De två glödtrådarna har resistanserna 807 Ω respektive 403 Ω då de lyser. Inkopplingen av glödtrådarna sker var för sig eller parallellt för att de tre olika effekterna skall erhållas.

7. [Kval 2002-2] The sun subtends an angle, α, given by the diameter, d, of the sun and the distance, s , to the sun.

$$\alpha = \frac{d}{s} = \frac{2 \cdot 6{,}96 \cdot 10^8}{1{,}496 \cdot 10^{11}} = 0{,}0093 \text{ rad}$$

The length of the airliner in the picture is around 16 % of the diameter which means that the airliner subtends an angle of

$$0{,}16 \cdot 0{,}0093 \text{ rad} = 0{,}0015 \text{ rad}$$

This angle can also be written as the length, l, of the airliner divided by the distance, s, which gives

$$\frac{l}{s} = 0{,}0015 \text{ and } s = \frac{l}{0{,}0015} = \frac{61}{0{,}0015} \text{ m} = 41 \text{ km}.$$

Answar: The range from the photographer to the airliner is around 4 Swedish mile.

8. [Kval 2009-2] Flödet från kranen är

$$\frac{3{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{12 \text{ s}} = 2{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Vattnets hastighet (=flödet / tvärsnittsarean) uppe vid kranen respektive nere vid vaskens botten:

$$v_0 = \frac{2{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 0{,}55 \text{ m/s},$$

$$v = \frac{2{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 2{,}2 \text{ m/s}.$$

Vattnets fart ökar alltså från 0,58 m/s till 2,3 m/s på en sträcka av 0,24 m. Accelerationen fås ur $2as = v^2 - v_0^2$ och blir (räknar med oavrundade värden)

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{2{,}2^2 - 0{,}55^2}{2 \cdot 0{,}24} \text{ m/s}^2 = 9{,}4 \text{ m/s}^2.$$

Svar: $1 \cdot 10^1$ m/s^2 (eller 9 m/s^2)