Lasertekniker (10 poäng)

Använd följande värden på de fysikaliska konstanterna när du löser denna uppgift:

ljusfarten i vakuum $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s;

Plancks konstant $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34}$ J · s;

konstanten i Coulombs lag and dielektriska konstanten $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$;

elementarladdningen $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C.

Del A. Klassisk suprastrålningsmodel (superradiance model)

En laser är en källa till koherent optisk strålning. Laserstrålning genereras när ett stort antal atomer som överförts till ett exciterat tillstånd genom extern påverkan (pumpning) sänder ut fotoner med samma fas och polarisation. En konsistent teori för laserstrålning bygger på kvantmekanik, men vissa aspekter av detta fenomen kan förstås med hjälp av klassisk elektrodynamik.

Låt oss först betrakta utsändandet av en foton från en enskild atom. Enligt klassiskt elektrodynamik kan en atom betraktas som en dipolstrålare. I denna model associeras en elektrisk dipol med en atom bestående av en orörligt kärna med positiv laddning $+q$ och en negativ laddning $-q$ som oscillerar harmoniskt runt kärnan (den negativa laddningen är belägen i centrum av elektronmolnets laddningsfördelning).

Här oscillerar atomens dipolmoment enligt sambandet $\vec{p}(t) = \vec{p}_m \cos(\omega t + \varphi)$. Den cykliska oscillationsfrekvensen förhåller sig till energin hos de utsända fotonerna enligt Planck-sambandet $E_\gamma = \hbar\omega$. Hädanefter syftar fotonernas frekvens på den cykliska frekvensen. Den utstrålade effekten från ett klassiskt system med varierande dipolmoment $\vec{P}(t)$ ges av formeln

$$W = \frac{2k}{3c^3}\langle\left(\frac{d^2\vec{P}}{dt^2}\right)^2\rangle, \tag{1}$$

där vinkelparenteser betecknar medelvärde över en oscillationsperiod.

A.1	En atom sänder ut ljus med våglängd $\lambda_0 = 300$ nm. Uppskatta med hjälp av av den klassiska modellen utstrålningstiden τ (definierad som tiden det tar för atomen att avge en energi lika med energin hos en enskild foton). Denna tid är av samma storleksordning som den karaktäristiska tiden under vilken atomen sänder ut en foton. All strålning orsakas av en enskild elektron belägen på ett avstånd om ungefär $a_0 = 0.1$ nm från kärnan. Uttryck ditt svar i termer av fysikaliska konstanter, λ_0, och a_0.	1.0pt

Antag att N atomer i en given volym överförs till ett exciterat tillstånd genom en kortvarig pumpande påverkan. Det är känt att en atom sänder ut en foton med frekvens ω under en karakteristisk tid τ.

A.2	Uppskatta effekten W_s av den elektromagnetiska strålningen från alla N atomer under antagande om spontan emission, det vill säga när när riktningen hos atomernas dipolmoment och fasen hos deras oscillationer varierar slumpmässigt från atom till atom. Svara med ett uttryck för effekten i termer av N, ω, och τ.	0.25pt

A.3	Uppskatta varaktigheten av den spontana emissionspulsen hos detta system av atomer Uttryck ditt svar i termer av samma storheter.	0.25pt

A.4	Uppskatta effekten W_i av den elektromagnetiska strålningen från alla N atomer under antagande om suprastrålning, det vill säga när riktningen av atomernas dipolmoment och fasen av deras oscillationer är samma för alla atomer i det exciterade tillståndet. Uttryck ditt svar i termer av N, ω, och τ.	0.5pt

A.5	Uppskatta varaktigheten av strålningspulsen från systemet av atomer under antagande om suprastrålning. Uttryck ditt svar i termer av N, ω och τ.	0.25pt

Del B. Icke-linjär optik och puls-kompression

Pulser med kort varaktighet kan fås genom att minska varaktigheten på redan skapade pulser.

För en puls med varaktighetenΔt och pulser med frekvensomfång $\Delta\omega$ (spektralbredd) gäller $\Delta\omega\Delta t \geq 2\pi$.

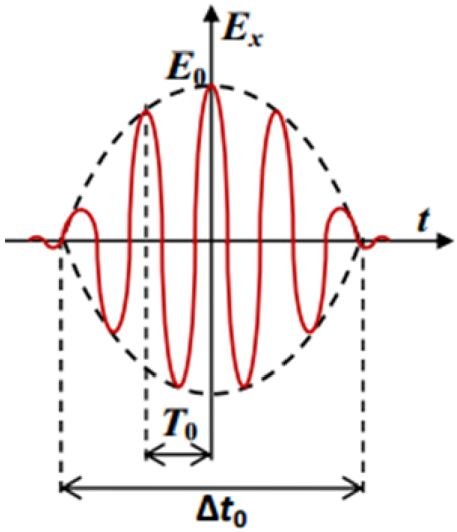
Laserpulser gjorda i superstrålningsmod är redan, för en pulsgrupp med given frekvensbredd $\Delta t_0 \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega_0}$, så korta det går.

För att ändå korta pulsen kan man först öka spektralbredden och därefter minska varaktigheten.

En av de vanligaste metoderna för att korta pulser kallas ”pulse chirping”. Den bygger på icke-linjära medier, dvs. att brytningsindex n beror på amplituden hos vågornas elektriska fält E_m. Beroendet ges av $n = n_0 + n_2 E_m^2$, där n_0 och n_2 är konstanter som karaktäriserar mediumet.

Icke-linjära effekter är små, i t.ex. kvarts vid en ljusintensitet på $I_1 = 10^9$ W/cm^2 ökar brytningsindex bara med $n_2 E_{m1}^2 \approx 3.2 \cdot 10^{-7}$. Intensiteten av en elektromagnetisk våg i ett medium ges av $I = \frac{\varepsilon_0 n_0 c}{2} E_m^2$.

Utgå från en puls med varaktighet Δt_0 med en liten frekvensbredd $\Delta\omega_0 \approx \frac{2\pi}{\Delta t_0}$, är medelfrekvensen ω_0. Pulsens beroende på elektriska fältet syns i figuren nedan. Vågens fart är lika stor i början som i slutet av pulsen, men minskar i mitten på grund av icke-linjära effekter. Därigenom behålls varaktigheten medan frekvensen ökar i bakänden och minskar i framänden. En sådan puls kallas ”chirped”.



B.1	Låt amplituderna hos två vågmaxima vara E_{m1} and E_{m2}. Beräkna skillnaden i utbredningshastighet Δv. Uttryck ditt svar i storheterna n_0, n_2, c, E_{m1}, and E_{m2}.	0.5pt

B.2	En ljuspuls med med våglängden $\lambda_0 = 300$ nm i vakuum och med intensiteten $I_0 = 3 \cdot 10^9$ W/cm^2 utbreder sig längs axeln på en kvartsfiber. Antag att amplituden uppåt (enveloppen) av det elektriska fältet i kvadrat ges av en parabel $E_m^2(t)$. Hur långt (s) hinner pulsen innan dess spektralbredd ökat med faktorn $K = 200$? Uttryck ditt svar i storheterna K, λ_0, n_2, E_m och beräkna ett numeriskt värde avrundat till heltal i enheten m.	2.0pt

För att tidskomprimera en” chirped pulse” kan de få passera genom ett medium där grupphastigheten beror på frekvensen.

I det aktuella mediet beror vågtalet på frekvensen i närheten av medelfrekvensen ω_0 på $k(\omega) = k_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2$, where $\beta_1 = 5$ ns/m and $|\beta_2| = 20$ fs^2/mm.

B.3	Vilket tecken ska konstanten β_2 ha för att pulsen med metoden ovan kortas i tiden. Ange ”+” or ”-” i ditt svar. Använd tecknet i fortsättningen på β_2 .	0.5pt

B.4	En puls beskriven i B2 har varaktigheten $\Delta t_0 = 10$ ps och en initial spektralbredd $\Delta\omega_0 \approx 2\pi/\Delta t_0$ rör sig i mediet ovan. Beräkna sträckan som pulsen ska röra sig för att få kortaste varaktigheten efter att spektrum har breddats med faktorn $K = 200$. Uttryck svaret i storheterna $K, \Delta t_0, \beta_1$, och β_2 och beräkna ett numeriskt värde avrundat till heltal i enheten m.	1.0pt

B.5	Icke-linjära egenskaper hos ett medium leder till att diffraktion upphör för ljusstrålar av tillräckligt hög intensitet. Uppskatta den minsta effekten W_c hos en ljuspuls vid vilken den inte uppvisar någon diffraktion, det vill säga att den propagerar inom en smal cylindrisk kanal med konstant radie. Uttryck ditt svar för W_c i termer av av fysikaliska konstanter, frekvensen ω_0, n_0, och n_2. Antag att intensiteten över kanalens tvärsnittsarea är approximativt homogent fördelat. Bestäm det numeriska värdet på effekten för en puls med vakuumvåglängd $\lambda_0 = 300$ nm som propagerar i kvarts. Koefficient $n_0 = 1.47$.	1.5pt

Part C. Exoplaneter

Inom astronomin har lysande stellära objekt studerats länge, bl.a. variationer i deras emissionsspektra. Sådana metoder gör det möjligt att studera planeter som kretsar runt avlägsna stjärnor – ”exoplaneter”. Eftersom exoplaneter inte lyser själva är man hänvisad till att studera spektrum från deras stjärnor. Om exoplanetens banplan ligger i eller nästan i siktlinjen från jorden kan ljusvariationen från stjärnan upptäckas när exoplaneten passerar framför stjärnan. Om inte krävs en annan metod.

C.1	Föreslå en metod som möjliggör upptäckten av en exoplanet, vars banplan har tillräckligt stor lutning mot siktlinjen för studie av stjärnans spektrum i det optiska området. Ange det fysikaliska fenomen som din metod bygger på.	1.0pt

C.2	Antag att en exoplanet med massan m kretsar runt en stjärna med massan M i en cirkulär bana med radien R och perioden T. Banplanet bildar vinkeln θ i riktning mot jorden. Uppskatta den relativa noggrannheten i frekvensmätningen, $\Delta\omega/\omega$, som krävs för att din metod ska hitta exoplaneten. Uttryck $\Delta\omega/\omega$ i storheterna R, T, θ, m, and M.	1.0pt

C.3	Antag att massan hos exoplaneten och dess stjärna är lika med jordens respektive solen massa. Antag att radien i den cirkulara banan är lika med avståndet jord-sol. ($R \approx 1.5 \cdot 10^{11}$ m), the angle $\theta = 60^\circ$. Solens massa är 330,000 gånger jordens mass, omloppstiden runt solen är 1 år. Finn ett heltal n sådant att 10^{-n} är noggrannheten i den relativa frekvensmätningen som krävs i din metod. Användning av ultrakorta laserpulser (femtosekund) gör det möjligt att mäta frekvenser i det optiska området (10^{15} Hz)med en noggrannhet på 10 Hz. Är det på detta sätt möjligt hitta exoplaneten?	0.25pt