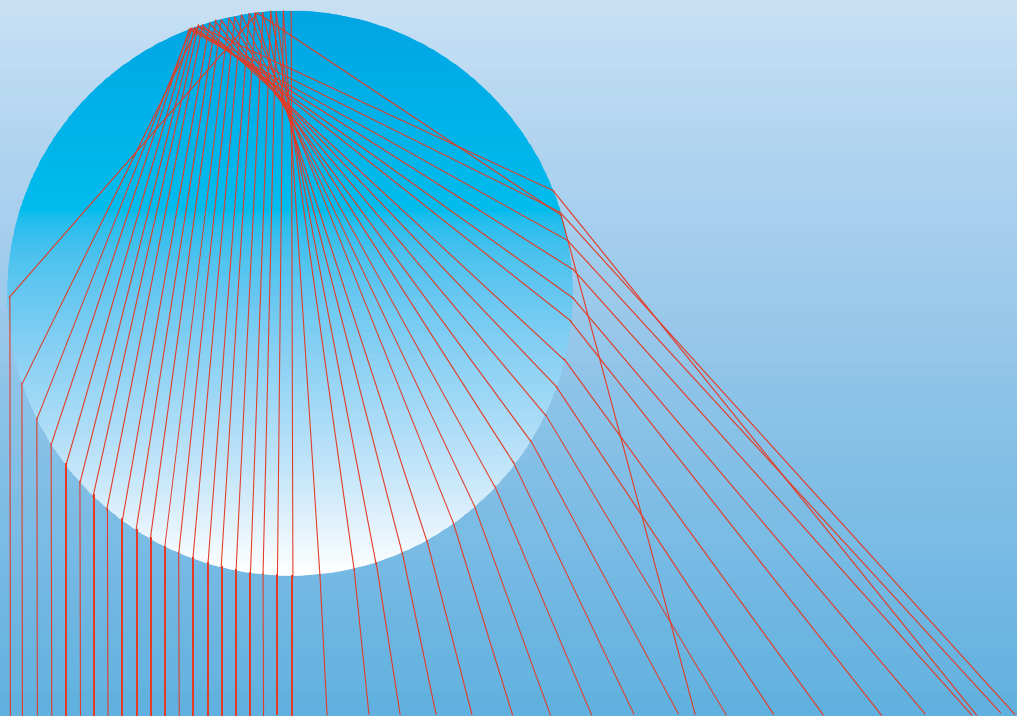


VINNANDE VETANDE



SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

1976 - 2004

Lars Gislén och Alf Ölme

VINNANDE VETANDE

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 1976 – 2004

Lars Gislén och Alf Ölme

ISBN 91-631-6436-1

© 2004 Lars Gislén och Alf Ölme

Redaktör: Alf Ölme

Produktion: Bamiko

Första upplagan

1

Tryck: Daleke Grafiska AB 2004

Kopieringsförbud

Detta verk är skyddat av upphovsrättslagen! Kopiering, utöver lärares rätt att kopiera för undervisningsbruk enligt BONUS-avtal, är förbjuden. BONUS-avtal tecknas mellan upphovsrätsorganisationer och huvudman för utbildningsanordnare t ex kommuner/universitet. Den som bryter mot lagen om upphovsrätt kan åtalas av allmän åklagare och dömas till böter eller fängelse i upp till två år samt bli skyldig erlägga ersättning till upphovsman/rättsinnehavare.

Svenska Fysikersamfundet
Manne Siegbahnlaboratoriet
Stockholms universitet, 104 05 Stockholm
kansliet@fysikersamfundet.se
www.fysikersamfundet.se

Förord

Förenta Nationerna har deklarerat 2005 som Fysikens år till hundraårsminnet av Einsteins "annus mirabilis". År 1905 publicerade Einstein de tre berömda artiklarna om den fotoelektriska effekten, brownska rörelse och den speciella relativitetsteorin. Runt om i världen kommer fysikens år att uppmärksammas på många olika sätt. Svenska fysikersamfundet har, som en av sina aktiviteter under fysikens år, beslutat att ge ut denna bok med de tävlingsuppgifter som givits vid Svenska fysikersamfundets tävlingar i fysik för gymnasieelever. Tävlingen startade redan 1976 och samtliga uppgifter som konstruerats finns med i boken åtföljda av förslag till lösningar. Det är vår förhoppning att de många olika problemen skall bidra till att väcka intresse för fysikämnet och att de också kommer att vara ett spännande tidsfördriv för den fysikintresserade. Tävlingen har endast kunnat genomföras med hjälp av ett antal frivilliga entusiaster som ägnat en stor del av sin fritid för att göra tävlingen möjlig. Samfundet vill här tacka alla de som bidragit för deras stora insatser. Vi vill dock rikta ett speciellt tack till Lars Gislén och Alf Ölme som redigerat och sammanställt alla gamla och nya problem så att vi nu har en unik samling fysikproblem.

Det är Svenska fysikersamfundets förhoppning att Du som har denna bok i Din hand skall få många stimulerande stunder i fysikens värld.

Björn Jonson

Ordförande i Svenska fysikersamfundet

Innehåll

1.	Skolornas Fysiktävling – en historik.....	6
2.	Tävlingsuppgifter	
	Tävlingsuppgifter 1976.....	11
	Tävlingsuppgifter 1977.....	14
	Tävlingsuppgifter 1978.....	18
	Tävlingsuppgifter 1979.....	22
	Tävlingsuppgifter 1980.....	26
	Tävlingsuppgifter 1981.....	30
	Tävlingsuppgifter 1982.....	35
	Tävlingsuppgifter 1983.....	38
	Tävlingsuppgifter 1984.....	42
	Tävlingsuppgifter 1985.....	46
	Tävlingsuppgifter 1986.....	49
	Tävlingsuppgifter 1987.....	54
	Tävlingsuppgifter 1988.....	61
	Tävlingsuppgifter 1989.....	66
	Tävlingsuppgifter 1990.....	71
	Tävlingsuppgifter 1991.....	76
	Tävlingsuppgifter 1992.....	80
	Tävlingsuppgifter 1993.....	84
	Tävlingsuppgifter 1994.....	90
	Tävlingsuppgifter 1995.....	94
	Tävlingsuppgifter 1996.....	97
	Tävlingsuppgifter 1997.....	101
	Tävlingsuppgifter 1998.....	104
	Tävlingsuppgifter 1999.....	107
	Tävlingsuppgifter 2000.....	111
	Tävlingsuppgifter 2001.....	117
	Tävlingsuppgifter 2002.....	122
	Tävlingsuppgifter 2003.....	128
	Tävlingsuppgifter 2004.....	135

3. Lösningförslag

Lösningförslag 1976.....	143
Lösningförslag 1977.....	147
Lösningförslag 1978.....	155
Lösningförslag 1979.....	160
Lösningförslag 1980.....	165
Lösningförslag 1981.....	171
Lösningförslag 1982.....	176
Lösningförslag 1983.....	180
Lösningförslag 1984.....	185
Lösningförslag 1985.....	191
Lösningförslag 1986.....	195
Lösningförslag 1987.....	201
Lösningförslag 1988.....	206
Lösningförslag 1989.....	210
Lösningförslag 1990.....	215
Lösningförslag 1991.....	220
Lösningförslag 1992.....	225
Lösningförslag 1993.....	230
Lösningförslag 1994.....	235
Lösningförslag 1995.....	242
Lösningförslag 1996.....	249
Lösningförslag 1997.....	255
Lösningförslag 1998.....	260
Lösningförslag 1999.....	264
Lösningförslag 2000.....	268
Lösningförslag 2001.....	276
Lösningförslag 2002.....	284
Lösningförslag 2003.....	290
Lösningförslag 2004.....	297

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING – EN HISTORIK

Skolornas fysiktävling startade 1976. Professorerna Lennart Minnhagen och Ingvar Otterlund från Lund var vid denna tid ordförande respektive sekreterare i Svenska Fysikersamfundet. De beskrev starten av den sedan dess årligen återkommande tävlingen i Kosmos 1977 på följande sätt.

Svenska Fysikersamfundet och Svenska Dagbladet har genom en stor anonym donation fått möjlighet att arrangera en årligen återkommande tävling i fysik. Tävlingen, som arrangerades för första gången 1976, är i första hand avsedd för elever i årskurs 3 av gymnasiets naturvetenskapliga och tekniska linjer.

Skolornas fysiktävling omfattar en kvalificeringstävling, som samtidigt är en lagtävling för ett eller flera 3-mannalag, samt en finaltävling individuellt. Finaltävlingen pågår under två dagar och omfattar en experimentell och en teoretisk del. Prissumman uppgår till cirka 36 000 kr. Segraren i finaltävlingen får ett pris på 6 000 kr samt ett stipendium på 5 000 kr, som utbetalas då han eller hon påbörjar sin eftergymnasiala utbildning.....

Deltagarnas prestationer bedömdes av en jury bestående av S Avellén, Lund, B Gestblom, Uppsala, B Lindgren, Stockholm, L Minnhagen, Lund, I Otterlund, Lund, B Petersson, Lund, U Ringström, Stockholm, E Selin, Göteborg och U Åkerlind Stockholm. Svenska Dagbladets representant var PR-chef Gunnar Stomvall, som också svarade för organisationen.....

Genom Skolornas fysiktävling får Samfundet kontakt med duktiga elever i fysik, som kan representera Sverige vid den årligen återkommande internationella fysikolympiaden. 1976 deltog Sverige för första gången i fysikolympiaden i Budapest. Lektor Ingemar Bartholdsson, Stockholm och universitetslektor Stig Avellén, Lund ledde ett 5-mannalag som i juli 1977 reste till den 10:e internationella fysikolympiaden i Prag. Deltagandet bekostades av Utbildningsdepartementet.

Inom Svenska Fysikersamfundet är vi mycket glada och tacksamma för den stora donation, som gett Samfundet möjlighet att anordna Skolornas Fysiktävling. Vi ser det som utomordentligt värdefullt att denna tävling kommit till stånd bl a för att den kan bidra till att öka intresset för naturvetenskaplig utbildning. Vi är övertygade om att den kommer att stimulera till ökat intresse för fysiken.

Rapporter från tävlingarna återkommer oregelbundet i olika årgångar av Fysikersamfundets årsskrift, Kosmos. I Kosmos 1979 rapporterar samfundets sekreterare, Willy Persson, att det var ca 1 250 elever representerande över 130 gymnasieskolor som hade anmält sig till tävlingen. Även i Kosmos 1980 rapporterar Willy Persson om oförändrat deltagarantal – ca 1 250 elever. Kosmos 1981 innehåller rapport om rekorddeltagandet 1 400 elever. Samma elevantal rapporteras i Kosmos 1982. I denna rapport nämns även att universitetslektor Lars Silverberg, Lund, varit ansvarig för kvalificeringstävlingen och den teoretiska finalskrivningen.

I Kosmos 1983 - 1985 ingår rapporten om fysiktävlingen i Samfundets verksamhetsberättelse vilket också innebar att uppgifterna inte längre redovisades.

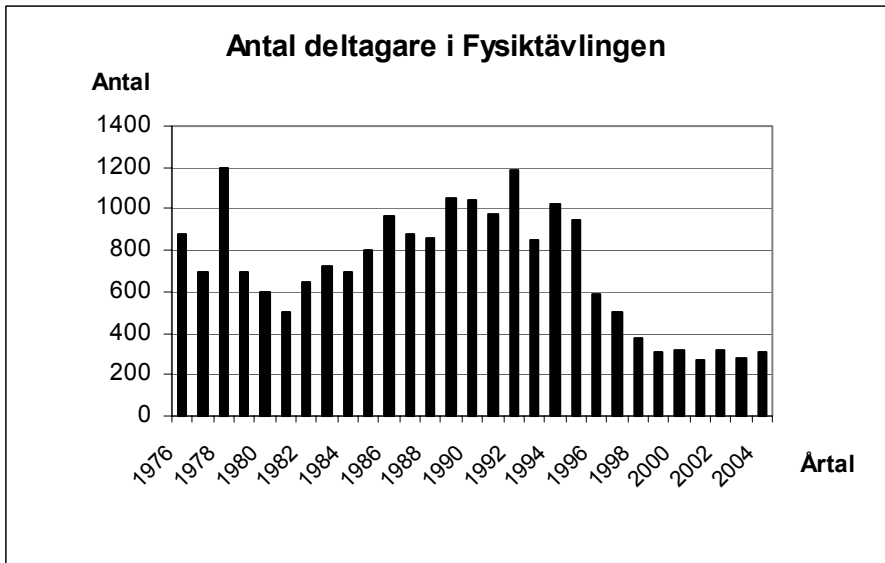
Svenska Fysikersamfundet arrangerade 1984 den internationella fysikolympiaden i vilken 18 nationer deltog. Denna händelse rapporterades också i Kosmos 1985.

En sammanfattning av fysiktävlingens första femton år ges i Kosmos 1991 i Alf Ölmes artikel, *Fysik – utbildning, allmänbildning och bildning*.

Fysiktävlingen har under senare år följts upp i Fysik-Aktuellt där tävlingsuppgifterna ofta publicerats. Det är också möjligt att se de senaste årens tävlingsuppgifter på nätet via länkar från Fysikersamfundets hemsida. Svenska Dagbladet drog sig 1996 ur tävlingssamarbetet med Svenska Fysikersamfundet, som sedan dess har drivit tävlingen i egen regi. Den ursprungligen anonyme donatorn, Josef Anér, fortsatta att stödja tävlingen genom Gunvor och Josef Anérs stiftelse. Stödet minskade dock successivt för att nu vara helt borta. Fysikersamfundet tvingades därmed söka nya sponsorer. Under årens lopp har Naturvetenskapliga Forskningsrådet, Chalmers tekniska högskola, Göteborgs universitet, Erna och Victor Hasselblads stiftelse, Kungliga tekniska högskolan och Physica Scripta tillsammans med andra bidragsgivare gjort det möjligt för Fysikersamfundet att fortsätta tävlingen. Arbetet med att finna sponsorer för tävlingen fortsätter även idag.

Det är också intressant att se hur antalet deltagare i tävlingen förändrats. Det framgår av nedanstående diagram att denna utveckling inte föranleder någon större optimism inför fysikens ställning i gymnasiet. Det skall väl också sägas att matematiktävlingen följer samma mönster. Det finns säkert flera olika förklaringar till detta. En bidragande orsak kan ha varit att det centrala provet i fysik för åk 3, som tidigare ägde rum i januari månad, avskaffades 1996. Eleverna var då väl förberedda för att delta i det centrala provet och

fysiktävlingen drog kanske nytta av denna förberedelse. Under de senaste sex åren har deltagarantalet varit ganska konstant.



Den nationella fysiktävlingen är både en individuell tävling och en lagtävling. Lagtävlingen är utformad så att de tre bästa deltagarna från en skola får utgöra skolans lag. De sex bästa lagen har belönats med penningpriser. De 12-15 bästa eleverna i landet går vidare till den individuella finalen som också utgör urvalsgrund för de fem deltagare som Sverige skickar till den internationella tävlingen – Fysikolympiaden. Den svenska olympiadgruppen leds av Hans-Uno Bengtsson och Max Kesselberg.

Det är under årens lopp många fysiker vid universitet, högskolor och gymnasier som med sitt personliga engagemang har bidragit till att tävlingen har kunnat genomföras. Ansvaret för kvalificeringstävlingen har vilat på Willy Persson (– 1981), Lars Silverberg (– 1985), Lars Gislén (–1999) och Alf Ölme från år 2000. Stig Avellén, Ingemar Bartholdsson, Lars Gislén, Ragnar Hellborg, Gunnar Ohlén, Örjan Nilsson, Alf Ölme, Max Kesselberg och Hans-Uno Bengtsson har varit flitiga problemkonstruktörer. Andra namn från tävlingens första år har nämnts tidigare i denna text.

Fysikerna på den följande bilden får representera den grupp entusiaster som arbetat med tävlingen. Bilden är tagen i samband med en finaltävling i slutet av 1980-talet på Fysikinstitutionens gård i Stockholm. Några av personerna

på bilden är fortfarande aktiva i tävlingsorganisationen. På bilden finns även den grupp av stockholmsfysiker som under många år ansvarat för den experimentella delen av finalen och de praktiska arrangemangen kring denna. I denna grupp är det framför allt Max Kesselberg, Bo Lindgren och Gunnar Edvinsson som under senare år ansvarat för finalorganisationen. Under årens lopp har ordförandena i Svenska Fysikersamfundet – Bengt E Y Svensson, Gunnar Tibell, Jean-Louis Calais, Anders Barany och Björn Jonsson - aktivt medverkat till att tävlingarna kunnat genomföras inte minst under senare år då finansieringen av tävlingen skett genom samfundet.



Bo Lindgren, Erik Noreland, Gunnar Edvinsson, Lars Silverberg, Lennart Samuelsson, Max Kesselberg, Örjan Nilsson, Olli Launila, Ulla Åkerlind, Alf Ölme, Lars Gislén, Peder Royen, och Per Nylén.

Fysiktävlingens final flyttade år 2003 till Göteborg på initiativ av Fysikersamfundets nuvarande ordförande, professor Björn Jonson, Göteborg. Prisutdelningen äger rum på Fysikens Dag under Vetenskapsfestivalen. Finalisterna får på detta sätt också tillfälle att höra några av föredragen under Fysikens dag. Ansvar för finaltävlingen ligger nu i Göteborg och där har Per-Olof Nilsson bidragit med experimentella uppgifter och Ann-Marie Pendrill varit sammanhållande länk för organisationen.



Finalisterna år 2003 flankerade av jurymedlemmarna Lars Gislén, Sara Bagge och Ann-Marie Pendrill. Jurymedlemmen Max Kesselberg återfinns också i det bakre ledet.

Tävlingsuppgifterna från de gångna åren spänner över ett vitt område. Några av dem är väl tidlösa medan andra har varit speciellt aktuella vid de tillfällen de givits. Vår avsikt med att samla uppgifterna på detta sätt för eftervärlden är väl främst att göra dem tillgängliga. I vårt insamlingsarbete av uppgifterna och statistiken kring tävlingen har vi sett att det är lätt att dokumentationen sprids på ett sådant sätt att översikten blir svårare och svårare att få fram ju längre tiden går. Det är naturligtvis också vår förhoppning att dessa uppgifter åter skall roa och stimulera "nya fysiker" och givetvis också alla "gamla fysiker".

Lars Gislén och Alf Ölme

Litteratur

L Minnhagen och I Otterlund "Skolornas fysiktävling" Kosmos 1977, s 11 – 20.

Willy Persson "Skolornas fysiktävling 1978" Kosmos 1979, s 193 – 200.

Willy Persson "Skolornas fysiktävling 1979" Kosmos 1980, s 199 – 209.

Willy Persson "Skolornas fysiktävling 1980" Kosmos 1981, s 223 – 231.

Willy Persson "Skolornas fysiktävling 1980" Kosmos 1982, s 205 – 218.

"Verksamhetsberättelse 1982" Kosmos 1983, s 238 – 239.

"Verksamhetsberättelse 1982" Kosmos 1984, s 245 – 247.

"Verksamhetsberättelse 1982" Kosmos 1985, s 202 – 203.

Alf Ölme "Fysik – utbildning, allmänbildning och bildning" Kosmos 1991, s 178 – 179.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Svenska Dagbladet Svenska Fysikersamfundet

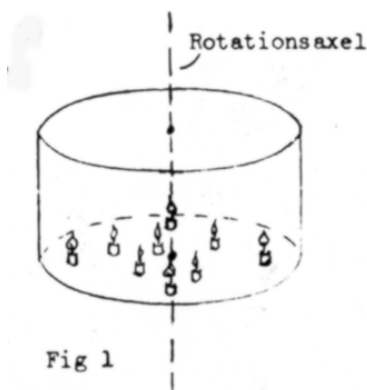
Skrivning vid kvalificeringstävlingen den 12.2 1976.

1. En fjäder med försumbar massa belastas med en vikt m . Fjädern erhåller därvid längden ℓ . Om fjädern sträcks och därefter släpps svänger den med frekvensen f . Antag att motsvarande två experiment görs i en hiss som accelererar uppåt. Vilka skillnader kan observeras?

2. På botten av en sluten cylindrisk behållare (se fig. 1) placeras ett antal små stearinljus. – Cylindern sätts därefter i rotation med konstant varvtal, f .

Efter en kort stund brinner ljusen lugnt men med lågor som lutar mer eller mindre.

Visa att de rätta linjerna längs lågornas nya längdaxlar skär varandra i en punkt på rotationsaxeln och ange denna punkts läge.



3. Vid ett experiment för undersökning av rotationsrörelse utgick man från tömda ölburkar. Burk nr 1 försågs med ett foder av mässing (fig. 2 a), nr 2 med en smal axel av mässing, nr 3 fylldes med sand, nr 4 fylldes med vatten och nr 5 med olja.

Burkarna fick därefter rulla lika lång sträcka (ungefär 2 m) nerför ett strävt lutande plan (ungefär 10 grader). Man fann då att de passerade den givna sträckan olika fort. Ange vilken burk som bör tillryggalägga sträckan snabbast, vilken som blir tvåa, trea osv.

Motivera svaret. Den egna massan hos varje burk kan anses vara försumbar.



Fig 2 a

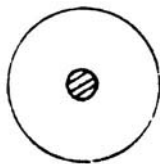


Fig 2 b

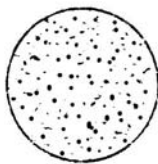


Fig 2 c

4. Två raka skenor AB och CD med försumbar resistans är parallella och befinner sig på avståndet $\ell = 1,50 \text{ m}$ från varandra. De förenas mellan A och C genom ett motstånd på $10,0 \, \Omega$ (se fig. 3). Vinkelrätt mot skenornas gemensamma plan är ett homogent magnetfält $B = 0,100 \text{ T}$ pålagt. En annan skena med resistansen $20,0 \, \Omega$ glider med hastigheten $v = 8,00 \text{ m/s}$ längs de två ledarna.

Mellan ledarna är en voltmeter med hög resistans inkopplad i det läge som figuren anger. Vad visar voltmeter?

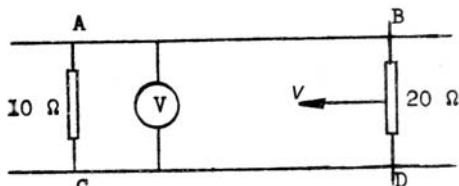


Fig 3

5. Bestäm den maximala resistansen mellan punkterna A och B i kopplingen enligt fig. 4.

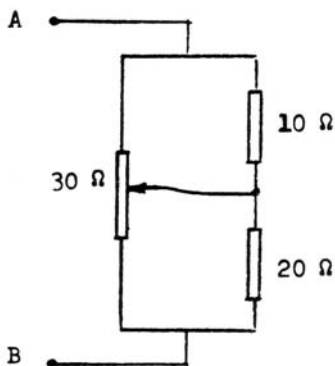


Fig 4

6. I många optiska sammanhang önskar man reflektera en ljusstråle så att den får motsatt riktning efter reflexionen. Detta kan lätt göras med hjälp av en plan spegel men den måste i så fall justeras in mycket noggrant.

Anordningen blir mycket känslig för vibrationer.

I fall, där det krävs stor precision, kan man istället använda ett hörnprisma (ett s k Q-hörn), som består av tre plana speglar monterade som insidor i en kub med ett hörn gemensamt.

Oberoende av infallsvinkeln reflekteras en inkommande ljusstråle (som reflekteras mot alla tre ytorna) så att den utgående strålen alltid är parallell med den infallande (men motsatt riktad).

Förklara varför strålen får denna riktning.

7. De satelliter som skjuts upp från jorden närmar sig efterhand jorden på grund av energiförlust genom friktionen mot atmosfären. Vid vår naturliga satellit, månen, finns ingen atmosfär, men månen förorsakar i stället tidvattenfenomen på jorden, som ger friktionsenergi. Verkan av denna friktion är emellertid den, att månen avlägsnar sig från jorden. Förklara varför det blir så.

8. The current I , described by the graph in fig 5a, flows in the circuit shown in fig 5b. Draw graphs showing the voltage across the resistance $R = 15 \Omega$, the inductance $L = 2,0 \text{ H}$ and across the capacitance, $C = 0,005 \text{ F}$ as a function of time, t .

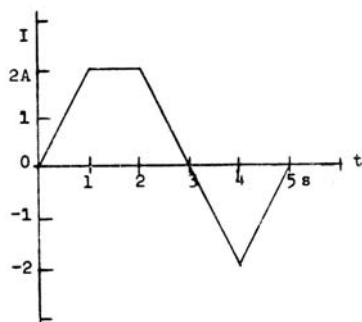


Fig 5 a

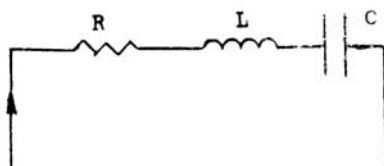


Fig 5 b

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Svenska Dagbladet Svenska Fysikersamfundet

Skrivning vid kvalificeringstävlingen 1977-02-10.

1. Ett barn kopplar samman ett leksakståg bestående av fyra vagnar, vardera med massan $0,5 \text{ kg}$. I främsta vagnen fästs en kraftig lina för att dra tåget medan vagnarna kopplas samman med en tunnare tråd, som endast tål en dragkraft på 9 N , innan den brister. För att förstärka kopplingen knyter barnet samman vagnarna 1 och 2 med fyra trådar, medan övriga vagnar är förbundna med två trådar. Med vilken maximal kraft kan barnet dra horisontellt i draglinan, om det vill att alla vagnarna skall följa med? Friktionskrafterna antas försumbara.

2. Fig. 1 visar en bärbar heltransistoriserad TV-apparat. Den kan användas endast av en person i taget. Uppbyggnaden av den lilla behändiga apparatens optiska system framgår av fig. 1. Bestäm storleken av den bildruta man ser i spegeln.

Hur långt bakom apparatens bakre vägg ligger bilden?

Den konkava spegelns radie är $32,7 \text{ cm}$ och bildröret är $2''$. Skissen visar alla nödvändiga data

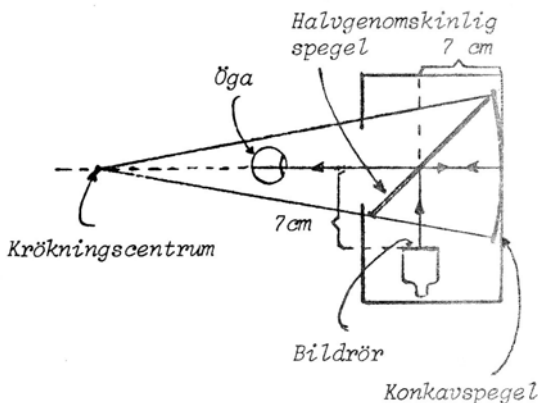


Fig. 1

3. En stav av koppar, en av järn och en av aluminium är hopfogade med varandra så att deras axlar bildar en rät linje. Förhållandet mellan deras längder är 7:4:9. Tyngdpunkten ligger i gränsytan mellan kopparstaven och järnstaven och den ändrar ej sitt läge när temperaturen ökar 2°C . Bestäm förhållandet mellan tvärsnittsareorna för stavarna.

4. I ett akvarium som är helt vattenfyllt hänger en mässingskula, A, med volymen 5 cm^3 i en tunn tråd ned från akvariets lock, som är vattentätt fastsatt vid akvariet. En kula, B, av kork med samma volym som mässingskulan är med en tunn tråd fäst vid akvariets botten. Se fig. 2.

- Beskriv vad som sker när akvariet placeras i en bil och ges en acceleration av $2,5\text{ m/s}^2$. Snörena förutsätts hålla. Motivera svaret
- Beskriv vad som händer när snörena går av.

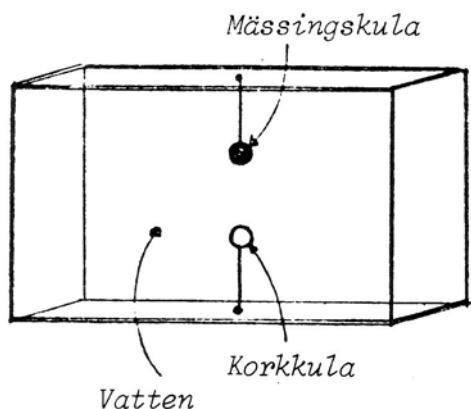


Fig. 2

5. Två parallella metallskenor med försumbar resistans bildar vinkeln α med horisontalplanet. Avståndet mellan dem är ℓ . En metallstav med försumbar resistans glider friktionslöst ned längs skenorna. De nedre ändarna av skenorna är anslutna till en kondensator med kapacitansen C . Hela anordningen befinner sig i ett lodrätt magnetfält med styrkan B ($=$ flödestätheten). Härled ett uttryck för stavens acceleration, om dess massa är m . (Metallstaven är hela tiden horisontell.)

6. Ett eluppvärmt hus har radiatorer A, B och C och lampor L_1 , L_2 och L_3 kopplade till trefas 220V/380V- växelströmsnätet enligt fig. 3 så att den s k fasspänningen på 220 V ligger över lamporna och den s k huvudspänningen på 380 V ligger över el-radiatorerna.

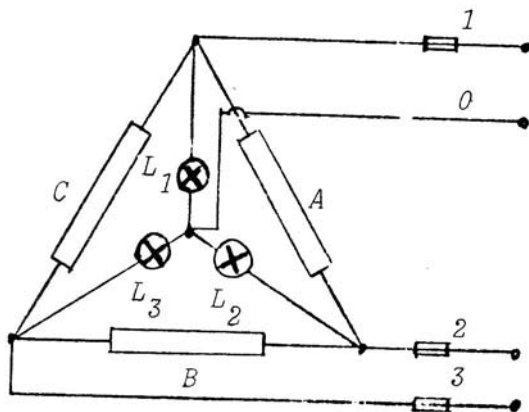


Fig. 3

a) Vid ett tillfälle då alla lamporna var tända och alla elradiatorerna påslagna gick säkringen vid 1 sönder (överbelastning). Hur märks detta på lamporna? Motivera svaret.

b) Ändras lamporna i ljusstyrka och i så fall hur, om man utan att byta säkring slår ifrån radiatoren A? Motivera svaret.

7. I galaxernas spektra är spektrallinjerna förskjutna åt det långvågiga hållet ("rödförskjutna") vilket enligt Dopplers princip kan betyda att de avlägsnar sig från oss. Man har experimentellt funnit att de ur rödförskjutningen beräknade hastigheterna (v) i stort sett är proportionella mot avstånden (r), dvs

$$v = Hr$$

där H är en proportionalitetsfaktor. Denna empiriska relation, Hubbles lag, tyds som en expansion av universum från ett supertätt ursprungstillstånd (teorin om "Big Bang").

a) Motivera varför Hubbles lag icke innebär att vår galax befinner sig i "universums mitt"!

b) För Hubbles konstant, H , har man från nyare observationer bestämt värdet $H=55 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$, varvid hastigheten v anges i km/s och avståndet r

i megaparsec. Avståndsenheten parsec (pc) är det avstånd från vilket jordbanans halva storaxel syns under vinkeln 1 bågsekund vilket innebär att $1 \text{ pc} = 3,26 \text{ ljusår}$. Beräkna den sk hubbleåldern, dvs universums ålder under antagande att expansionshastigheten varit konstant.

8. Two identical capacitors are connected as shown in Fig 4. A dielectric slab is slipped between the plates of one capacitor, the battery remaining connected. Describe qualitatively what happens to the charge, the capacitance, the potential difference, the electric field strength and the stored energy for each capacitor.

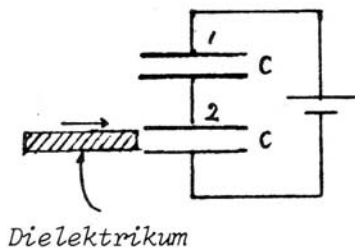


Fig. 4

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Svenska Dagbladet Svenska Fysikersamfundet

Skrivning vid kvalificeringstävlingen 1978-02-09

1. En person står på ett 90 cm högt bord och sparkar till en boll så att dess begynnelsehastighet blir horisontell. Med en elektronisk tidtagare bestäms den tid som bollen har kontakt med bordet till 0,15 s. Bollen som från början ligger nära bordskanten (se fig. 1) träffar golvet 4,3 m från begynnelseläget (mätt längs golvet). Beräkna medelvärdet av kraften på bollen under sparken. Bollens massa är 1,5 kg.

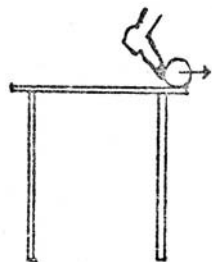


Fig. 1

2. Översta ändan av en 2,50 m lång stolpe, som står lodrätt i en vattenbassäng, räcker 0,50 m över vattenytan. Solen står 45° över horisonten.

a) Hur lång blir skuggan av stolpen på bassängens botten?

b) Hur djupt under vattenytan tycks bilden av skuggan ligga om man tittar rakt uppifrån från en plats relativt högt ovanför vattenytan?

Blir bilden av skuggan förstörd, förminskad eller oförändrad i storlek genom brytningen i vattenytan (med andra ord hur stor blir lateralförstoringen)? Motivera svaret.

3. I en experimentuppställning enligt fig. 2 är A och B två små mycket lätta och mycket lätttröliga trissor över vilka ett mycket lätt snöre löper. I vardera ändan av snöret hänger en 3 kg-vikt. Mitt emellan A och B är ytterligare ett snöre med en 3 kg-vikt fastsatt. Vid experimentets början stöds den mellersta vikten så att den ej rör sig nedåt. Stödet tas sedan snabbt bort. Hur lång rör sig den mellersta vikten innan den vänder och rör sig uppåt?

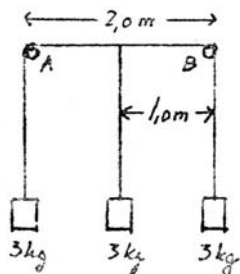


Fig. 2

4. a) Hur skall man placera ett antal likadana tegelstenar på varandra för att få ett så stort överhäng som möjligt? Se fig. 3.

b) Härled ett approximativt uttryck som underlättar bestämningen av överhängets maximala storlek om man har ett stort antal, N , tegelstenar. Hur mycket ändras enligt detta uttryck överhängets storlek om antalet stenar ökas från 100 till 200 om deras dimensioner är $7\text{cm} \cdot 12\text{cm} \cdot 26\text{cm}$?

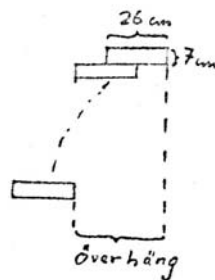


Fig. 3

5. En elektronstråle, som passerar en liten öppning, är spridd över en kon med en liten toppvinkel δ - se fig. 4. Om ett lämpligt magnetfält B anbringas parallellt med knippets axel så kan hela elektronstrålen fås att passera genom en likadan utgångsöppning på avståndet ℓ längs axeln. Bestäm B om elektronerna före inträdet i magnetfältet genomlöpt spänningen U .

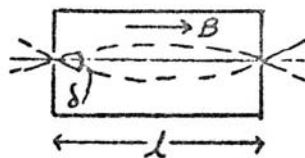


Fig. 4

6. För att minska vårt oljeberoende har man föreslagit att det ska byggas ett stort antal små minikraftverk vid våra åar och älvar. Minikraftverken beräknas ge 100 – 1500 kW och kan vid serietillverkning byggas till en kostnad av 2 – 8 miljoner kronor styck, dvs i samma storleksordning som ett vindkraftverk. En fördel med satsningen på minikraftverk är att de kan byggas över hela landet och att de genom fjärrstyrning kan kopplas in vid toppbelastning av elnätet och då ersätta olje- eller gasdrivna kraftverk. Ett minikraftverk, som redan finns i drift, är placerat vid en å, som har ett årsmedelvärde av vattenföringen av $7,0 \text{ m}^3/\text{s}$. Fallhöjden är 6,5 m och samtliga förluster på grund av friktion, virvelströmmar, spänningsfall i ledningar mm beräknas till 15 % av den tillförda effekten. Ungefär hur mycket olja kan man spara per år med ett sådant kraftverk om verkningsgraden i ett oljeeldat kraftverk är 40 % och 1 m^3 olja vid förbränning ger 10,8 MWh?

7. I en nyligen utkommen bok "The Perception of Light and Colour" uppges, att direkta undersökningar av näthinnan för olika personer tyder på att det i människoögets näthinna finns tre olika typer av färgkänsliga tappar. I fig. 5 visas deras relativa känsligheter enligt två forskare, Thomson och Wright.

a) Beräkna förhållandet mellan det minsta antal fotoner som behövs för att ge synintryck vid maximipunkterna B, G och R.

b) Graferna visar en relativt sett stor känslighet hos näthinnan i det blåviolettera området. Detta överensstämmer inte med undersökningen av känsligheten för det kompletta ögat, vilket visar att ögat är mest känsligt i det gröna området. Kan du ge någon rimlig förklaring till diskrepansen?

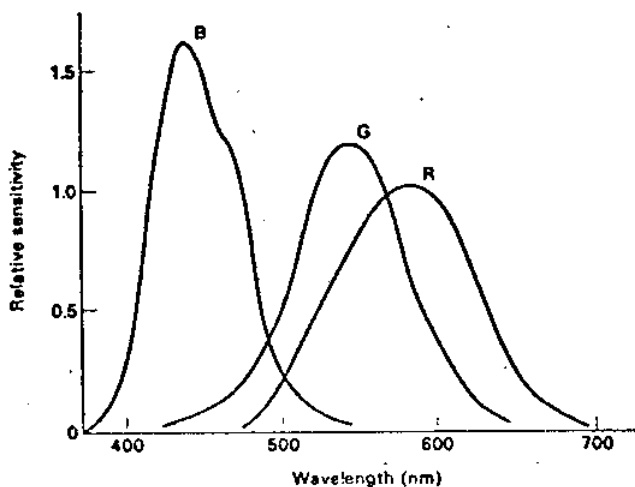
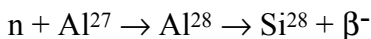


Fig. 5 The fundamental spectral responses of the three colour mechanisms in the eye (after Thomson and Wright).

8. A beam of slow neutrons strikes an aluminium foil $1,0 \cdot 10^{-5}$ m thick. Some neutrons are captured by the aluminium which becomes radioactive and decays by emitting an electron (β^-) and forming silicon:



Suppose that the neutron flux is $3,0 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, and the neutron capture cross section is 0,23 barn. How many transmutations will occur each second per m^2 ?

Hints (from an English textbook).

Let the area of the foil exposed to the beam be A and the thickness of the foil be x . If there are n target particles per unit volume in the foil, the total number of available target particles is nAx . If the effective area (that is the cross section) for the event we are concerned with is σ_x , the total effective area of all the nuclei is $nAx\sigma_x$. If R_0 is the rate at which projectiles strike the target and R_x is the rate at which the events in which we are interested occur, we have (if the target is thin), because of the random nature of the events

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{nAx\sigma_x}{A}$$
$$R_x = R_0 nx\sigma_x$$

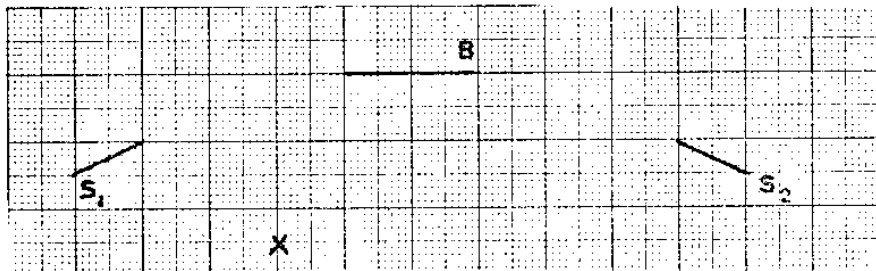
Thus we can measure σ_x for the event by measuring R_x , R_0 , n and x . Cross sections are commonly expressed in barns or submultiples thereof.

$$1 \cdot \text{barn} = 10^{-28} \text{ m}^2.$$

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Svenska Dagbladet Svenska Fysikersamfundet

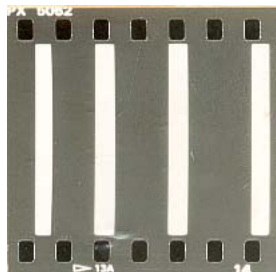
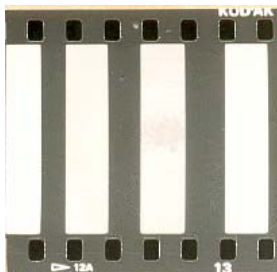
Skrivning vid kvalificeringstävlingen 1979-02-08



1. I figuren ovan är B backspegeln samt S_1 och S_2 sidospelar. Krysset markerar bilförarens ena öga. Rita en noggrann kopia av figuren och ange med lämplig konstruktion det synfält bakåt som föraren har. Undersök speciellt hur speglarna utnyttjas och blinda vinklar. Föreslå hur man kan vrida speglarna för att få ett så bra synfält som möjligt ur trafiksäkerhetspunkt.

OBS Konstruktionen måste klart och tydligt framgå av figur med kommentarer.

2. Ridåslutaren till en kamera fungerar så att en springa passerar över filmplanet med en hastighet som bör vara så konstant som möjligt. Förutom hastigheten kan även springans bredd ändras.



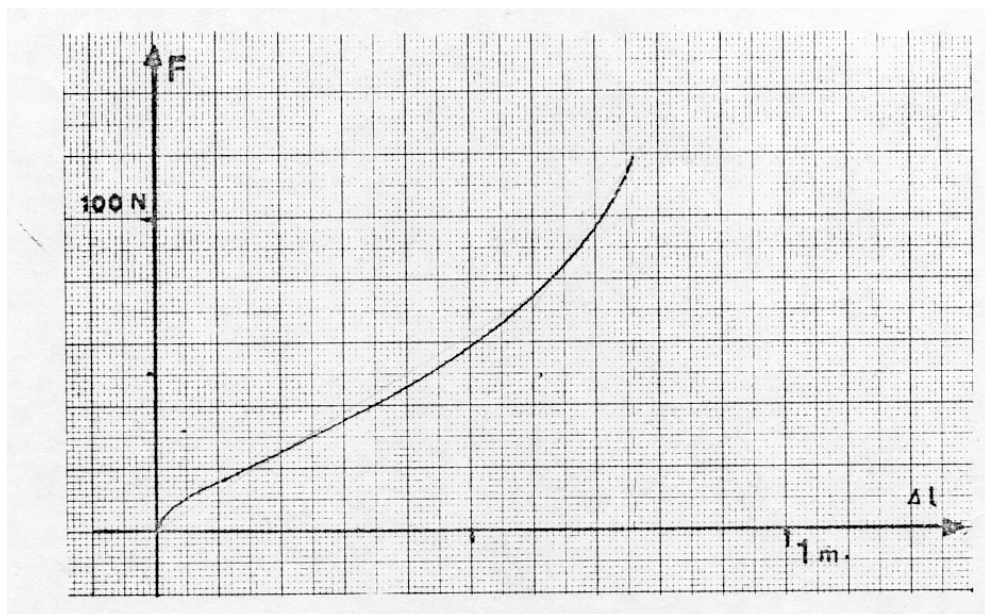
För att kontrollera en ridåslutare till en småbildskamera belystes filmplanet med stroboskopljus då springan passerade över filmplanet. Efter framkallningen av filmen har man då en registrering av springans läge vid olika tidpunkter. Bilden ovan visar kontaktkopior av filmen för två olika

inställningar på exponeringstiden. (Skala 1:1). Stroboskopfrekvensen var vid upptagningen 250 Hz och stroboskopblxtens varaktighet försumbar.

a) Bestäm springans hastighet i de båda fallen.

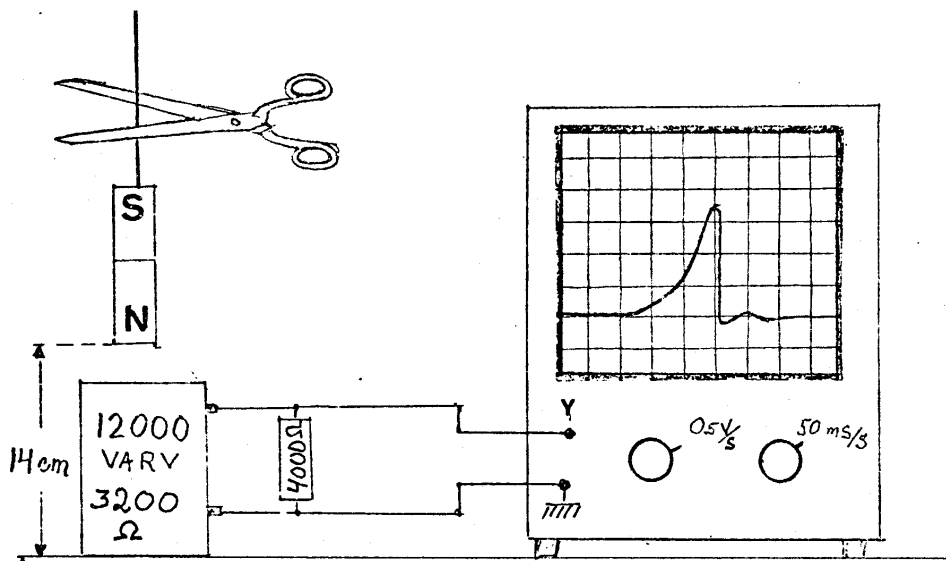
b) Bestäm exponeringstiden $d v s$ den tid en godtycklig punkt i filmplanet är belyst och uppskatta hur mycket exponeringstiden varierar för olika delar av filmen.

3. Vid planeringen av belysningen på en gata var kravet att belysningen på gatan mitt emellan två stolpar ej skulle vara mindre än hälften av belysningen rakt under en lampa. Bestäm det största möjliga avståndet a mellan två närliggande lampor för att ovanstående villkor skall vara uppfyllt om hänsyn endast tas till belysningen från lampor på stolpar vars avstånd från den punkt vi studerar är mindre än a . Gatlyktorna är placerade 6,0 m över gatans mittlinje och deras ljusstyrka är konstant i de riktningar som är aktuella.

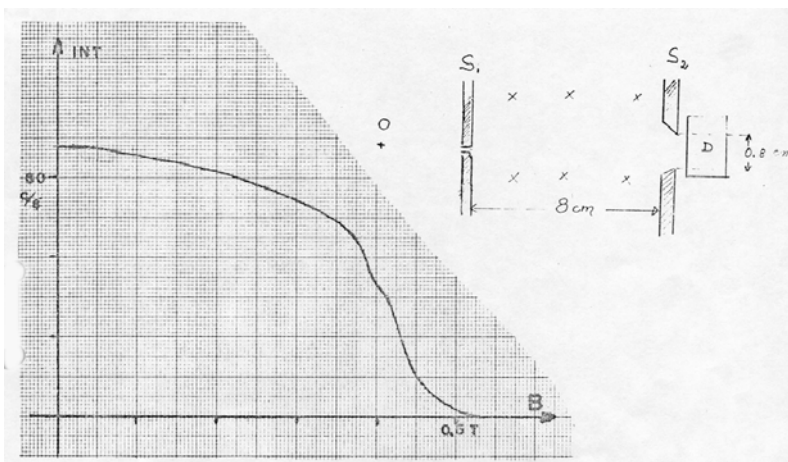


4. Grafen ovan visar kraften F som funktion av förlängningen hos gummibandet i en slangbåge. Beräkna den maximala skottvidden om man som projektil använder en nickelkula med massan 10 g. Ingen hänsyn tas till luftmotståndet.

5. För att studera reaktioner vid mycket höga energier t ex då tunga elementarpartiklar bildas kan man låta protoner med hög energi kollidera. Man låter då först protonerna cirkulera i s k lagringsringar där protonstrålar styrs i cirkulära banor av elektriska och magnetiska fält och rör sig (på grund av sin höga energi) praktiskt taget med ljushastigheten. I en sådan forskningsanläggning har lagringsringarna en diameter på 1,2 km. Beräkna antalet protoner i ringen då man genom att studera magnetfältet funnit att protonstrålen motsvarar en strömstyrka av 7,8 A.

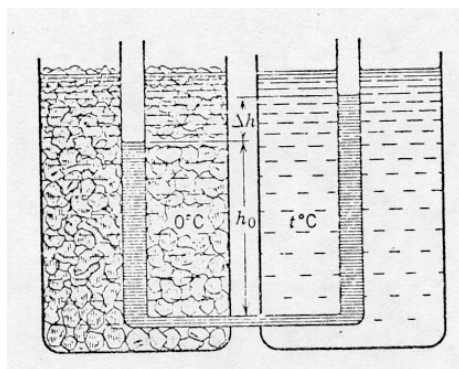


6. En spole märkt 12 000 varv, 3 200 Ω kopplades till en (induktionsfri) resistans om 4 000 Ω. Spänningen över resistansen studerades sedan på ett minnesoscilloskop enligt figuren ovan. Ovanför spolen var en permanent magnet med massan 240 g upphängd i ett snöre 14 cm över bordet. Då snöret klipptes av erhöles på oscilloskopet den avbildade grafen. Beräkna ur denna graf hur stor del av magnetens lägesenergi som omvandlades till elektrisk energi. Ratten för y-avlänkningen var inställd på 0,5 V/skaldel och för tidsavlänkningen på 50 ms/skaldel.



7. En källa för joniserande strålning (α -strålning) är placerad i punkten O. S_1 är en tunn cirkulär bländare (öppning $\ll 1$ mm) placerad så att ett praktiskt taget parallellt knippe av α -partiklar lämnar S_1 . Bakom en spalt S_2 med öppning 0,8 cm är en detektor D placerad och hela försökuppställningen är placerad i vakuum. Mellan S_1 och S_2 pålägges ett magnetfält vinkelrätt mot strålen. Den i D uppmätta intensiteten (angiven i counts per sekund; c/s) registreras som funktion av fältstyrkan B och ger då kurvan ovan. Beräkna energin hos de avgivna α -partiklarna. Kan du finna en förklaring till oregelbundenheterna i kurvan vid $B = 0,4$ T?

8. Two vertical glass tubes filled with a liquid are connected at their lower ends by a horizontal capillary tube. One tube is surrounded by a bath containing ice and water in equilibrium (0°C), the other by a hot-water bath with temperature t . The difference in height of the liquids in the two columns is Δh and h_0 is the height of the column at 0°C .



Show how this apparatus, first used in 1816 by Dulong and Petit, can be used to measure the true coefficient of volume expansion, β , of a liquid (rather than the differential expansion between glass and liquid). Determine β if $t = 16,0^\circ\text{C}$, $h_0 = 126$ cm and $\Delta h = 1,50$ cm. (Problemet är hämtat ur Halliday-Resnick "Physics for Students of Science and Engineering")

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Svenska Dagbladet Svenska Fysikersamfundet

Skrivning vid kvalificeringstävlingen 1980-02-07.

1. Till ett elektriskt torrbatteri med 4,5 V emk och $1,8 \Omega$ inre resistans ansluts ett belastningsmotstånd R .

a) Rita en graf över den i R utvecklade effekten som funktion av resistansvärdet R .

b) Härled villkoret för maximal effektutveckling i R .

2. Hos en spole med avsevärd induktans men utan järnkärna bestäms resistansen till 38Ω . Spolen ansluts sedan i serie med en växelströmsamperemeter och ett reglerbart motstånd till en växelströmskälla (220 V, 50 Hz). Parallellt med spolen kopplas en glimlampa med en tändspänning på 94 V och med mycket stor resistans. Då hela det reglerbara motståndet är inkopplat är glimlampan släckt, men när resistansen hos detta motstånd minskas börjar den plötsligt lysa. Amperemetern visar i detta ögonblick 1,38 A.

a) Beräkna fasförskjutningen mellan ström och spänning i spolen samt spolens induktans.

b) Med en järnkärna i spolen får man ett systematiskt fel med denna metod. Diskutera detta.

3. Beräkna förhållandet mellan belysningen på jordytan en klar dag och en klar natt med fullmåne. Det är rimligt att anta att den belysta sidan av månen reflekterar det från solen kommande ljuset likformigt i alla riktningar i den halvsfär som är vänd mot jorden. (Ett förenklat antagande som i detta fall utgör en god approximation.) Vi antar också för enkelhets skull att 100 % av ljuset reflekteras. Erforderliga astronomiska data tas från tabell.

4. Vätskestrålen hos en s k bläckstråleskrivare ("recording ink jet") består i vissa fall av två delar, en inre färgad stråle med cirkulärt tvärsnitt som omges av en cirkulärcylindrisk mantel av ofärgad vätska. Se fig. För att bestämma förhållandena mellan vätskemängderna i de båda skikten mikrofotograferades strålen. Den slutliga bilden som visas i figuren i naturlig storlek var förstörad 230 ggr i förhållande till själva strålen. Beräkna förhållandet mellan den inre strålens volym och den totala vätskevolymen då man vet att vätskans brytningsindex är 1,38.



Foto av strålen



Tvårsnitt

5. Luft i rörelse innehåller stora energimängder. Vindkraft kan byggas för att omvandla vindenergi till mekaniskt arbete. Man beräknar att vindkraft på längre sikt kan bidra med cirka 30 TWh/år till Sveriges elförsörjning motsvarande hälften av den nuvarande vattenkraftproduktionen. Vindenergi utvinnes t ex genom att vinden får driva en snurra.

Då en snurra placeras i en strömmande gas störs strömningsfältet så att vi får ett övertryck omedelbart framför snurran och ett undertryck omedelbart bakom. Denna tryckdifferens driver snurran. Dessa tryckdifferenser utjämnas sedan och på stort avstånd framför och bakom snurran är trycket lika med det yttre barometertrycket B .

Som följd av tryckvariationerna får vi en ändring av luftens hastighet och strömningslinjerna utgör banan för de enskilda "luftpartiklarna". Fig. 5a

respektive b visar detta. För ett dylikt strömningsfält gäller $v = \frac{v_0 + v_2}{2}$,

där v_0 är den ostörda vindhastigheten före snurran, v är vindens hastighet vid snurran och v_2 är vindens hastighet efter snurran (se figur).

De aktuella variationerna i lufttrycket är så små vid sidan av det yttre barometerståndet att vi kan anse densiteten vara konstant.

a) Hur mycket skall vindhastigheten sjunka vid passagen av snurran för att vindkraftverket skall ge maximal effekt?

b) Hur mycket ökar effekten om vindhastigheten ökar från 7 till 8 m/s?

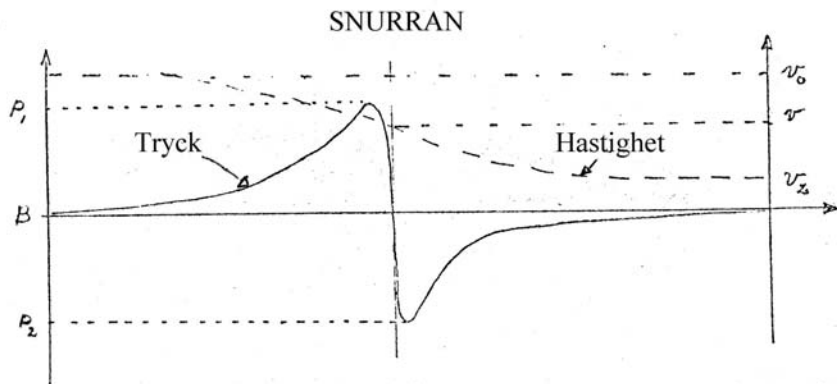


Fig 5a Tryckets och hastighetens variation med avståndet från snurran.

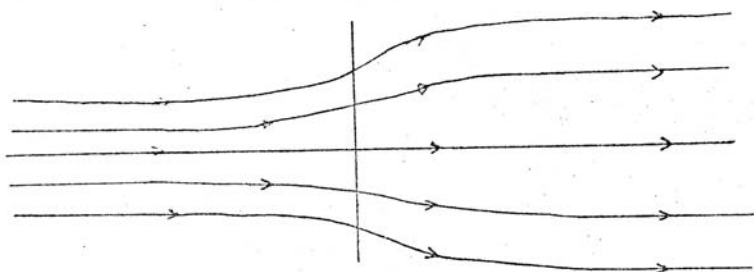


Fig 5b Strömningslinjer

6. You are driving behind a lorry with two wheels on each end of the back axle, when you notice that a stone is trapped between two of the tyres. So you increase your distance behind the lorry to 22,5 m (after a quick bit of mental arithmetic), so as to be sure that the stone will not hit your car if it comes loose. What is the speed of the lorry?

7. För att på ett relativt enkelt sätt tillverka en konkavspegel till t ex ett enklare spegelteleskop kan man göra på följande sätt:
I en relativt djup cirkulär skål hålls ett tvåkomponentlim till ungefär halva höjden. Skålen placeras på en horisontell skiva som får rotera med konstant hastighet, så att skålens mitt sammanfaller med rotationsaxeln. På grund av rotationen pressas vätskan utåt och genom att avpassa rotationshastigheten kan man ge yta en lämplig krökning. Rotationen fortsättes med konstant hastighet till dess limmet undergått härdning, varefter ytan förses med ett reflekterande skikt.

- a) Härled ett uttryck för lutningen hos tangenten till ytan på ett avstånd x från rotationsaxeln.
- b) Formulera differentialekvationen för ytans krökning och integrera uttrycket.
- c) Ange brännpunktens läge och beräkna brännvidden om skålen placerats på en skivspelare med rotationshastigheten 33 varv/min.

8. Ädelgasen radon bildas vid sönderfall av radioaktiva ämnen i uranserien vilka bl. a förekommer i flera slag av byggnadsmaterial. Allteftersom den bildas, diffunderar den ut från väggar som tillverkats av sådant material och bostadsrummen kommer då ständigt att innehålla radon. Radonmängden kan tillfälligt minskas genom vädring. Radongasen är i sin tur radioaktiv och utsänder α -partiklar med en räckvidd av 4,2 cm. Radongasen har en halveringstid på 3,82 dygn och även de därvid uppkomna nya kärnorna (radondöttrarna) är radioaktiva.

För att undersöka förekomsten av radon i luften kan man hänga upp en viss sorts plastfilm i rummet. Då en α -partikel passerar filmen påverkas filmen så att det uppstår ett hål i den då den etsas med natronlut. Antalet hål per area, som kan bestämmas med hjälp av mikroskop, är lika med antalet α -partiklar som träffat filmen. Detta antal är proportionellt mot radonkoncentrationen. Beräkna koncentrationen av radon i ett rum där man haft en plastfilm upphängd under 12 dygn och på vilken man fann 160 hål/cm^2 . Man kan anta att vart tredje hål kommer från radonet och de övriga från radondöttrarna.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 3 februari 1981

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. En vätska kokas med olika tillförd effekt i en anordning enligt figur 1. Effekten varieras genom att variera den pålagda spänningen. Den bildade ångan kondenseras till vätska och uppsamlas under tiden 300 sekunder. För varje värde på spänningen mäts den utvecklade effekten, som avläses på en noggrann wattmeter. I tabellen anges de olika mätresultaten. Beräkna vätskans specifika ångbildningsvärme. Diskutera möjliga felkällor.

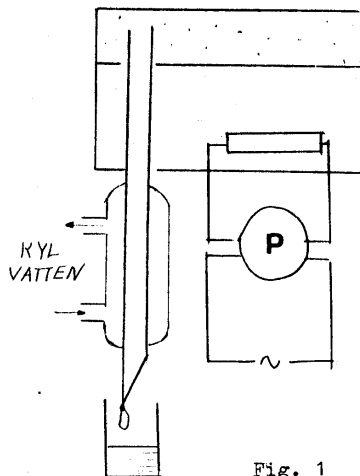


Fig. 1

Spänning/V	Effekt/kW	Kondensat/g
200	0,295	24,0
180	0,229	19,5
160	0,180	14,2
140	0,137	8,8
120	0,101	4,11

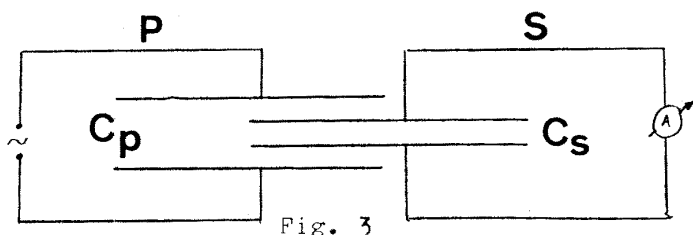
2. Den maximala effektutvecklingen hos en bil är 50 kW. Bilens massa är 500 kg. Antag att motorns effekt är oberoende av hastigheten och beräkna den kortast möjliga tid det tar för bilen att accelerera från 0 till 100 km/tim då friktionskoefficienten mellan hjulen och marken

- a) antages obegränsat stor
- b) är 0,6.

3. C_s är en plattkondensator där plattornas area är 154 cm^2 och avståndet mellan dem är $0,120 \text{ mm}$. Den är placerad inuti en annan plattkondensator med samma area hos plattorna, men med plattavståndet $0,360 \text{ mm}$. Kondensatorerna är placerade så att den gemensamma arean är 77 cm^2 . De inre kondensatorplattorna är mycket tunna (aluminiumfolie) och systemet

hålls på plats med 3 st 0,120 mm tjocka plastskivor med dielektricitetskonstanten $\epsilon_r = 3,6$, som alltså helt utfyller mellanrummet mellan plattorna.

Beräkna strömmen i S-kretsen då de yttre plattorna (P-kretsen) ansluts till en spänningskälla, (en tongenerator) som ger en växelström med den effektiva spänningen 20,0 V och frekvensen 15 kHz. Amperemeterns inre resistans är försumbar. Kretsen ovan kan i vissa fall med fördel ersätta en transformator.



4. Då en källa som utsänder elektromagnetisk strålning rör sig relativt en observatör registrerar observatören på grund av dopplereffekten en frekvens

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta \right), \text{ där } f_0 \text{ är frekvensen i källans system, } v \text{ relativa farten, } c$$

vågrörelsens utbredningshastighet och θ vinkeln mellan källans hastighet och riktningen från källan till observatören.

Då en satellit passerade en ort registrerades den mottagna frekvensen som funktion av tiden. Resultatet visas i figur 4.

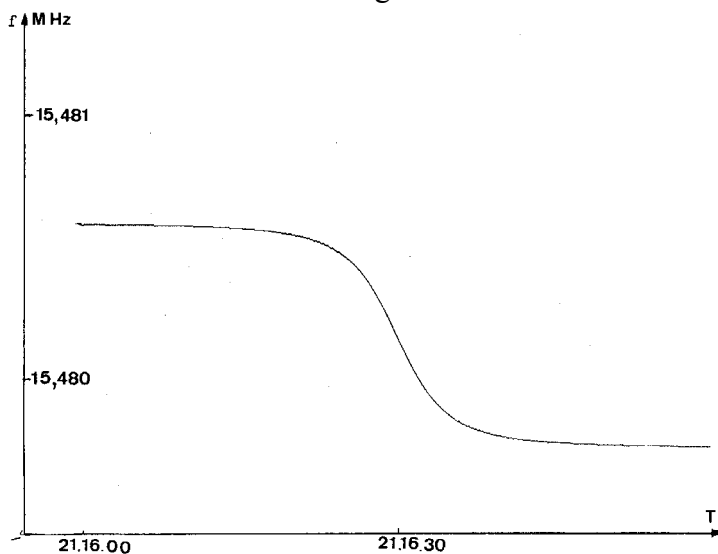


Fig. 4

a) Beräkna satellitens fart.

b) Visa att för minsta avståndet, h , mellan källa och observatör gäller

$$h = \frac{v^2 f_0}{c \left(\frac{df}{dt} \right)_{t=t_0}} \quad (t_0 \text{ är tiden för passagen})$$

samt beräkna satellitens minsta avstånd från observatören.

5.

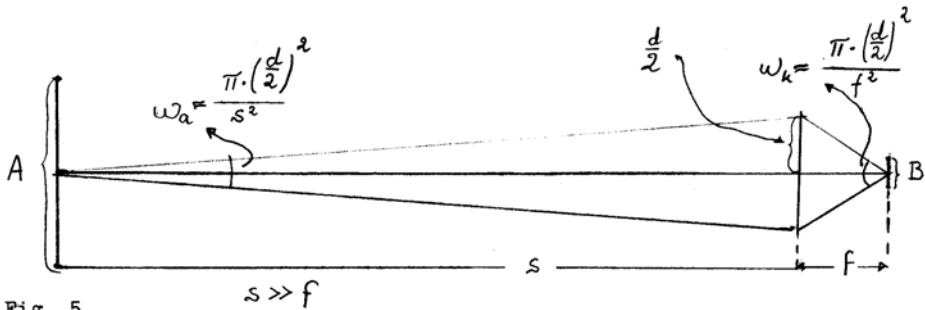


Fig. 5

En yta A som skall fotograferas enligt figuren ovan utstrålar i området för filmens känslighet effekten $P(\text{W}/(\text{m}^2\text{sr}))$ i normalens riktning ($\text{sr} = \text{steradian}$). Man kan anta att filmens känslighet är densamma som ögats.

a) Visa att bestrålningen E på filmen, $d \ll s$ den mot filmen infallande effekten per areaenhet är $E = P \cdot \omega_k$, där ω_k är den rymdvinkel objektivöppningen upptar sedd från filmen.

Sambandet kan således också skrivas $E = P \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{d}{f} \right)^2$ där f/d ,

kameralinsens brännvidd f dividerad med linsens öppningsdiameter d , brukar kallas *bländartalet*.

b) För en kraftigt belyst yta är P enligt ovan cirka $5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{sr})$. Hur lång tid tar det innan en bromsilvermolekyl på den fotografiska filmen samlat tillräckligt med energi för att dissocieras (cirka 10^{-19} J).

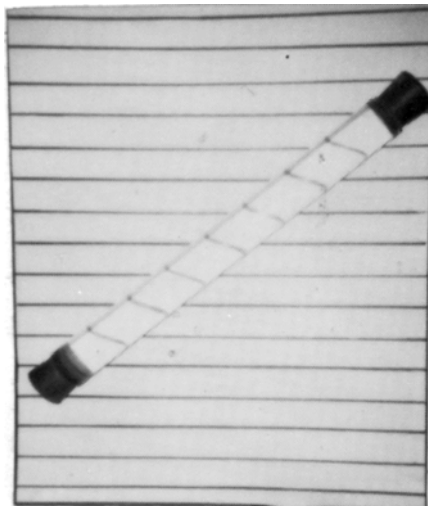
Bromsilvermolekylen kan betraktas som en sfär med radien $4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Kameran är inställd så att $f/d = 5,6$.

c) Hur stämmer detta med vår erfarenhet om ögonblicksbilder? Förklara!

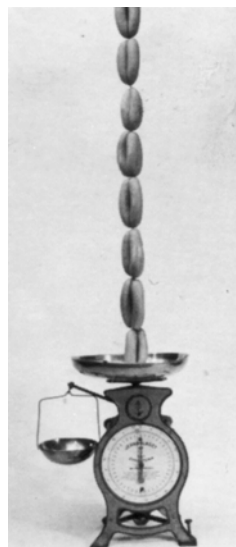
6. En cylindrisk plaststav har lagts på ett linjerat papper och fotograferats rakt uppifrån. Bilden till höger visar resultatet.

- a) Förklara kvalitativt den vridning av linjerna vi ser.
- b) Gör genom mätningar på fotot en uppskattning av plastens brytningsindex.



7. Radien av en atomkärna kan beskrivas med formeln $r = 1,2 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{ m}$ där A är antalet nukleoner i kärnan. Beräkna till vilken kinetisk energi en alfapartikel ($Z = 2$, $A = 4$) minst måste accelereras för att komma så nära en guldkärna ($Z = 79$, $A = 197$) att de två kärnorna berör varandra. Det elektriska fältet kan anses vara samma som om hela kärnans laddning (Ze) vore koncentrerad till kärnans centrum och man kan vidare anta att guldkärnan ligger stilla under hela förloppet.

8. One evening a little boy was told to buy some sausages from XYZ Supermarket. The butcher, holding a long string of small link sausages upright just above the scale pan, offers to charge him for just one-half of the maximum reading of the scale after he releases the string. The little boy, not knowing much physics, eagerly agrees. How much more did the little boy pay than the proper charge?



Kommentarer

1981:1 Denna uppgift var ursprungligen en tävlingsuppgift vid en av de internationella fysikolympiaderna.

1981:6 En intressant och svår uppgift. Läger man staven på ett rutnät får man något som liknar en oändlighetssymbol - ∞ - som en gång användes av Konsum som loggo. Det fanns vissa planer på att sälja idén till detta företag. Den uppmärksamme betraktaren ser att ”plaststaven” i själva verket är ett glaströr fyllt med vatten. Detta avslöjas av korkarna i ändarna.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 2 februari 1982

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. På södra stjärnhimlen finns en stjärna α Centauri A. Ur olika observationer kan man dra slutsatsen att stjärnan mycket liknar vår sol. Mätningar visar att här på jorden ger solen en belysning som är $50 \cdot 10^9$ gånger så stor som den belysning som α Centauri A ger. Beräkna avståndet i ljusår till stjärnan då man vet att ljuset tar 8,3 minuter från solen till jorden. (Om Du ej känner formeln för belysningen hittar Du den i tabellen.)

2. I Sverige finns en bestämmelse att bilar skall framföras med halvljuset, eller någon motsvarande belysning, tänd även under dagtid. Självfallet ökar detta bensinförbrukningen. Beräkna med hjälp av uppgifterna nedan:

- Hur mycket detta ökar förbrukningen och kostnaden för medelbilisten.
- Hur många liter bensin detta totalt betyder för hela landet.

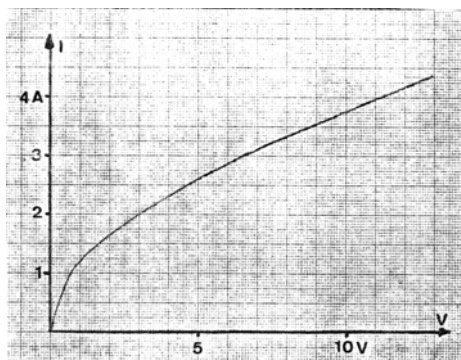
I Sverige finns c:a 2 300 000 bilar och en bil kör i medeltal 1500 mil/år, med en medelhastighet av 55 km/tim. Motorns verkningsgrad är 25% och vid förbränningen av ett kilogram bensin bildas 41 MJ. En halvljuslampa är normalt på 45 W och omvandlingen från mekanisk till elektrisk energi har mycket hög verkningsgrad (=100%). Man kan vidare räkna med att en bil framförs till 80% under dagtid. Bensinens densitet är 0,80 kg/ ℓ .

Bensinpriset är för närvarande 3,70 kr/liter.

3. För bevattning användes en s.k. vattenkanon som bevattnar ett cirkulärt område med 12 meters radie med 80 liter vatten per minut. Vattenkanonen är placerad i markplanet. Vattnet hämtas från en brunn där vattenståndet är 4 meter under marken.

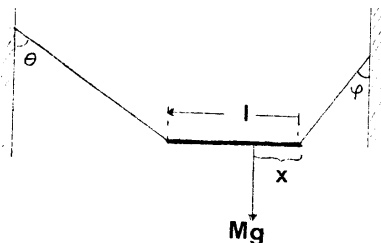
- Hur stor effekt fordras för att lyfta vattnet upp till pumpen?
- Hur stor effekt måste pumpmotorn minst utveckla för att pumpa upp och sprida ut vattnet då man kan anta att allt vatten lämnar munstycket med samma hastighet. (Det sprids ut över hela ytan på grund av munstyckets form.)

4. Diagrammet visar ström-spännings-karakteristiken för en halogenlampa, avsedd att användas som halvljus i en bil med 12 V system. Det är under dagtid tillräckligt med en lampeffekt på 40 W. Lampeffekten kan man reglera genom att koppla en resistor i serie med lampan.



- a) Hur stor skall resistansen vara för att lampeffekten skall bli 40 W.
- b) Med hur många procent ändras den totala effektförbrukningen av att resistorn kopplas in?

5. A nonuniform bar of weight M is suspended at rest in a horizontal position by two light ropes as shown in figure. The angle one rope makes with the vertical is $\varphi = 38^\circ$, the other makes the angle $\theta = 51^\circ$ with the vertical. If the length l of the bar is 6,0 m, compute the distance x from the right-hand end to the center of gravity.



6. Vid sönderfall i uranserien sker sönderfallen normalt så att endast strålning med liten genomträngningsförmåga frigörs. I 0,7% av sönderfallen från U^{238} går dock sönderfallet över en isomer av kärnan U^{234} varvid en foton med hög energi frigörs. Denna strålning har stor genomträngningsförmåga och studerades därför vid mätningarna på strålningen från den i Blekinge grundstötta ubåten U137. Vid mätningarna användes en detektor som för den aktuella energin har en effektivitet om 0,25% (d.v.s. en foton av 400 ger upphov till en specifik karakteristisk puls i detektorn). Detektorns "känsliga" yta är 22 cm^2 och den kan antas placerad 1,5 m från strålkällan.

Strålkällan kan behandlas som punktformig. Vid mätningarna registrerades 125 dylika pulser i timmen. Gör en uppskattning av mängden uran i ubåten då man kan räkna med att 93% av den ursprungliga strålningen absorberas i ubåtens pansarplåt. Halveringstiden för U^{238} är $4,5 \cdot 10^9$ år. Värden på Avogadros konstant och urans atomvikt tas från tabeller.

7. Metan har mycket stor förmåga att absorbera infraröd strålning av våglängden $2,3\text{ }\mu\text{m}$. Sålunda finner man att ett $1,0\text{ cm}$ tjockt lager av metan med trycket 1013 mb och temperaturen $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ absorberar 98% av sådan strålning. Genom mätningar har man funnit att av den mot jorden infallande strålningen med denna våglängd absorberas $99,96\%$ på grund av att jordatmosfären innehåller metan. Beräkna härav hur många viktsprocent metan det i medeltal finns i jordatmosfären.

8. Ett cylindriskt glaskärl med ytterradien R och innerradien r är fyllt med en vätska som avger grönt luminiscensljus när den belyses med ultraviolett ljus. Härigenom kommer varje punkt i vätskan att uppträda som källa för grönt ljus. Vilket värde måste förhållandet mellan inre och yttre radien ha för att glasväggen då cylindern iakttas från sidan skall synas ha tjockleken noll. Brytningsindex för glaset är n_1 och för vätskan n_2 för det aktuella ljuset.

Kommentarer

1982:2. Uppgiften inspirerades av den aktuella bestämmelsen om halvljusbelysning på fordon under dagtid. Det fanns en debatt i medierna om att detta skulle innebära en väsentligt ökad bensinförbrukning något som en enkel överläggning visar inte är fallet.

1982:6. Den i Karlskrona skärgård grundstötta sovjetiska ubåten U137 var en av den tidens stora nyheter. Personal från fysiska institutionen på Lunds universitet åkte ut med en liten båt som lades intill ubåten och mätte med medhavd utrustning den joniserande strålningen från ubåten. Beräkningarna visade att det inte var osannolikt att ubåten hade någon form av kärnladdning ombord.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

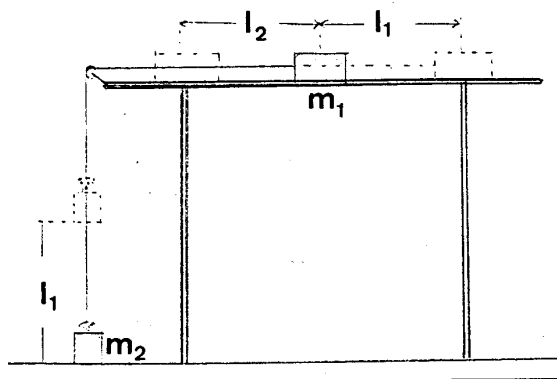
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 1 februari 1983

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. En satellit i en cirkulär bana runt jorden har en hastighet $v = 8,0$ km/s. Om satelliten tränger in i jordatmosfären bromsas den upp och upphettas av friktionsvärmen. Beräkna hur många grader satelliten upphettas då den bromsas helt ned till hastigheten noll om inga speciella skyddsåtgärder vidtas. Antag för enkelhetens skull att friktionsvärmen fördelas lika mellan satelliten och atmosfären samt att satelliten huvudsakligen består av järn med specifika värmekapaciteten $448 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Vad innebär det erhållna resultatet?

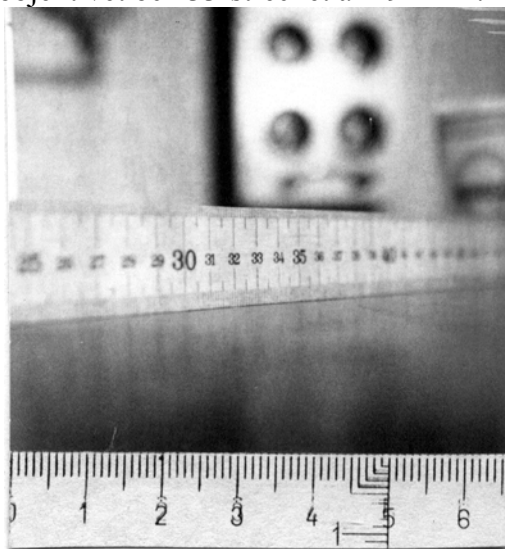
2 An electric heater has two windings. One alone across the 220 V line brings a kettle to a boil in 3,2 min. The other alone does it in 5,4 min. How long would it take if the two windings are connected across the 220 V line.
a) in series? b) in parallel?

3. För att bestämma friktionstalet för en viss sorts trä mot ett bord gjordes följande. Man sågade till en kloss med massan $m_1 = 80$ g. I klossen fäste man ett oelastiskt lätt snöre som man lät löpa över en lätt friktionsfri trissa. Snörets andra ände fästes i en vikt med massan $m_2 = 100$ g. Vikten får stå på golvet och snöret sträcks. Klossen dras därefter tillbaka en sträcka $l_1 = 0,60$ m, varefter den släpps. Man får då en accelererad rörelse tills vikten slår i golvet. Klossen fortsätter sen en sträcka $l_2 = 0,35$ m innan den stannar (se figur). Beräkna friktionstalet mellan klossen och bordet.



4. En intressant metod att bestämma avståndet till en stjärna möjliggjordes då en ny stjärna (en nova) observerades i juni 1918. (Nova Aquilae; V603Aql). En samtida observation av stjärnans spektrum visade dopplärförskjutna absorptionslinjer motsvarande en hastighet av 1700 km/s. I juni 1926 observerade man runt stjärnan ett svagt töcken som var 16" (16 bågsekunder) i diameter. Beräkna avståndet till Nova Aquilae lämpligen uttryckt i ljusår.

5. Fotot är taget med en kamera vars objektiv kan betraktas som en tunn lins. Linjalen som är 25 mm "hög" är placerad i vinkel (35°) med optiska huvudaxeln och så att skalstreck 33 avbildas skarpt i mitten på filmen. Avståndet mellan objektivet och 33-strecket är 292 mm.



- a) Beräkna med hjälp av mätning på fotot med den avbildade mm-skalan objektivets brännvidd och avståndet mellan filmen och objektivet.
- b) Som framgår av fotot blir bilderna av punkter på linjalen oskarpa om de ligger mer än ungefär 10 mm från 33-strecket. Varje föremålspunkt ger en s.k. oskarpecirkel vars storlek beror av bländaröppningen. Beräkna oskarpecirkelns diameter om bländartalet (förhållandet brännvidd/objektivdiameter) är 8 och föremålspunkten ligger 10 mm framför 33-strecket.

6. Två stålkulor är fastlödda i metalltrådar och kopplade till en kondensator med kapacitansen $72 \mu\text{F}$ över en resistor med resistansen $6,4 \Omega$ (se fig.6.). Kulorna är upphängda så att de kan pendla och stöta mot varandra mitt under upphängningspunkten. Kondensatorn laddas upp och ansluts sedan till

en skrivare som registrerar spänningen över kondensatorn som funktion av tiden. Kondensatorn urladdas relativt långsamt genom skrivaren (skrivaren har en ingångsresistans på ungefär $3 \cdot 10^5 \Omega$). Under detta förlopp bringas kulorna att upprepade gånger stöta samman varvid kondensatorn dessutom urladdas över $6,4 \Omega$ -resistorn genom kulorna. Skrivarens registrering visas i fig.6b. I diagrammet motsvarar 1 skaldel i horisontell led 3,0 s och 1 skaldel i vertikal led 1,00 V.

Beräkna den tid kulorna är i kontakt under ett stötförlopp.

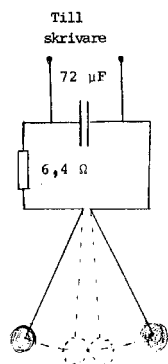


Fig.6a

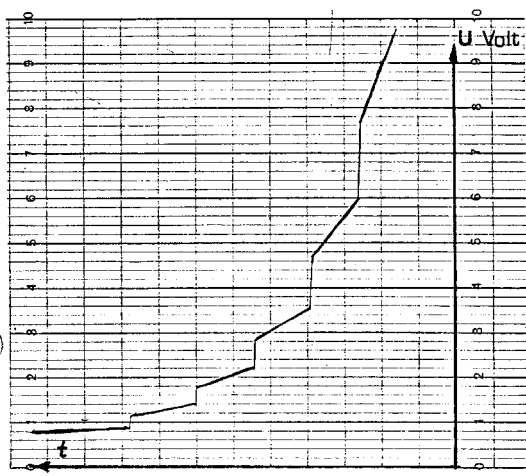


Fig.6b

7. Historiker har antagit att Napoleon Bonaparte avled på S:t Helena 1821 av kronisk arsenikförgiftning orsakad av arsenikinblandning i födan. Ett stöd för en sådan hypotes fick man i början av 1960-talet då man tyckte sig kunna påvisa arsenik i några av Napoleons hårstrån. Med förfinade analysmetoder har denna undersökning upprepats och nyligen publicerats i *Nature* (14 oktober 1982).

Några av Napoleons hårstrån som tillsammans vägde 12 mg bestrålades med termiska neutroner vid en reaktor i Toronto varvid eventuellt närvarande $^{75}_{33}\text{As}$ kunde infånga neutroner enligt $^{75}_{33}\text{As} + n \rightarrow ^{76}_{33}\text{As}$. Hårstråna anbringades i reaktorn på ett sådant sätt och under så lång tid att sannolikheten för att en arsenikkärna skall omvandlas är $4,8 \cdot 10^{-8}$ (d v s av 10^8 kärnor omvandlas i medeltal 4,8 stycken).

$^{76}_{33}\text{As}$ är en radioaktiv isotop som sönderfaller till $^{76}_{34}\text{Se}$ med en halveringstid av 26,6 timmar. Vid sönderfallet emitteras γ -strålning med fotonenergin 0,56 MeV som i detta experiment detekterades med en halvledardetektor.

Mätningen av preparatets aktivitet startade 7 timmar efter bestrålningens upphörande. Mätningen pågick i 10 minuter. Antalet $^{76}_{34}\text{As}$ -sönderfall i hårprovet bestämdes till $2,3 \cdot 10^4$ under denna tid. Beräkna halten arsenik i hårprovet i ppm (parts per million). Det finns endast en stabil arsenikisotop $^{75}_{33}\text{As}$.

(Anmärkning. Initiativtagarna till experimentet drog ur resultaten slutsatsen att Napoleon ej dog av arsenikförgiftning.)

8. En exciterad elektronnivå i en atom eller jon avklingar med en karakteristisk halveringstid τ , till ett energetiskt lägre tillstånd under fotonutsändning. Denna process är liksom det radioaktiva sönderfallet en statistisk process.

Experimentella bestämningar av τ är av stort intresse för förståelsen av atomens uppbyggnad. Dessutom har halveringstider viktiga tillämpningar inom astrofysik och plasmafysik med fusionforskning. Enda sättet att bestämma halveringstiden hos flerfaldigt joniserade atomers energinivåer är att använda så kallad "beam-foil" teknik, som bygger på användandet av accelerators. Vid denna metod accelereras jonerna till en välbestämd energi och får sedan passera genom en tunn kolfolie (c:a $20 \mu\text{m}$), varvid jonerna exciteras utan att bromsas nämnvärt. Den strålning, som avges från jonstrålen efter passagen av folien studeras med en monokromator som "plockar ut" fotoner av bestämd frekvens vilka sedan räknas i en fotonräknare (se fig.). Antal räknade fotoner som funktion av avståndet x studeras.

Vid ett experiment erhöles data enligt tabellen när syrejoner med energin 9,6 MeV träffade foliet och en övergång i sexfaldigt joniserat syre studerades. Bestäm ur dessa data halveringstiden för det aktuella tillståndet i syre.

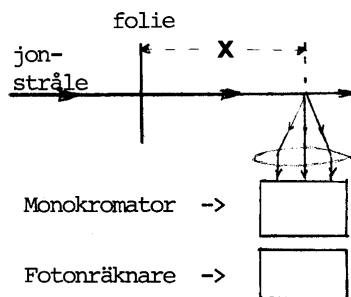


Fig. 8

Avstånd x/mm	Antal fotoner per 3 min
4	2017
8	1849
12	1853
20	1765
28	1654
40	1517
70	1199
100	961
130	742
180	498

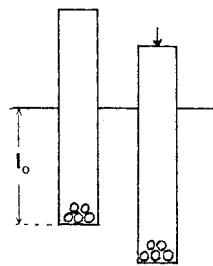
KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 31 januari 1984

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. En cykelgenerator för seriekopplad fram- och baklykta är märkt 6V/3W. Man vill att framlyktan skall ha 4 ggr så stor effekt som baklyktan. Hur bör glödlamporna dimensioneras, d v s vilken märkspänning och vilket watt-tal skall glödlamporna helst ha, om man vill utnyttja generatoren rätt. Generators inre resistans försummas.

2. A cylinder is weighted at one end so that it floats vertically upright in water. In equilibrium it extends a distance $\ell_0 = 10$ cm below the water surface (see the figure). Prove that if the cylinder is pushed down slightly and released it will oscillate harmonically. Calculate the frequency when effects from friction and currents are neglected.

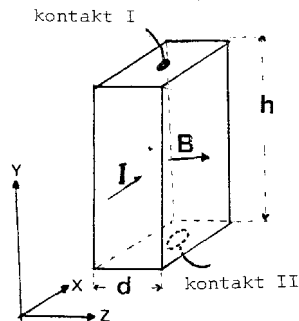


3 Ett lod som hänger fritt på en bestämd plats på jorden påverkas av två krafter. Dels av jordens dragningskraft, dels av en tröghetskraft "centrifugalkraften", på grund av jordrotationen. Resultanten av dessa ger lodlinjen.

a) Hur mycket skulle lodlinjen ändras på 60° nordlig latitud om jordrotationen upphörde? Jorden kan behandlas som en sfär med radien $R = 6,37 \cdot 10^6$ m.

b) Med hur många procent skulle då tyngdaccelerationen ändras.

4. I en dopad halvledare sker laddningstransporten genom tillsatta störatomer som antingen tillför fria elektroner eller fria "hål". Hålen motsvarar ett underskott av elektroner och fungerar som positiva laddningar som kan röra sig fritt i kristallen. En laddningstransport som huvudsakligen sker med elektroner kallas *n-typ*, en som sker med hål kallas *p-typ*. En dopad kiselkristall är placerad enligt figuren. En ström sänds i *x*-led och ett magnetfält *B* är pålagt i *z*-led.



Laddningarna som alstrar strömmen påverkas av magnetfältet så att ett elektriskt fält, E , bildas i y -led, E_y , så kallade *hallfältet*. För hallfältet gäller

$$E_y = \frac{I}{neA} \cdot B \text{ där } A \text{ är kristallens tvärsnittsarea i } yz\text{-planet, } I \text{ strömmen, } e \text{ är}$$

elektronens laddning och n är antalet laddningsbärare per volym.

a) I ett aktuellt fall uppmäter man spänningen 10 mV mellan kontaktarna I och II då strömmen var 1,0 mA och magnetfältet 0,16 T. Provets tjocklek d var 0,010 mm. Anta att materialet antingen är en ren p-ledare eller en ren n-ledare. Beräkna laddningsbärarkoncentrationen samt vilken typ av laddningar vi har om kontakt II blir positiv.

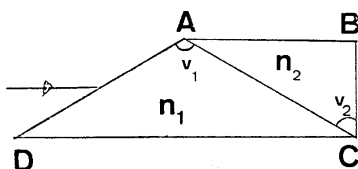
b) Beräkna förhållandet mellan antalet störatomer och antalet kiselatomer om varje störatom ger upphov till en laddningsbärare. Densiteten för kisel är 2330 kg/m^3 .

c) Härled formeln för E_y ovan.

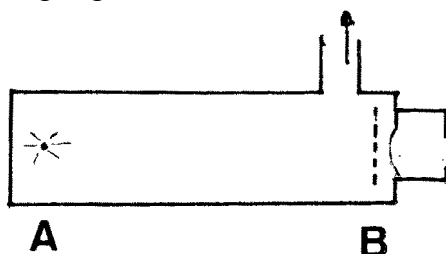
5. För att erhålla en uppdelning av ljus i olika färger utan att samtidigt få en avböjning kan man använda ett så kallat *raksiktsprisma*. Principen visas i figuren. Vinkeln $\nu_1 = 120^\circ$ och vinkeln $\nu_2 = 60^\circ$.

Brytningsindex för glassorterna ges av relationerna $n_1 = 1,50 + d$ och $n_2 = 1,70 + 3d$ där $d = 5,0 \cdot 10^3 / \lambda^3$ när λ anges i nanometer.

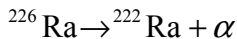
Beräkna våglängden för en stråle som infaller parallellt med DC och som efter passagen genom prismet har samma riktning. Prismat omges av luft.



6. Det antal molekyler som finns i en mol av ett ämne, *Avogadros konstant* N_A , är en av fysikens viktigaste konstanter. För att mäta den kan man använda en apparat enligt figur.

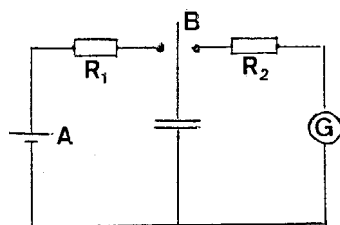


Ett radioaktivt preparat som innehåller $1,81 \mu\text{g}$ ^{226}Ra är placerat i punkten A och fungerar som en punktformig strålningskälla. En skärm är placerad i punkten B. Den är preparerad så att en svag ljusblxt (en så kallad *scintillation*) avges då den träffas av en α -partikel. Apparaten evakueras och scintillationerna observeras genom ett mikroskop. Avståndet AB uppmättes till 80 mm och man observerade $0,80$ scintillationer/($\text{mm}^2 \cdot \text{s}$). ^{226}Ra sönderfaller med halveringstiden $T_{1/2} = 1622$ år enligt



Beräkna ur uppgifterna ovan N_A . (Metoden är en av de första där denna betydelsefulla konstant mättes.)

7. I bredvidstående kopplingsschema är A en spänningskälla med en fix polspänning om 5,00 V. B är en vippkontakt som med hjälp av en växelströmskälla svänger med frekvensen 400 Hz mellan de båda kontaktarna. Under ett svängningsförlopp kan man räkna med att kontakten sluter kretsen så att kondensatorn



uppladdas under 1 ms och sedan sluts kretsen så att kondensatorn urladdas genom galvanometern under 1 ms. Den övriga tiden åtgår till fjäderns rörelse. Kondensatorn utgörs av en plattkondensator där plattornas area är 308 cm^2 . Mellanrummet mellan plattorna är fullständigt utfyllt med ett plastmaterial.

Förutom denna kapacitans förekommer i kretsen en konstant parallell strökapacitans som man vid en noggrann mätning måste ta hänsyn till. För övrigt är $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ och $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$. Galvanometerns resistans kan försummas.

Vid en försöksserie erhöles följande värden då man mätte strömstyrkan I genom galvanometern som funktion av plattavståndet d .

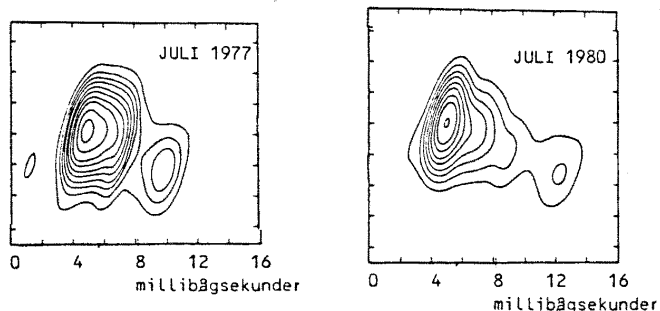
d / mm	2,0	3,0	4,0	8,0	14,0	20,0
$I / \mu\text{A}$	1,44	1,01	0,78	0,45	0,31	0,26

a) Rita upp strömstyrkan som funktion av det inverterade plattavståndet $1/d$ och beräkna med hjälp av diagrammet dielektricitetskonstanten för plasten samt strökapacitansen.

(Om Du kan räkna ut ett bra närmevärde för dielektricitetskonstanten utan att bry dig om strökapacitansen ger detta också poäng)

b) Uppskatta hur noggrant vårt antagande är att kondensatorn varje gång laddas helt upp och helt ur.

8.



Figurerna ovan anger två radiokartor av ett mycket avlägset astronomiskt objekt, den så kallade kvasaren 3C273, upptagna med tre års mellanrum. Mätningar av rödförskjutningen visar att denna kvasar ligger på cirka $3 \cdot 10^9$ ljusårs avstånd från jorden. Ändringen i strukturen tyder på att kvasarens delar rör sig i förhållande till varandra.

a) Antag att denna rörelse sker vinkelrät mot riktningen till jorden och beräkna motsvarande värde på relativa hastigheten v_s .

Vid första påseende verkar det som om denna hastighet skulle vara den minsta relativa hastighet som är förenlig med mätningarna men eftersom man får ett värde på v_s som är större än ljusfarten måste något vara fel. För att förklara observationerna utan att anta överljusfarter har man gjort antagandet att kvasarens vänstra del i figuren ovan är i vila i förhållande till jorden, medan den högra rör sig snett emot oss med en hastighet nära ljusets så att de radiovågor som avbildar de olika delarna avgetts vid olika tidpunkter.

b) Härled en formel för den ovan definierade skenbara hastigheten v_s om vi känner den högra delens hastighet (v_0) snett mot jorden och om denna hastighet bildar vinkeln φ med riktningen till jorden. Visa att v_s då kan bli större än ljushastigheten.

c) Vilket värde måste v_0 minst ha för att förklara figuren ovan.

Kommentar

1984:8. Uppgiften är intressant eftersom en första naiv räkning verkar ge som resultat att ett astronomiskt objekt rör sig med överljusfart. Detta visar sig dock vid en noggrannare räkning bara vara en skenbar effekt.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 5 februari 1985

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

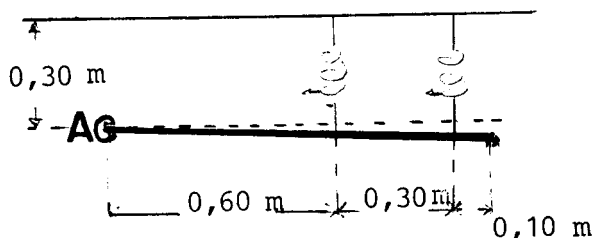
1. The rating stamped on three electric light bulbs are 60 W, 60 W and 120 W. The bulbs are designed to operate on 110 V but are to be used with 220 V. Draw the circuit, using no circuit elements other than the bulbs, that will enable them to operate properly at the higher voltage.

2. En spindel och en lus rör sig på ytan av en sfärisk glaskula. Kulans radie antas mycket större än krypen. Var skall spindeln befinna sig relativt lusen för att genom kulan direkt kunna se

a) lusens fötter som berör glaset

b) lusens kropp som befinner sig omedelbart utanför kulan.

3. En homogen stav med massan 4,0 kg och längden 1,00 m är fastsatt i ett friktionsfritt gångjärn vid A, 30 cm under ett tak enligt figuren.



I stängen är också fästade två likadana dynamometrar som har längden 30 cm då de är obelastade.

Vad visar de båda dynamometrarna då staven hänger i jämvikt?

4. Järn har atomnumret 26 och atomvikten 56. Anta att vi från ett gram järn kunde isolera alla atomkärnor och placera dem som en laddning på månen och sedan placera alla elektronerna som en laddning på jorden. Med vilken kraft skulle de två laddningarna påverka varandra?

Avståndet mellan jorden och månen är 380 000 km.

5. I ett hus, som ligger 200 meter söder om en landsväg, som går i öst-västlig riktning, står en TV-mottagare. Sändaren, som befinner sig på stort avstånd rakt sydöst om huset, sänder på frekvensen 60 MHz. Då en buss

passerar längs vägen fladdrar bilden och då bussen befinner sig mitt för huset är fladderfrekvensen 2,0 Hz. Beräkna bilens hastighet.

6. Anta att en planet har massan M och att två sinsemellan likadana satelliter med massan m och radien r befinner sig utanför denna. Satelliterna rör sig i cirkulära banor så att den ena ligger precis utanför den andra (de tangerar varandra) och avståndet från tangeringspunkten till planetens centrum är R .

a) Studera gravitationskrafterna mellan planeten och satelliterna och mellan satelliterna inbördes i någon förenklad modell. Visa att villkoret för att satelliterna skall hållas samman av gravitationen blir att de befinner sig på ett avstånd R från planetens centrum så att

$$R > R_r = \left(\frac{Q \cdot M}{\pi \cdot \rho} \right)^{1/3}$$

I formeln är ρ satelliternas densitet och Q en konstant som beroende på din modell ligger någonstans mellan 5 och 15. R_r kallas *Rochegränsen*.

b) Detta innebär att en satellit som rör sig innanför R_r kommer att söndersmulas av gravitationskrafterna. Detta förklarar ett känt fenomen inom planetsystemet. Vilket?

7. En så kallad koboltkanon innehåller en viss mängd av den radioaktiva koboltisotopen ^{60}Co . Vid sönderfall utsänds gammastrålning (2 fotoner per sönderfall). Koboltkanoner används bland annat för patientbestrålning inom sjukvården. Koboltkanonen, som omtalas i tidningsartikeln härintill, anges ha aktiviteten $1,5 \cdot 10^{13}$ Bq (Bq står för *becquerel* och är definierad som antal sönderfall per sekund).

a) Beräkna vikten på koboltkanonens aktiva del, d v s hur stor mängd av isotopen ^{60}Co som fanns i "kanonen". Som hjälp får du att halveringstiden $T_{1/2} = 5,26$ år för ^{60}Co och atomvikten är 60.

Koboltkanonen såldes av misstag som skrot och blandades med 7 000 ton järnskröt för framställning av bland annat bordsskivor av stål.

Koboltkanon på soptippen

Det var i november 1983 som man vid ett sjukhus i staden Juarez i norra Mexiko av misstag slängde kobolt-kanonen på soptippen. Järnavfallet smältes ner i ett stålverk och omvandlades till 7 000 ton stångjärn. 1 000 ton exporterades till USA och resten spreds över Mexiko. I en fabrik användes 1 000 ton till att göra 30 000 bordsskivor, som såldes i 20 amerikanska delstater.

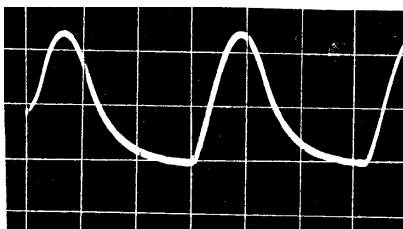
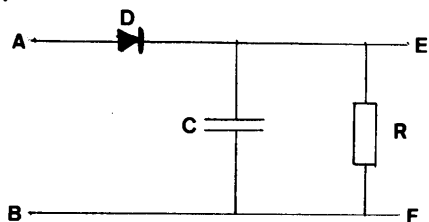
Tre månader efter händelsen, i januari i år, upptäckte de amerikanska myndigheterna av en tillfällighet att stålprodukterna var radioaktiva. Ett parti järnstänger hade sålts till atomforskningscentret i Los Alamos. Där satte det i gång larmsystemet och upptäckten var gjord.

b) Beräkna aktiviteten per cm^3 järn, om man dels antar att kobolten fördelades jämnt i järnet, dels att ingen mängd gick förlorad vid nedsmältningen. Densiteten för järn är $7\,850\text{ kg/m}^3$.

För allmänheten bosatt kring kärnkraftverk gäller en högsta tillåten dosekvivalentrat på $100\text{ }\mu\text{Sv/år}$ för den strålning som kan komma från kärnkraftverket ($\mu\text{Sv} = \text{mikrosievert}$). Detta motsvarar för γ -strålning av den energi som ^{60}Co utsänder ett flöde av ungefär $\frac{1}{2}$ foton per cm^2 och sekund.

c) Vad drar du för slutsats om samma gräns för tillåten dosekvivalentrat används för vistelse nära bordsskivan?

8.



I kretsen ovan har kondensatorn kapacitansen $C = 0,10\text{ }\mu\text{F}$. R är en resistor med okänd resistans. Dioden D förutsätts ideal. A och B ansluts till en tongs generator med frekvensen $0,20\text{ kHz}$ och ett oscilloskop ansluts vid E och F. Bilden ovan är ett foto av oscilloskopskärmen där en skadel i vertikal led motsvarar $0,83\text{ V}$. Bestäm genom mätningar på fotografiet medeleffektutvecklingen i resistorn R .

Kommentarer

1985:7. Uppgiftens verklighetsunderlag visar att även en mycket liten mängd radioaktivt material, i detta fall omkring $1/2$ gram kobolt utspädd i 7000 ton järn fortfarande har en livsfarlig aktivitet.

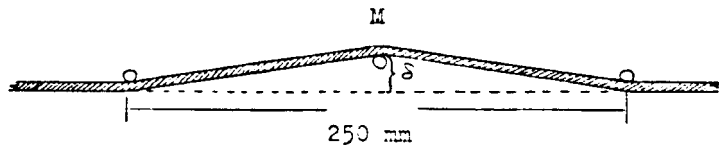
1985:8. Uppgiften var en av de experimentella uppgifterna på den internationella fysikolympiaden 1984 i Sigtuna, Sverige.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

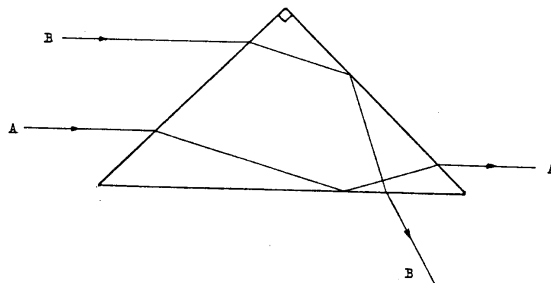
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 21 januari 1986

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. People such as lift repairers, towing specialists and yachtsmen often want to know the size of the tension force in a rope or wire when there is no access to a free end. A British firm now manufactures a meter which clips on to the rope. A lever is operated to introduce a small deflection in the rope (see figure). The meter then straightforwardly measures the restoring force orthogonal to the rope at M. Derive an expression from which the tension force in the rope can be calculated. Calculate the tension when the deflection is 12 mm and the restoring force 300 N.



2. Parallella ljusstrålar faller in mot ett rätvinkligt, likbent prisma (se figur). Ljusstrålarnas infallsriktning är parallell med prismats bas (hypotenusan). Vissa strålar kommer då att bete sig såsom stråle A, d v s komma ut på andra sidan enbart parallellförskjutna. Andra strålar går som B. Man vill genom att "hugga av toppen" på prismat eliminera strålar av typ B.



- Beräkna hur stor del av prismat som skall tas bort. Brytningsindex för glaset är 1,52.
- Ett avlägset hus betraktas genom prismat så att strålarna från huset passerar såsom i A. Vad ser man?

3. Hjärtat på en människa pumpar cirka 80 ml blod i varje hjärtslag. Övertrycket i hjärtat är under hjärtslaget i medeltal 16 kPa. Uppskatta hjärtats nettoeffekt. Antag en puls på $\frac{70}{49}$.

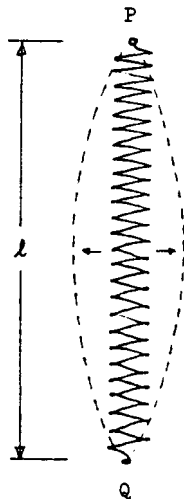
4. Ett aluminiumverk får elektrisk energi via två högspänningskablar av aluminium (fram- och återledning). Avståndet mellan elenergiverket och aluminiumverket är 50 km. Spänningen vid aluminiumverket är 100 kV. 3% av levererad effekt går bort som förluster i ledningarna. I aluminiumverket framställs aluminium genom elektrolys. Man vet att reaktionen

$\text{Al}^{3+} + 3e^- \rightarrow \text{Al}$ kräver 15 eV/atom. Hur lång tid tar det för verket att framställa aluminium till sina egna ledningar?

5. En fjäder är vertikalt upphängd mellan två punkter P och Q . Man låter en sådan fjäder utföra transversella svängningar som figuren visar. Man undersöker hur svängningarnas frekvens f , beror av avståndet $PQ = \ell$ = fjäderns längd ℓ . Resultatet av en sådan mätning visas i tabellen.

Frekvensen har mätts genom att räkna svängningarna under tio sekunder med en räknare och sedan dividera med tio.

Fjäderlängd ℓ / (mm)	Frekvens f / (Hz)
210	7,6
300	10,2
373	10,9
522	11,9
600	12,2



Beteckna fjäderns längd i viloläge den så kallade naturliga längden, med ℓ_0 . Man vet att farten v , för transversella vågor på en fjäder, teoretiskt ges av $v = \sqrt{F/\mu}$, där F är spänningen i fjädern och μ är fjäderns aktuella massa per längd.

Härled ett teoretiskt samband mellan frekvens f och fjäderlängd ℓ .

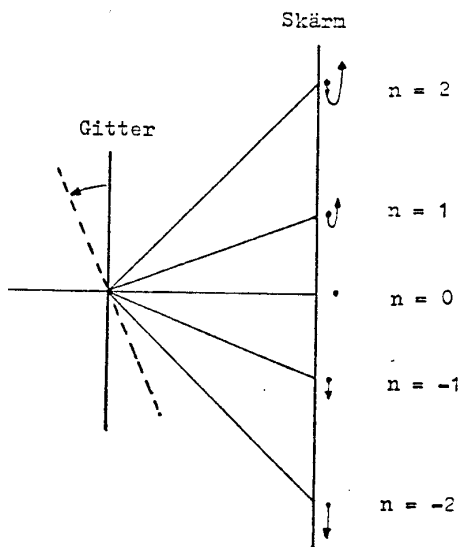
Rita sedan ett lämpligt diagram i vilket teori och experimentella data kan jämföras. Bestäm ur diagrammet fjäderns naturliga längd samt dess massa om man vet att fjäderkonstanten är 9,8 N/m. På grund av fjäderns egen massa är fjädern något mera uttänjd i sin övre del, jämfört med den nedre. Inverkan av detta kan försummas.

6. Figuren visar hur en laserstråle avböjs i olika ordningar vid genomgången av ett gitter. Om gittret vrids moturs kring en axel parallell med ritsarna, kommer ljusfläckarna på skärmen att röra sig enligt figuren nedan.

Gitterkonstanten är $1,75 \mu\text{m}$ och laserljuset har våglängden 633 nm .

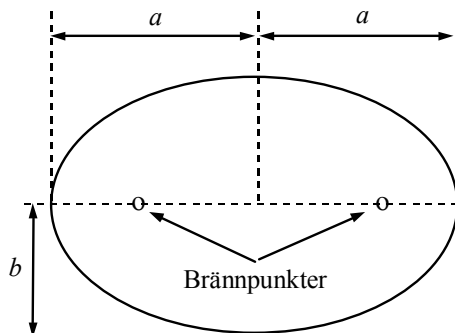
a) Hur stor vinkel skall gittret vridas för att strålen med $n = 2$ skall återvända till sitt ursprungliga läge?

b) Vid vilken vinkel "vänder" strålen för $n = 2$?



7. Halleys komet rör sig kring solen i en långsträckt ellips med solen i ena brännpunkten. Perioden (omloppstiden) är $76,0 \text{ år}$. När kometen är som närmast solen (perihelium) är dess avstånd till solen $0,59 \text{ AE}$, som längst bort (aphelium) är detta avstånd $35,3 \text{ AE}$ ($1 \text{ AE} = \text{astronomisk enhet} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$). Kometen rör sig i så kallad *retrograd* led d v s med en omloppsriktning i motsatt led mot planeterna.

För Halleys komet gäller, som för övriga medlemmar i solsystemet, Keplers andra lag: Linjen mellan kometen och solen, *radius vector*, överfar på lika tider lika stora areor.



- Bestäm förhållandet mellan största och minsta fart för kometen.
- Beräkna dessa farter?
- Kometen kommer den 9 februari 1986 att vara i perihelium. Vid detta tillfälle befinner sig jorden, solen och kometen approximativt på rät linje med jorden och kometen på var sin sida om solen. Gör en uppskattning av hur snabbt kometen rör sig uttryckt i grader/dag i förhållande till fixstjärnebakgrunden. Antag för denna uppskattning att kometens banplan och jordbaneplanet sammanfaller. (I själva verket bildar planen en vinkel på 18 grader mot varandra.)
En ellips utgörs av punkter sådana att summan av avstånden till två fixa punkter, *brännpunkterna*, är konstant och lika med dubbla storaxellängden a . Ellipsens area är πab .

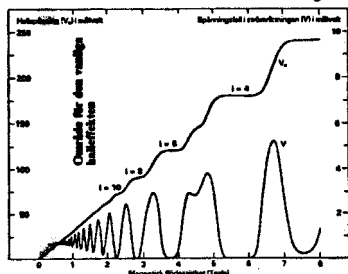
8. En elektron kan enligt kvantfysikens lagar beskrivas både som en partikel och som en våg. Då en elektron rör sig i ett plan vinkelrätt mot ett homogent magnetfält, påverkas den av en kraft som är vinkelrät mot rörelseriktningen. Detta leder till en cirkelrörelse om elektronen inte störs i sin rörelse. Vid låga temperaturer och höga magnetfält kan denna cirkelrörelse indirekt observeras i halvledare. *Klaus von Klitzing* fick 1985 års nobelpris i fysik för studier av denna s.k. kvantiserade Halleffekt.

I en vågmodell måste ett helt antal våglängder av elektronens "våglängd" få plats utefter elektronens cirkelbana. I mikrokosmos blir därför endast vissa cirkelbanor tillåtna.

- Visa att arean av dessa cirklar är kvantiserade till bestämda värden vilka är omvänt proportionella mot magnetfältets styrka.
- Beräkna den minsta möjliga cirkelarean om magnetfältets styrka är 5,0 T.

Bifogade tidningsartikel (Svenska Dagbladet 20/10 1985) innehåller inte något som behövs för lösningen av ovanstående problem, men det kan vara intressant att se hur resultatet visar sig som experimentella kvanteffekter.

Visar fysikerna nya vägar



Hallspänning (mV) och spänning parallell med strömmen (V) i ett tvådimensionellt elektronsystem, en GaAs-heterostruktur, som funktion av magnetfält vid 1,1 Kelvin [1,1 grader över den absoluta nollpunkten] och en strömstyrka av 25,5 mA. Förkörtningen av plotter (markerade) utgör den kvantiserade Hall-effekten.

Ett betydelsefullt, roligt och vacker forskningsresultat har beräknats i år, menar Mats Jonson, docent i teoretisk fysik vid Göteborgs universitet.

MATS JONSON

Klaus von Klitzings upptäckt av den kvantiserade Hall-effekten blev känd 1980. Man förstod genast dess betydelse och när resultatet snart bekräftats i laboratorier över hela världen, såg många en blivande nobelpristagaren den knappt 40-åriga tyske fysikern. Men i år, bara fem år senare, tilldelar Vetenskapsakademien honom fysikpriset för en upptäckt som faktiskt var helt oväntad, en upptäckt som har fått stor betydelse och som dessutom innehåller en maktfull fysik. Vad var det egentligen han upptäckte?

Överraskande

I transistorer av en typ som finns i varje radioapparat är en del elektronerna bundna till gränsskiktet mellan två olika delar av transistorn. Där två dimensioner vid låga temperaturer bara kan röra sig i gränsskiktet, har man ett "tvådimensionellt" system. När en ström leds genom ett sådant gränsskikt kan man normalt inte mätas någon spänning över pla-

net vinkelrätt mot strömmen. Det kan man däremot göra om transistorn befinner sig i ett magnetfält.

Denna "vanliga" Hall-effekt är ett välkänt fenomen. Enligt en enkel modell skall denna Hallspänning vara proportionell mot strömförloppet. Men i ett sådant system som det som Mats Jonson beskriver, där strömmen är tvungen att röra sig i ett enda plan, blir Hallspänningen beroende av dessa storheter uttryckas med en enkel formel. Det har man stor praktisk nytta av i halvledarindustrin. Att elektronströmmen i elektronerna (ledningselektronerna) är en viktig storhet och mätas rutinmässigt med hjälp av Hall-effekten.

Halls förändring

Hall-effekten är ett elektromagnetiskt fenomen. Det dröjde länge innan man förstod vad elektricitet och magnetism egentligen är för något. Dansken H C Ørsted, var den förste som år 1820 fann (mit under en lektion för sina studenter i Köpenhamn) att en strömförande ledning fick en kompassnål att ändra riktning. Ingen hade tidigare sett ett samband mellan magnetism och elektricitet.

Ett drygt halvsäklare senare, speulerade en ung amerikansk

student, E H Hall, om att den "magnetiska kraften" som verkar på något slags partiklar i en strömförande ledning (elektronerna var ännu ej upptäckta). Han misstänkte att i så fall skulle en spänning i ledningsströmmen byggas upp vinkelrätt mot strömriktningen.

Hall lyckades mäta denna spänning och i dag är Hall-effekten ett välkänt fenomen. Vi vet nu också att elektriska och magnetiska fenomen är resultat av elektriskt laddade partiklars växelverkan med varandra.

Elektronbanan böjer av
En ström av elektroner som rör sig "framåt" genom en metallstav påverkas när vi lägger på ett magnetfält. Med lämplig riktning "uppslår" får den elektriska kraft som motverkar avlänkningen.

En jämvikt, där den magnetiska och elektriska kraften får elektronerna, inträffa (mycket snabbt) då den elektriska spänningen antagit ett värde som beror på magnetfältets styrka, elektronladdningen och provkroppens tjocklek. Ofta kan Hallspänningen beror av dessa storheter uttryckas med en enkel formel. Det har man stor praktisk nytta av i halvledarindustrin. Att elektronströmmen i elektronerna (ledningselektronerna) är en viktig storhet och mätas rutinmässigt med hjälp av Hall-effekten.

Halvledarteknologi

Von Klitzing studerade ett tvådimensionellt elektronsystem. Normalt hittar vi inga sådana i naturen, men redan på 50-talet visades teoretiskt att elektroner kunde tänkas bli inbäddade och bundna till gränsskiktet mellan en perfekt halvledare och ett perfekt isolerande material. Elektronerna skulle kunna vara "dynamiskt" tvådimensionella.

Teorin pådde dock med så starka krav på materialens rehet och skiktets planhet att det inte då var möjligt att prova den. Utvecklingen inom halvledarteknologi gick dock snabbt, och 1968 lyckades en forskargrupp i USA att i laboratoriet påvisa existensen av tvådimensionella elektronsystem i en typ av transistorer, s.k. MOS-FET-transistorer.

En mängd tekniska och grundvetenskapliga framskrid i studiet av tvådimensionella system har gjorts sedan dess. Ett

färdigt exempel är upptäckten av den kvantiserade Hall-effekten. Ett annat är utvecklingen av supersnabba komponenter för framtida datorer, där tvådimensionella skikt av elektroner med extremt hög rörlighet spelar en viktig roll.

Cirkelrörelser

Som vi såg påverkas en elektron som rör sig i ett magnetfält av en kraft vinkelrätt mot sin rörelseriktning. Beror vi från andra krafter leder detta till en cirkelrörelse (i metallar är rörelsen mer komplicerad, teorin för Hall-effekten i metallar var en tidig triomf för kvantfysiken). Normalt svävar cirkelrörelsen snabbt genom kollisioner med t.ex. föroreningar i materialet. Vid låga temperaturer, höga magnetfält och i mycket vana material är sådana kollisioner sällsynta och vi får verkligen en cirkelrörelse. För en sådan cirkelrörelse i mikro-kosmos gäller andra lagar än i makrokosmos, d.v.s. vår vanliga omgivning — kvantfysikens lagar!

En elektron kan enligt kvantfysiken beskrivas både som en partikel och som en vågrörelse. I den senare bilden måste ett jämnt antal våglängder få plats längs den cirkelbanan elektronerna beskrivs, annars skulle elektronvågen "släckas ut" sig själv. I mikro-kosmos är därför bara vissa cirkelbanor "tillåtna".

Teorin för denna slags elektronrörelse i ett magnetfält utvecklades av den ryske fysikern och nobelpristagaren L. Landau på 1930-talet. Han visade att arean hos ytor som begränsas av dessa banor är "kvantiserad" till bestämda värden, vilka står i omvärd proportion till magnetfältets styrka.

Också elektroner kan ha banor med samma radie (samma "kvantitet"), men kvantfysiken tillåter inte dessa banor att "röra vid" varandra. Denna "princip", som formulerades av fysikern och nobelpristagaren W Pauli, betyder här att antalet tillåtna banor med samma radie står i omvärd proportion mot den arean som täcks av en bana och därför i direkt proportion till magnetfältet.

När detta ökas kommer därför ibland elektronerna att

precis rätta till alla banor med de (i) minsta radierarna men inte till någon annan bana. Detta svarar mot en energimässigt fördelning fördelning på olika banor. För just dessa värden på magnetfältet ger den enkla modellen för Hall-effekten vi närmare nog exakt det värde på Hall-resistansen vid "trappstegen" som von Klitzing fann.

RH=h/e² eller

RH=25 812,80 i (ohm)=1/2

3...

Märkligt

Von Klitzings mätresultat avviker från teorin med 0,000001, motsvarande några cm av avståndet Ystad-Hälsjö. Många "dealers" borde leda till större korrekationer än så. Vi vet t.ex. att oändliga kollisioner hindrar många elektroner att nå botten till strömmen, vilket i hög grad borde påverka Hall-resistansen.

Märkligt nog kompenseras detta bortfall av ett annat strömmande elektroner precis av att de andra accelereras till högre hastighet. Von Klitzings upptäckt har, genom de många frågor den väckt om bl.a. denna effekt, öppnat ett nytt forskningsfält av största betydelse och aktualitet.

På grund av den extremt höga precisionen i den kvantiserade Hall-effekten kan den utnyttjas som standard (röskalkyl) för elektriskt ledningsmätning, ohm (a). Effekter har också möjliggjort en mätning av fastkroppskonstanter (a). Kvantiselektronikens dimensionella kopplingskonstant mellan materialet och det elektromagnetiska fältet. En precision känd som 0,4 är en viktig kontroll av kvantelektrodynamiken och andra moderna teorier inom atom- och partikelfysiken.

En ny och även den helt oväntad upptäckt gjordes i början av 1980-talet. Vid Bell-laboratorierna i USA fann man "trappsteg" som svarade på a. mot bråkdelstalen (alltså inte heltal som tidigare) 1/3 och 2/3.

Har här man att göra med en helt ny typ av kvantfenomen, där de olika elektronerna rör sig i mycket starkt kopplade till varandra. Denna effekt är för närvarande förmodligen för omfattande studier.

Kommentarer

1986:1. Snippets av en British Physics Institute utgiven liten periodisk skrift, svarar för denna och några andra uppgifter på fysiktävlingen.

1986:5. Vi har på många uppgifter på fysiktävlingen gett problem där det gäller att plotta data på lämpligt sätt. För att göra detta måste man ha en fysikalisk hypotes som gör att man plottar data så att man förväntar sig att de ligger på en rät linje. I den aktuella uppgiften extrapolerar man också linjen till ofysikaliska värden för att erhålla information om systemet.

1986:8. Halleys komet var högaktuell vid tiden för fysiktävlingen 1986 och inspirerade naturligtvis till denna uppgift.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

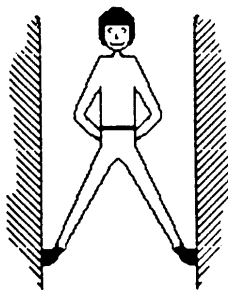
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 20 januari 1987

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Bergsklättrare använder ibland en teknik att ta sig upp mellan två lodräta klippväggar som illustreras i figuren. Anta att friktionstalet mellan skosulor och vägg är 1,2 och att benlängden på personen är 0,9 m.

a) Inom vilket intervall kan avståndet mellan klippväggarna variera om bergsklättraren skall kunna stå och "hänga" i det läge som visas.

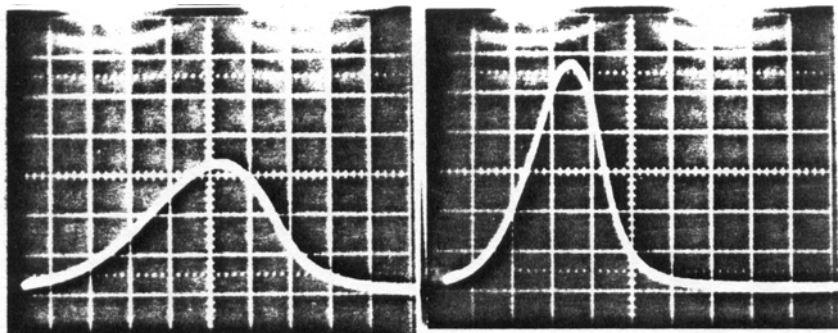
b) Beskriv hur ställningen skall ändras så att andra avstånd kan klaras av.

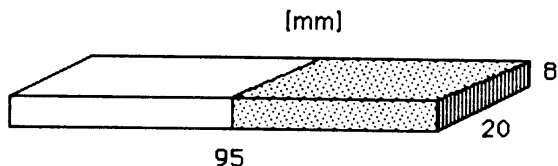


2. Ljutfarten i en gas kan antas proportionell mot gasmolekylernas medelfart. Medelvärde av rörelseenergin för gasmolekylerna vid en viss temperatur har samma värde oberoende av gas. Ljutfarten i luft vid $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ är 331 m/s. Beräkna ljutfarten vid $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ i vätsgas

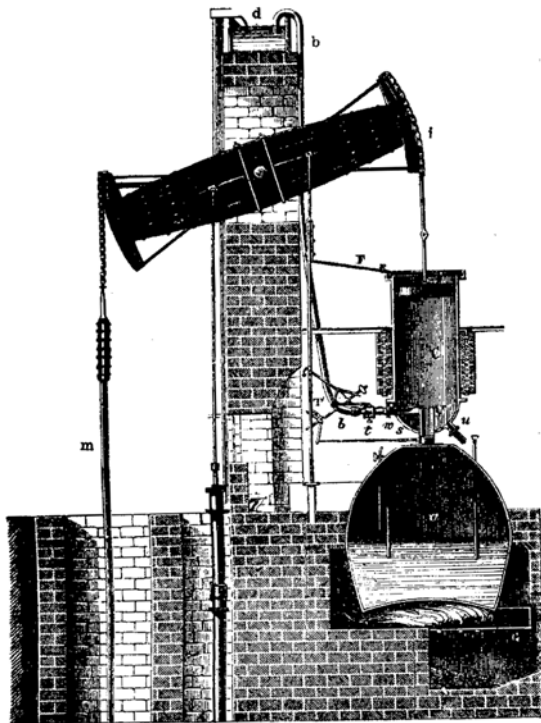
3. En spole utan järnkärna med 600 varv och en resistans av $11,8\text{ }\Omega$ kopplas till ett oscilloskop. Man placerar en permanentmagnet i hålet i spolen. Sedan drar man snabbt ut magneten och får då på oscilloskopets skärm en kurva. Foton visar resultatet av två sådana försök. Oscilloskopet var inställt på $0,2\text{ V/skaldel}$ i vertikal led och 5 ms/skaldel i horisontell led. Magnetens dimensioner framgår av figuren nedan.

Beräkna ett medelvärde av den magnetiska flödestätheten i magneten.





4. One of the largest of Newcomen's "atmospheric" steam engines built in the eighteenth century used a cylinder of 1,8 meter diameter, fitted with a piston with a stroke of 3,0 meters. In operation, the cylinder was first filled with steam of atmospheric pressure to extend the piston fully, and then a spray of cold water was injected to condense the steam very rapidly, leaving the cylinder essentially evacuated. Atmospheric pressure would then push the piston into the cylinder and, by means of suitable attachments to the piston, do work.

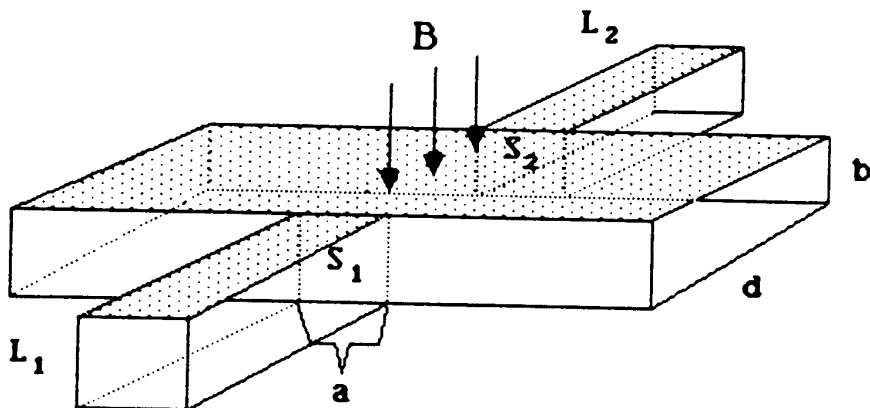


How much work would ideally the Newcomen engine do per stroke? If the engine operates at ten strokes per minute, what is the power? Also estimate the efficiency of the engine i. e. the fraction of the steam energy that is used to do work.

THOMAS NEWCOMEN (1663-1729) built the first steam engine in 1712. It was used to pump water from a mine and had a power of about 4 kW.

5. I vissa bridreaktorer används flytande natrium som kylmedel. För att transportera natriet i kylledningarna kan man använda en så kallad elektromagnetisk pump. En ström I leds in genom natriet i kylledningen via ändytorna S_1 och S_2 på två massiva ledare L_1 och L_2 . Samtidigt har man lagt ett homogent magnetfält med flödestätheten B över området mellan

ändytorna S_1 och S_2 . Härvid skapar man ett "tryck" som strävar att förflytta natriet i ledningen. Pumpen har fördelen att, förutom natriet självt, inte ha några rörliga delar

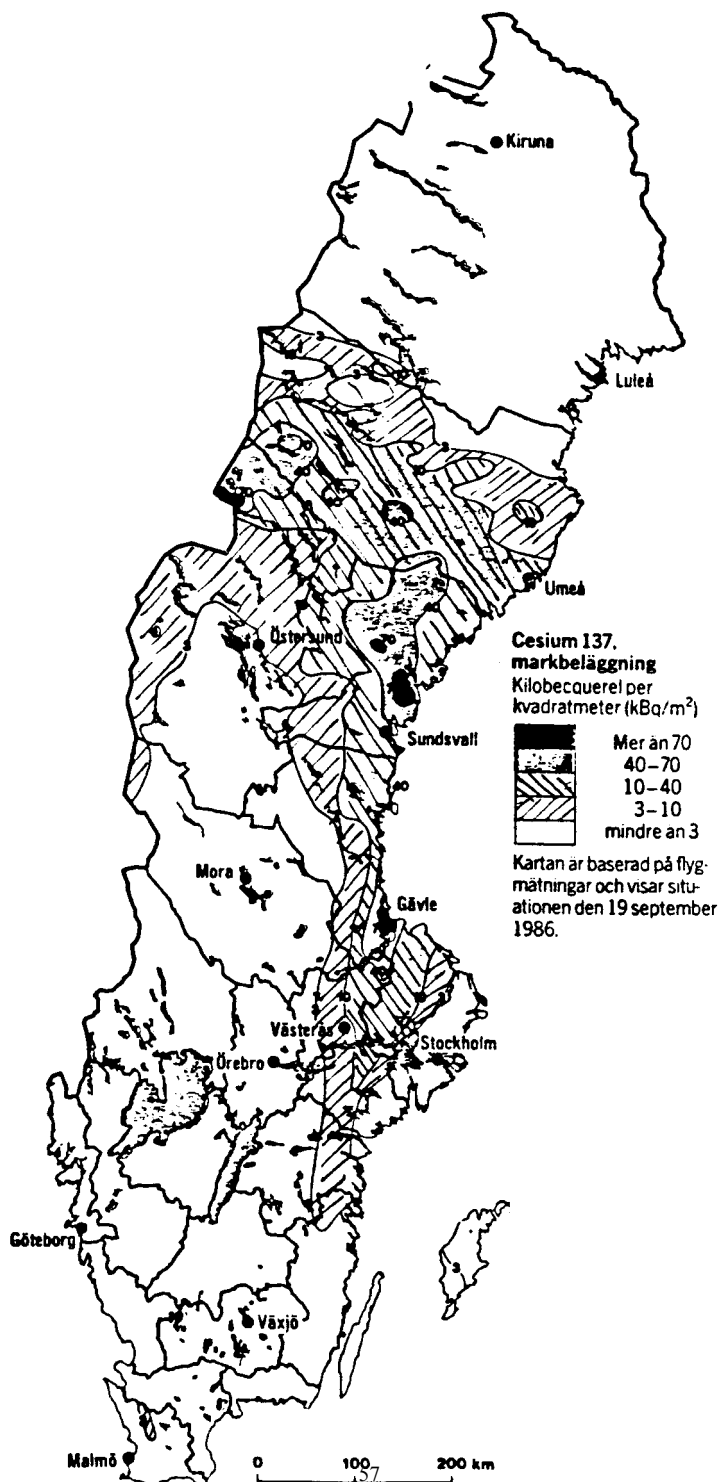


- Bestäm trycket, uttryckt i storheter givna i text och figur.
- Beräkna hur högt man kan pumpa natrium med en sådan pump om $d = 50\text{ mm}$, $b = 2,0\text{ mm}$, $a = 100\text{ mm}$, $B = 1,0\text{ T}$ och $I = 10\text{ A}$.

6. Som en följd av Tjernobylikatastrofen har delar av Sverige fått en radioaktiv beläggning på marken av bland annat cesium 137. Kartan visar aktiviteten från markbeläggning av denna isotop över Sverige i september 1986.

(Källa: *Efter Tjernobyl?* Statens strålskyddsinstitut 1986.)

Uppskatta hur många kilogram cesium 137 som detta totalt motsvarar. Halveringstiden för cesium 137 är 30 år.



7. En på lämpligt sätt utskuren platta av kvarts har egenskapen att ändra form då den utsätts för ett elektriskt fält. Omvänt uppträder motsatta elektriska laddningar på plattans ytor om den utsätts för tryck. Detta fenomen kallas *piezoelektricitet*.

När en sådan platta trycks samman och sedan släppes kommer den att uppföra sig som en massa fäst i en fjäder d v s den börjar vibrera med en viss bestämd egenfrekvens. Denna frekvens kan mätas mycket exakt på elektronisk väg.

En sådan platta kan användas för att mäta ytterst små mängder av luftföroreningar. Föroreningarna fastnar på kristallen, därvid ändrar sig det svängande systemets massa och därmed egenfrekvensen.

Tabellen visar mätdata där man belade en kristallyta med kända mängder av luftföroreningar, i tabell A med tobaksrök och i tabell B med vanlig "smuts" och sedan mätte ändringen i egenfrekvens.

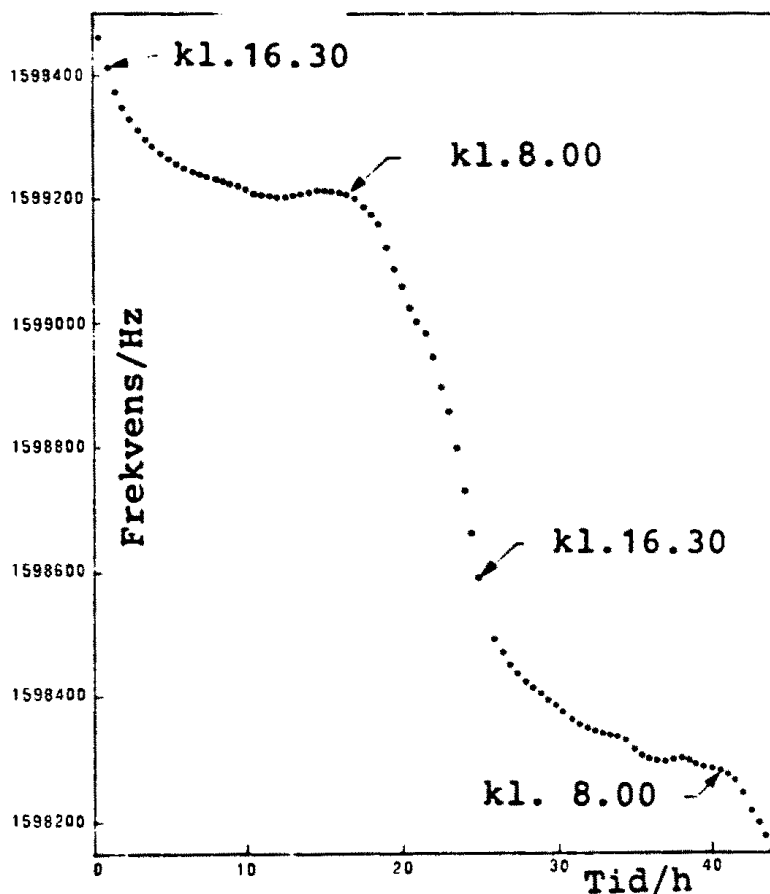
Tabell A		Tabell B	
$\Delta m/\mu\text{g}$	$\Delta f/\text{Hz}$	$\Delta m/\mu\text{g}$	$\Delta f/\text{Hz}$
395	-2120	410	-2320
375	-2030	325	-1790
300	-1735	300	-1610
255	-1455	260	-1385
230	-1305	200	-1105
155	-810	160	-890
40	-260	145	-750

Diagrammet visar en mätning med samma platta under en tid av cirka två dygn i en industribyggnad.

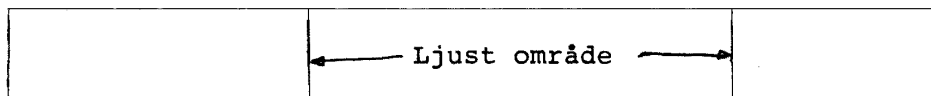
a) Bestäm medelvärdet av föroreningsbeläggning per timme på kristallen, dels under arbetstid dels under icke arbetstid.

b) Härled ett teoretiskt samband mellan frekvensändring och massan av föroreningen på kristallen.

c) Bestäm det svängande systemets massa för den aktuella kristallen.

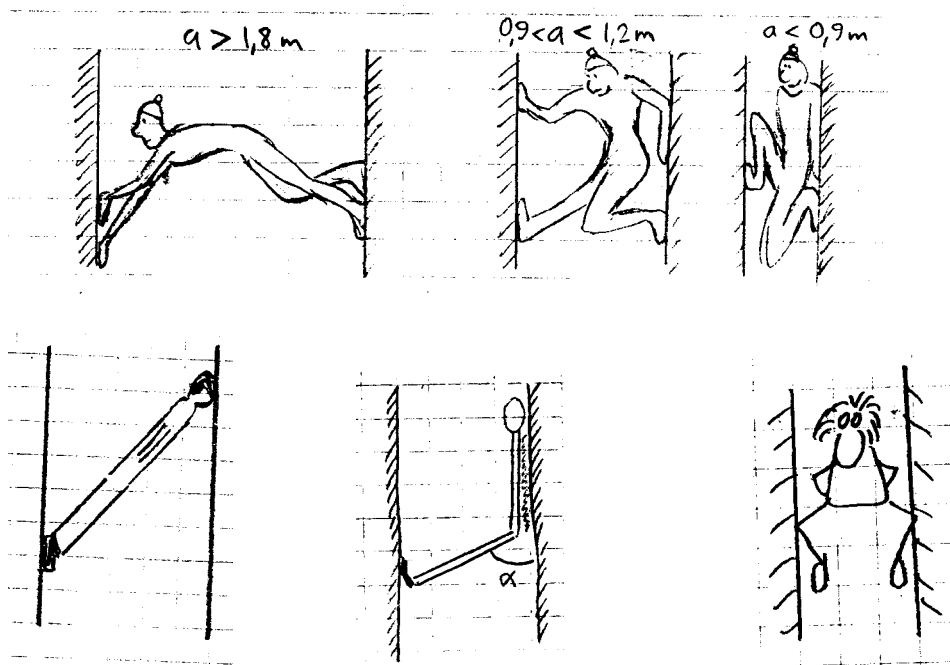


8. En glasbit har formen av en platt, rak halvcylinder. Man fäster en remsa tunt papper så att den precis täcker den buktiga delen av cylindern. Om sedan glasbiten hålles upp mot solen, så att solljuset faller in i ett plan parallellt med de två parallella glasytorna men i (nästan) godtycklig vinkel mot den återstående plana ytan, får man ett ljust område på remsan. Förklara detta! Gränserna mellan det ljusa området och omgivande mörka områden markeras på remsan och remsan tas av. Figuren visar en remsa från ett sådant försök. Bestäm glasets brytningsindex.



Kommentarer

1987:1. Ett egendomligt sammanträffande var att efter utskicket av tävlingsuppgifterna till skolorna strax innan 1987 års tävling gick av stapeln, visade man på svensk TV en dramadokumentär om Franz Schuberts liv. I en episod i denna dokumentär visade man hur en liten flicka klättrade upp mellan två dörrposter genom att utnyttja tekniken som beskrivs i uppgiften. Uppgift 1b inspirerade till ett stort antal roliga förslag hur en bergsklättrare skulle kunna hänga mellan två lodräta klippväggar. Några av dessa förslag visas här nedan.



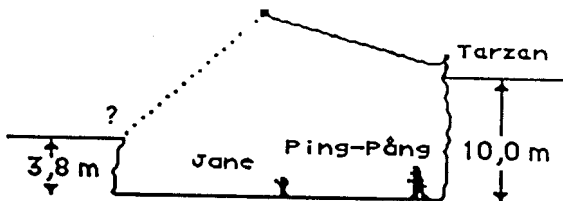
1987:6. En av de stora händelserna under 1986 var Tjernobylnkatastrofen då stora delar av Sverige utsattes för radioaktivt nedfall från den havererade reaktorn.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

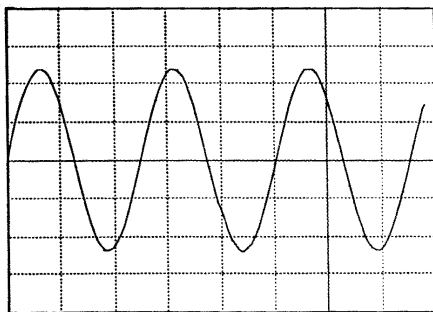
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 19 januari 1988

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Tarzan upptäcker Jane i en farlig belägenhet. Djungelns skräck, den illasinnade gorillan Ping-Pång är på väg mot Jane vars enda flyktväg spärras av en klippvägg. Tarzan griper tag en lian som är fäst i en lämpligt placerad trädgren och pendlar mot Jane som befinner vid pendelkurvans understa punkt. Där tar de (ganska omilt) tag i varandra och pendlar tillsammans vidare upp mot en räddande klippshylla. Kommer Tarzan att lyckas? Motivera svaret med beräkningar! Jane väger 50 kg och Tarzan 90 kg.



2. En spole består av 100 varv tunn koppartråd lindade på periferin till en platt, cirkulär spolstomme med diametern 140 mm. Spolen kan roteras kring en axel i cirkelns plan och genom medelpunkten. Spolens ändar är anslutna till ett oscilloskop. Spolen får rotera kring axeln i det jordmagnetiska fältet.



Axeln är då orienterad i öst-västlig

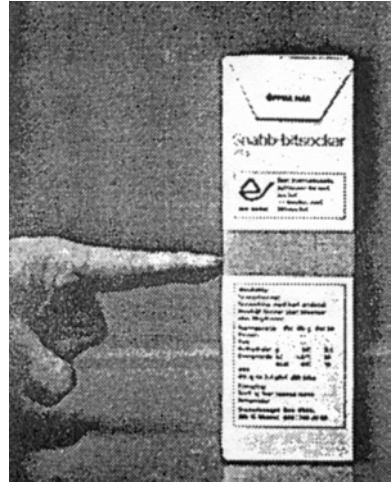
riktning. Man får en bild på oscilloskopskärmen som visas till höger.

Oscilloskopet är inställt på 5 mV/ruta i vertikal och 20 ms/ruta i horisontell led.

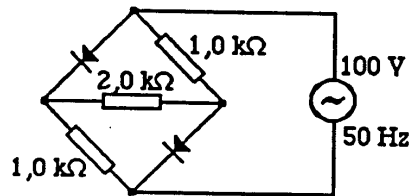
a) Beräkna den totala jordmagnetiska flödestätheten på platsen för experimentet.

b) Hur skall spolen roteras om man vill mäta den horisontella komponenten av den jordmagnetiska flödestätheten?

3. Fotografiet visar ett fullt sockerpaket som man trycker på från sidan med pekfingeret. Om man trycker med fingret högre upp på paketet, välter det åt höger. Om man trycker lägre ned, skjuts hela paketet framåt på underlaget. Det på fotografiet visade läget på pekfingeret är gränsfallet mellan dessa två resultat. Beräkna friktionstalet mellan sockerpaket och underlag.



4. Till en sinusformad växelspänning ansluts en krets enligt kopplingsschemat. Pilsymbolerna markerar ideala dioder som utan förluster släpper fram ström i pilens riktning men blockerar ström i motsatt riktning. Beräkna medeleffekten som utvecklas i resistorn med resistansen $2,0 \text{ k}\Omega$.

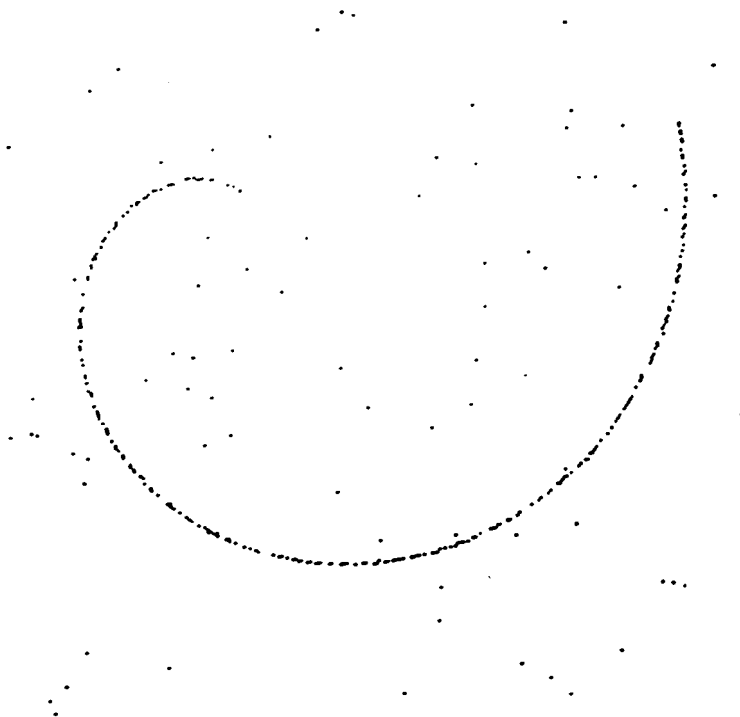


5. What amount of energy will be required to heat the air of a room with volume $27,0 \text{ m}^3$ from $0,0^\circ\text{C}$ to $20,0^\circ\text{C}$ if the pressure initially is 100 kPa ? Compute the energy in two cases:

- The room is completely sealed off from the environment.
- There is a small leak in the room to the outside where the pressure is 100 kPa . The room is heated slowly and the pressure in the room is constant.

Hint: There are two different ways of measuring the specific heat capacity of a gas. The first one is to have the gas enclosed in a constant volume. The second one is to allow the volume to vary but keeping the pressure constant. For air the specific heat capacity at constant volume, $c_V = 0,71 \text{ kJ}/(\text{kgK})$ and at constant pressure $c_p = 0,99 \text{ kJ}/(\text{kgK})$.

6. Bilden visar i naturlig storlek spåren av en laddad partikel som rört sig i en bubbelkammare. Bubbelkammaren är fylld med flytande väte. Partikeln joniserar vätemolekyler i sin väg. Dessa joner får det överhettade vätet att börja koka och man får en rad med små bubblor utefter partikelns bana. På bilden syns dessa som svarta punkter.

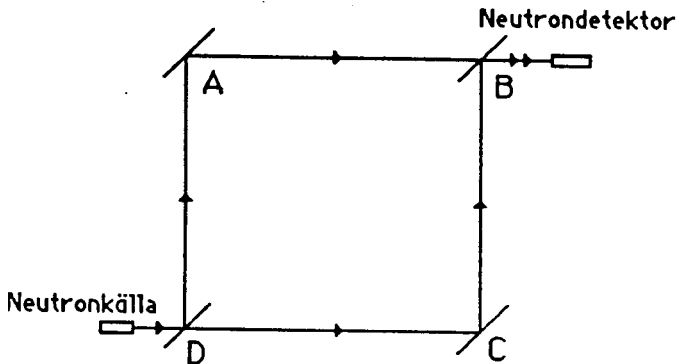


För joniseringen åtgår energi vilket medför att partikeln bromsas och så småningom stannar. I den aktuella bubbelkammaren minskar partikelns energi med $0,90 \text{ keV/mm}$.

Partikeln rör sig i bildens plan och vinkelrätt mot detta plan har man haft ett homogent magnetfält med flödestätheten $1,0 \text{ T}$ riktat vinkelrätt uppåt från bildens plan. Beloppet av partikelns laddning är $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, men man vet inte tecknet.

Bestäm partikelns massa och laddningens tecken och försök avgöra vad det kan vara för partikel.

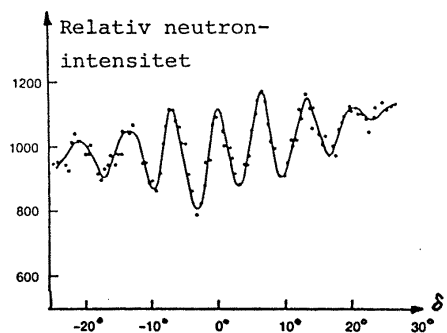
7. Enligt kvantmekaniken kan en materiell partikel uppfattas som en våg med en våglängd $\lambda = h/p$, där p är partikelns rörelsemängd och h är Plancks konstant. Ett experiment utfört 1975 av *R. Colella, A. Overhauser* och *S.A. Werner* visar detta på ett elegant sätt. Principiellt fungerar experimentet som följer. En stråle av icke-relativistiska neutroner med bestämd rörelseenergi skickas in i en anordning enligt figuren.



ABCD bildar en kvadrat med sidan 32 mm. A och C är neutronspeglar, kristaller av kisel, medan B och D är halvgenomskinliga neutronspeglar. Neutronstrålen splittras vid D upp i två vågor som sedan går vägar DAB respektive DCB. I B återförenas de och interfererar då. ABCD kan vridas kring en horisontell axel genom DC, så att vägen mellan A och B befinner sig på olika höjd i tyngdkraftfältet i förhållande till vägen som går mellan D och C.

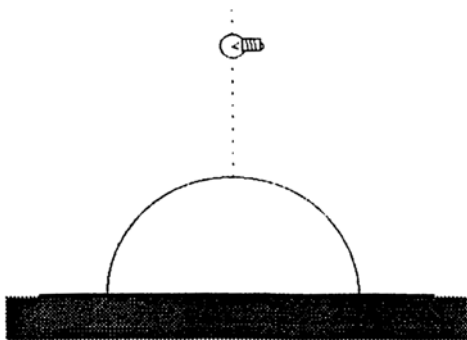
Man betecknar planet ABCD:s vinkel med horisontalplanet med δ . Denna vinkel varieras och man mäter antalet neutroner som registreras i detektorn. Resultatet av ett sådant experiment visas på figuren.

Förklara fenomenet och beräkna de i experimentet använda neutronernas våglängd och energi. För en neutron gäller att dess totala energi, d v s summan av läges- och rörelseenergi är konstant i tyngdkraftfältet.



Ledning: $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ om $x \ll 1$.

8. En halvklot av glas ligger med den plana sidan nedåt på ett millimeterpapper på ett bord. Man har en lampa med praktiskt taget punktformig glödtråd som kan flyttas vertikalt upp och ned längs halvklotets symmetriaxel. Beskriv en metod att bestämma glasets brytningsindex. Motivera metoden.



Kommentarer

1988:3. Denna uppgift visar hur man på ett synnerligen enkelt sätt kan bestämma ett friktionstal. Uppgiften gavs också som experimentell uppgift i fysiktävlingens final 2003.

1988:8. Under många år fick jag (Lars Gislén) mig tillskickat en ungersk matematisk och fysisk liten tidskrift. Den innehöll ofta intressanta problem, mitt problem var att de var skrivna på ungerska. Ibland kunde man dock gissa sig till vad det handlade om och på sista sidan fanns ibland en knackig engelsk översättning av några av problemen. Problemet med glödlampan kommer härifrån.

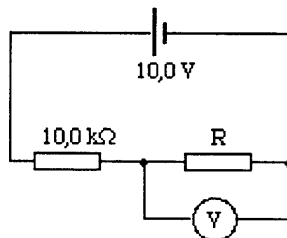
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

7 februari 1989

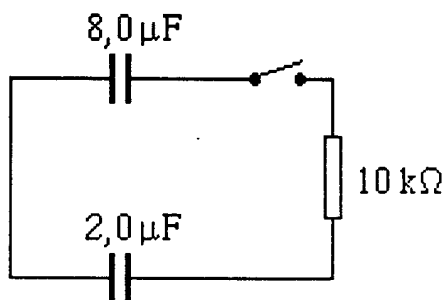
SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Voltmetern visar en spänning av 6,30 V över den okända resistorn R . Voltmetern är ganska dålig och har en resistans av 22 k Ω . Om man istället använder en bra voltmeter med en resistans på 10 M Ω , vad kommer den att visa?

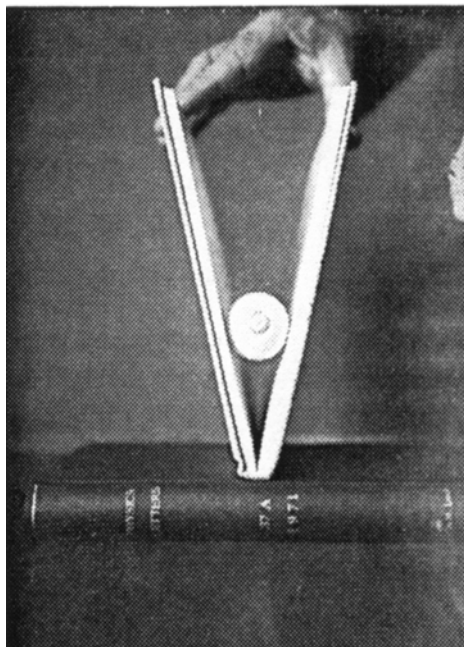


2. En högtalare ligger med öppningen uppåt på ett bord. Dess membran vibrerar harmoniskt upp och ned med frekvensen $f = 100$ Hz genom att man driver högtalaren med en växelspanning. Om man strör finkornig sand på membranet observerar man att när drivspänningen ökar över ett visst värde så börjar sandkornen att skallra. Bestäm amplituden på högtalarens svängningsrörelse när detta sker.

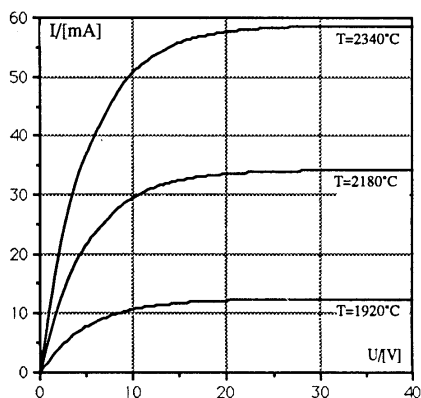
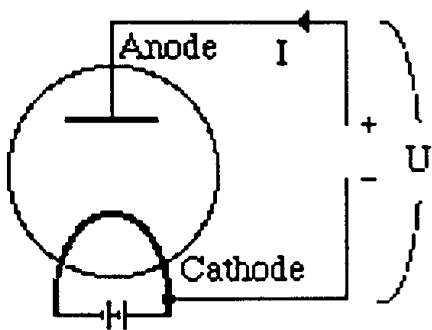
3. En krets består av två kondensatorer och en resistor enligt figuren. Över kondensatorn på 8,0 μF ligger från början en spänning på 100 V. Den andra kondensatorn är då oladdad. Strömbrytaren sluts. Hur mycket energi har kretsen förlorat då strömmen i kretsen minskat till noll?



4. Man placerar en bordtennisboll i vecket på en uppslagen bok. Boken stängs sakta genom att bokpärmarna förs samman. Härvid kläms bollen uppåt men fastnar i ett visst läge. Fotografiet visar detta läge. Bestäm friktionstalet mellan bordtennisbollen och bokens sidor.



5. A vacuum tube diode has a cathode made of tungsten (volfram). The cathode is heated by passing a current through the wire. The temperature of the cathode can be determined by measuring its resistance. A voltage U is applied across the tube and the current I between cathode and anode is measured for a number of different voltages. The result from measurements at three different temperatures is shown in the diagram.



a) Explain qualitatively the form of the curves.

The current through the diode increases for increasing voltage toward a saturation current I_{sat} , given by the so called Richardson T^2 -law:

$I_{\text{sat}} = \text{constant} \cdot T^2 e^{-W/(kT)}$, where T is the cathode temperature in kelvin, W the energy required to remove an elektron from the cathode surface (work function) and k Boltzmann's constant.

b) Determine the work function W from the data.

6. Under våren 1989 planeras uppskjutningen av den nordiska kommunikationssatelliten *TELE-X*. Den kommer att placeras i en s k geostationär bana 36 000 km över jordytan utanför Afrikas västkust. På denna höjd är satellitens omloppstid densamma som jordens dygnsperiod och satelliten kommer att relativt jordytan vara i vila. På grund av solstrålningens tryck på satelliten kommer satelliten efter hand att driva ur sin bana varvid man genom att spruta ut komprimerad kvävgas genom raketmunstycken korregerar läget. Uppskatta farten med vilken kvävgasen sprutas ut. Solstrålningen har en intensitet (effekt/ area) av $1,39 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ vid satelliten. För elektromagnetisk strålning har man ett samband mellan energi W och rörelsemängd p givet av $W = pc$ där c är ljusfarten. I problemet kan man räkna som om kvävgasen sprutades ut kontinuerligt, i verkligheten korregerar man banan var fjortonde dag. Solpanelerna är hela tiden vända mot solen.

Några data för *TELE-X*-satelliten:

Position: Över ekvatorn 5°E

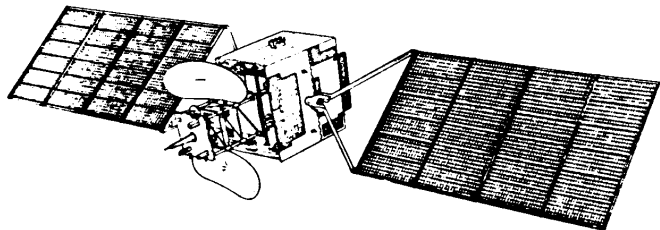
Livstid 5-7 år

Massa - vid uppskjutningen 2130 kg, - när kvävgasen är förbrukad 1020 kg

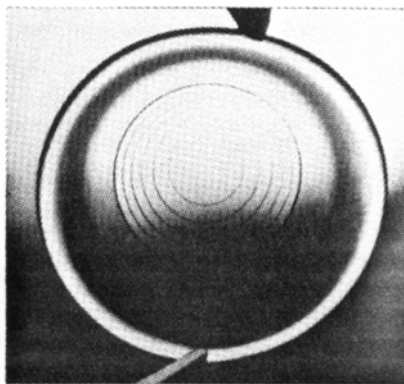
Dimensioner: - satellitkroppen: längd 2,4 m, bredd 1,65 m, höjd 2,4 m

- solpanel, total spännvidd 19 m

TELE-X



7. På senaste tiden har man börjat göra kontaktlinser för översynta som är uppbyggda av koncentriska ringar, varannan ogenomskinlig, varannan genomskinlig kring ett centralt genomskinligt, cirkelformat område (se bild). I en sådan lins sker fokuseringen inte på vanligt sätt utan, man utnyttjar att ljuset är en vågrörelse.



a) Beräkna medeldiametern på de två innersta genomskinliga ringarna kring centralområdet i en sådan lins om man vill att brännvidden skall vara 250 mm (+4,0 dioptrier).

Med en sådan lins kan man avbilda inte bara föremål på långt håll utan man får skarp avbildning också av en punkt närmare linsen.

b) Hur långt från linsen ligger denna punkt?

Anta att ljuset har en våglängd på 500 nm och att kontaktlinsen kan anses var mycket tunn samt att de koncentriska ringarna är smala. I verkligheten fungerar det ganska bra med bredare genomskinliga ringar.

8. Ett flygplan flyger rätlinjigt fram på konstant höjd över marken. Vingarnas utformning gör att man får en viss lyftkraft L vinkelrätt mot planets hastighet. Man har också en motståndskraft D från luften i rakt motsatt riktning mot hastigheten. Dessa krafter ges av $L = \frac{1}{2} c_L S \rho v^2$ och $D = \frac{1}{2} c_D S \rho v^2$ där v är planets fart, S vingarnas area och ρ luftens densitet. c_L och c_D är de så kallade lyft- och motståndskoefficienterna respektive. Dessa är funktioner av vingens vinkel mot luftströmmen. c_L och c_D är inte oberoende av varandra utan approximativt gäller $c_D = c_{D0} + A c_L^2$. c_{D0} är det luftmotstånd som uppkommer på grund av friktionen mellan luften och vingytan och är väsentligen konstant för en given vingprofil. Den andra termen (det inducerade motståndet) uppkommer på grund av den virvelbildning som alstrar vingens lyftkraft. A är då en konstant för given form på vingen. För planet gäller att massan är 4200 kg och vingarean 18 m^2 . Luftens densitet är $1,2 \text{ kg/m}^3$, $c_{D0} = 0,092$ och $A = 0,044$.

Försumma inverkan på lyftkraft och motståndskraft från övriga delar av flygplanskroppen.

a) Rita en graf över hur den effekt som fordras för att driva fram planet beror på planets fart.

Vi antar (något orealistiskt) att den av propellern maximalt utvecklade effekten P är konstant och oberoende av planets fart.

b) Bestäm ur grafen den minsta effekt som erfordras för att över huvudtaget flyga planet.

c) Bestäm ur grafen den minsta och största fart som planet kan flyga med om $P = 400 \text{ kW}$.

Kommentarer

1989:5. Uppgiften kommer från en experimentell uppgift på den internationella fysikolympiaden i Harrow(1986), England.

1989:6. Uppgiften inspirerades av ett besök på rymdforskningslaboratoriet Esrange utanför Kiruna.

1989:8. När man sitter i ett flygplan som landar hör man hur motorerna går upp i varv när man landar, något som kan tyda på att motorerna får arbeta. Det verkar alltså som det krävs mer effekt att flyga långsamt. Beräkningen i uppgiften visar att så verkligen är fallet och att det finns en optimal energisnål kryssningsfart. Detta resultat är även av betydelse för flyttfåglar som vill minimera sin energi på transportsträckor.

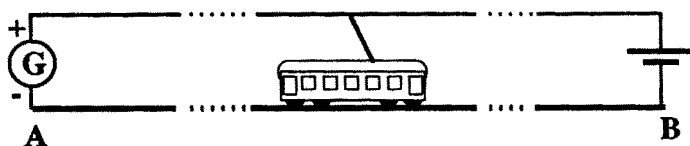
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

6 februari 1990

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

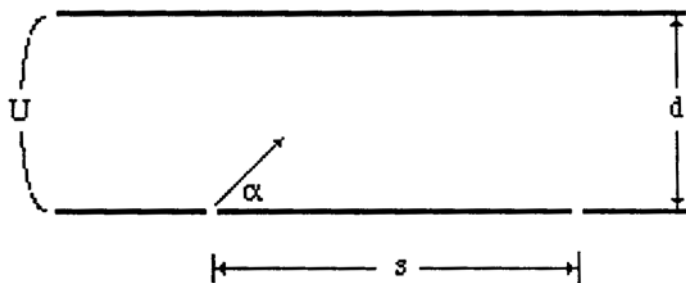
1. Enligt den dynamiska värmeteorin utgörs den inre energin (värmets) i ett fast ämne av atomernas sammanlagda kinetiska och potentiella energier. Temperaturen blir då proportionell mot medelvärdet av energin per atom. För att höja temperaturen 1,0 K hos 1,0 kg koppar behöver man tillföra energin 0,39 kJ. Beräkna med utgångspunkt från detta hur mycket energi som behövs för att höja temperaturen 1,0 K hos 1,0 kg zirkonium.

2. En spårvagn rör sig utefter en 8,0 kilometer lång spårväg. Den förses med likström via en luftledning som med en strömvagtagare leds ner till spårvagnen och sedan tillbaka i spåret på marken. Spårvagnens motor drar en konstant ström av 100 A. I ena änden, A, på spårvägen sitter en generator, G, ansluten till luftledning och spår. Generatoren levererar en konstant spänning på 550 V. I andra änden, B, av spåret har man kopplat ett kraftigt ackumulatorbatteri med en inre resistans på 0,24 ohm och en elektromotorisk spänning på 500 V. Luftledningen har en resistans av 0,03 ohm per kilometer medan spårets resistans är 0,07 ohm per kilometer.



Rita ett diagram som visar hur strömmen genom ackumulatoren varierar när spårvagnen rör sig från A till B. Kommentera resultatet!

3. En energispektrometer för långsamma (icke-relativistiska) elektroner kan konstrueras på följande vis. Den ena av plattorna i en plattkondensator har två smala, parallella spalter. Elektroner kommer in under en fix vinkel $\alpha = 45^\circ$ genom den första spalten. Avståndet mellan kondensatorplattorna är d och avståndet mellan spalterna är s . En spänning U ligger över plattorna. De elektroner som har en viss rörelseenergi, W , kommer att kunna passera ut genom den andra spalten.

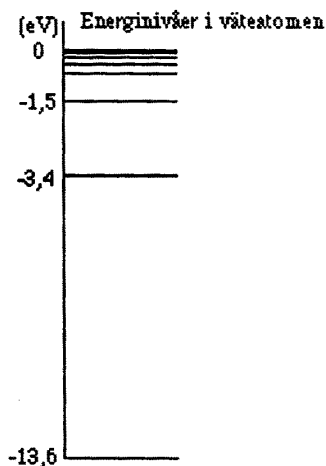


a) Hur beror W på U , d och s ?

b) Anta att avståndet mellan plattorna är $d = 20$ mm. Vilket är det största värdet som avståndet s kan anta?

4. En väteatom i grundtillståndet befinner sig i vila. Mot denna skjuter man en vätejon.

Vilken är den minsta spänning som denna jon har accelererats över från vila för att jonen och atomen omedelbart efter växelverkan skall röra sig tillsammans med samma hastighet? Vätejonen och väteatomen antas inte bilda något bundet tillstånd.



5. According to some elementary particle theories, the nucleons (protons and neutrons bound in atomic nuclei) are unstable with a very long half-life. You can compute an approximate lower limit to this half-life. The radioactivity of your own body is of the order of 0,1 kBq/kg (one becquerel equals one decay per second). Assume that all this activity comes from decaying nucleons. This is certainly an overestimation as we know that most of these decays are due to radioactive ^{14}C and ^{40}K , naturally present in all living creatures. Estimate the half-life of the nucleon? The activity is proportional to the number of radioactive nucleons in the substance. (half-life = halveringstid, the time interval during which the number of radioactive nucleons is halved because of decays.)

6. Cyklotronen uppfanns 1931 av *E. O. Lawrence* och *M. Stanley Livingston*. Den blev fram till mitten av femtiotalet det viktigaste experimentella verktyget inom kärn- och elementarpartikelfysik.

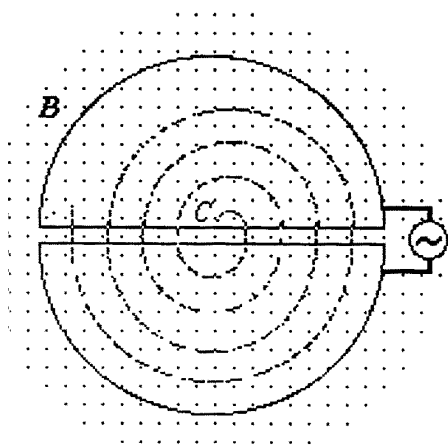
En cyklotron består av en platt, cylindrisk metall dosa som skurits i två delar längs en diameter. De båda hälfterna anbringas så att det uppstår endast ett mycket smalt, spaltformigt mellanrum mellan dem. Dosan

placeras mellan polerna på en stark elektromagnet med järnkärna som alstrar ett homogent magnetfält, B , vinkelrätt mot dosans plana ytor. I dosans centrum, C , injicerar man protoner. Under magnetfältets inverkan rör sig protonerna i cirkulära banor i dosans inre. Omloppstiden är beroende av magnetfältets styrka men däremot oberoende av hastigheten. Mellan de båda doshalvorna lägger man en snabbt växlande växelspanning. Om det elektriska fältet mellan doshalvorna vid protonens passage genom spaltmellanrummet har samma riktning som protonens rörelseriktning så accelereras protonen. Växelspanningens frekvens avpassas så, att då protonen nästa gång passerar spaltmellanrummet, det elektriska fältets riktning omvänts varvid protonen accelereras igen. Protonerna kommer härvid att röra sig i halvcirklar med växande radie enligt figuren.

Atomerna i järnet i elektromagneten är små elementarmagneter med magnetiska moment av storleksordningen en *bohrmagneton*,

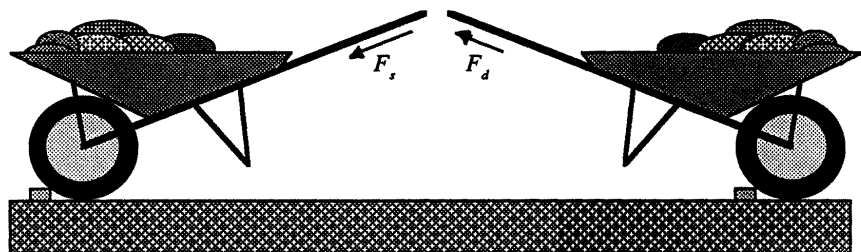
$\mu_B = eh/(4\pi m_e) = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$. Normalt är dessa elementarmagneter slumpvis riktade och man får ingen magnetisering av järnet. Man använder ett yttre magnetiserande fält (en spole matad med ström) som riktar in de atomära elementarmagneterna åt samma håll varvid dessa ger upphov till en magnetisk flödestäthet $B = \mu_0 M$, μ_0 är permeabiliteten för vakuum ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$) och M är det magnetiska momentet per volym i järnet.

Denna flödestäthet är många tusen gånger större än flödestätheten från spolen ensam. Flödestätheten i luftgapet mellan magnetens båda poler där dosan befinner sig är väsentligen densamma som inne i det magnetiserade järnet.



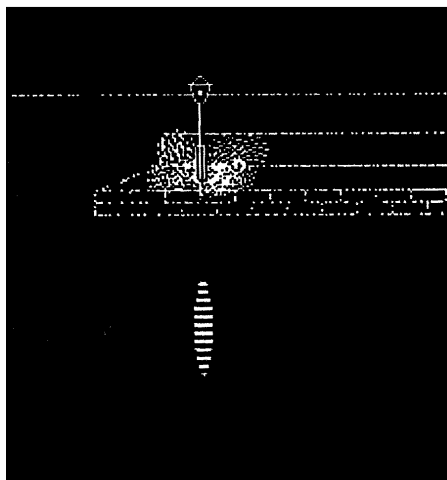
Man vill konstruera en cyklotron som ger protoner med en kinetisk energi av 10 MeV. Ungefär hur stor blir diametern på den cyklotronens metalledsa?

7. När man skall föra en lastad skottkärra över ett lågt hinder, till exempel en tröskel, visar erfarenheten att det är lättare att *dra* skottkärran över hindret än att *skjuta* den. Bilden illustrerar dessa två situationer. Vinkeln mellan skottkärrans skakel och horisontalplanet är 22° . Tröskeln på bilden är 50 mm hög och skottkärrans hjul har en diameter på 0,40 m. Hur stort är förhållandet mellan de extra krafter F_s och F_d längs med skottkärrans skaklar, som man måste skjuta respektive dra skottkärran med?



Ta inte hänsyn till att däckets på skottkärran i verkligheten trycks in något av tröskeln kant. För att underlätta beräkningarna är det tillåtet (men inte nödvändigt!) att anta att skottkärrans masscentrum ligger rakt över hjulets axel. Det förutsätts att man inte utnyttjar skottkärrans rörelseenergi genom att ta sats över tröskeln.

8. Från mitt fönster ser jag en stilla kväll ut över hamnbassängen. En ensam glödlampa på piren, på samma höjd som mina ögon, reflekteras i det nästan helt stilla vattnet. De små vågor som finns gör emellertid att reflexen från lampan ser ut som en långsträckt oval. Genom att sträcka ut armen och mäta med fingrarna, ser jag att ovalens längd är två fingerbredder d v s upptar en synvinkel av cirka 4° . Jag uppskattar vågornas våglängd till 0,2 meter. Hur stor amplitud har vågorna?



Kommentarer

1990:7. Uppgiften har inspirerats av praktiska övningar i trädgården med en skottkärra.

1990:8. Uppgiften kommer från *Minnaert: Light and Color in the Open Air*, en bok som på det varmaste rekommenderas att varje fysikaliskt intresserad person läser.

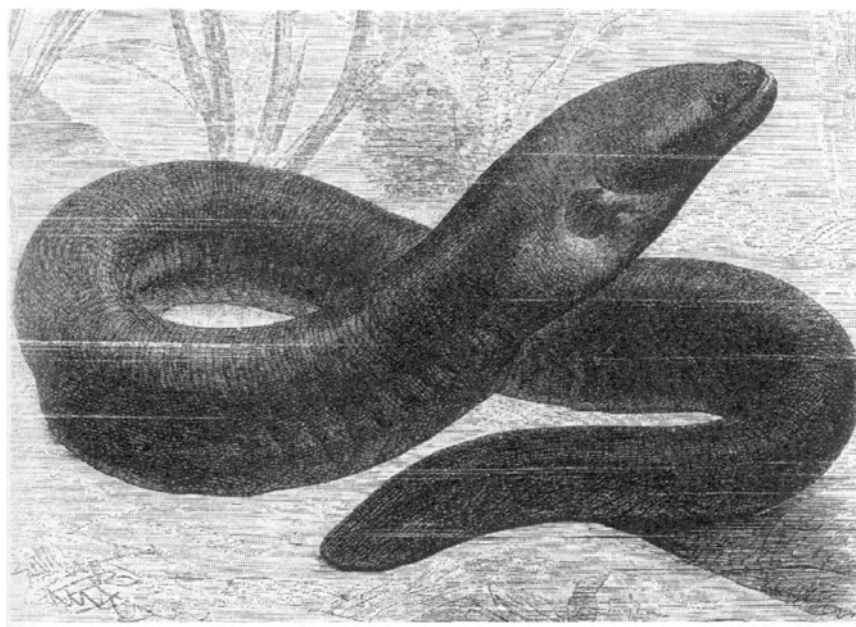
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

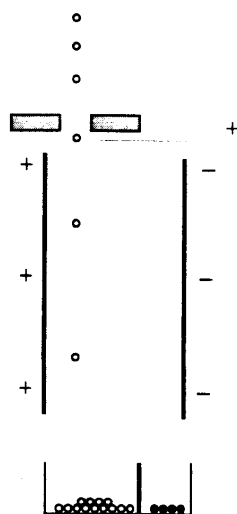
8 februari 1991

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Bilden, ur *Brehm: Djurens liv*, band XII, visar darrålen, *Gymnontus electricus*, ett djur som bedövar sitt byte genom att ge det en elektrisk stöt. En frisk ål kan leverera ungefär 1 A vid 600 V. Elektriciteten alstras i speciella celler, så kallade *elektroplack*, vilka snabbt kan urladdas när de nås av en nervsignal. Många sådana elektroplack är hopkopplade för att ge erforderlig spänning. Samtidigt vill naturligtvis ålen inte chocka sig själv, vilket ställer andra krav på plackens hopkoppling. Ett elektroplack kan ge en potentialskillnad på 0,15 V mellan in- och utsida av cellmembranet och en cell klarar en ström på ungefär 1 mA utan att skadas. Hur många elektroplack krävs i en darrål och hur skall de vara kopplade för att fungera på angivet sätt?



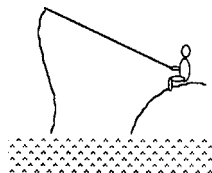
2. Man kan skilja normala frön från missfärgade frön och främmande föremål med en anordning som fungerar enligt följande. Fröna släpps ett och ett och faller mellan ett par färgdetektorer. Om färgen inte är rätt lägger man spänning på en tunn nål som laddar fröet. Fröet faller sedan mellan ett par plattor mellan vilka man har ett elektriskt fält som avlämnar de icke önskade fröna till en särskild behållare. En sådan maskin kan sortera 100 ärtor per sekund eller ungefär 2000 kg per dygn.



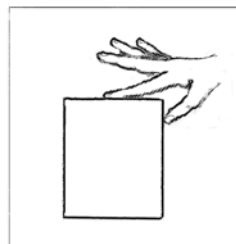
a) Om ärtorna släpps med ett tidsmellanrum på 0,01 s, hur långt måste de falla om de två på varandra följande ärtor skall ha en höjdskillnad av 20 mm när de passerar mellan detektorerna? Försumma luftmotståndet.

b) Anta att icke önskade ärtor får en laddning på 1,5 nC, att avläkningsplattorna befinner sig på 50 mm avstånd från varandra och att spänningen mellan dem är 25 kV. Hur långt skall plattorna sträcka sig under laddningsnålen om de laddade ärtorna skall ha avlämnats 40 mm i horisontell led när de lämnar området mellan plattorna? Anta att laddningsnålen och den översta kanten på avläkningsplattorna är tätt intill detektorerna.

3. När man sitter och metar bjuder traditionen att man talar lågmält och sitter stilla "för att inte skrämman bort fisken". Är detta riktigt? Vad kan en fisk ur fysikalisk synpunkt tankas höra och se av det som sker över vattenytan? Motivera ordentligt och rita gärna figurer!

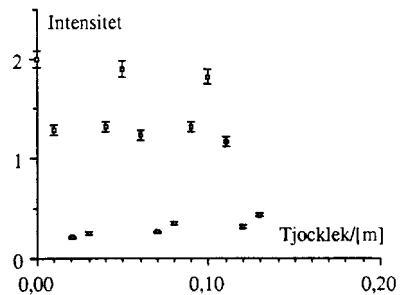
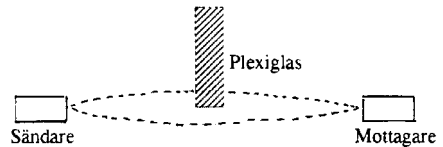


4. Friction is very important when holding a box between the fingers in the way the picture shows. What is the minimum value of the coefficient of friction between the fingers and the box? You must draw a figure with all forces acting on the box. You cannot make measurements in the figure.



5. För att bestämma brytningsindex för mikrovågor i plexiglas låter man en del av vågorna passera plexiglas med varierande tjocklek medan en del går vid sidan om.

Vågorna når en mottagare och intensiteten i den mottagna signalen registreras som funktion av tjockleken (se figurer). Vilket värde på brytningsindex får man om mikrovågornas frekvens var 9,30 GHz. Motivera utförligt!

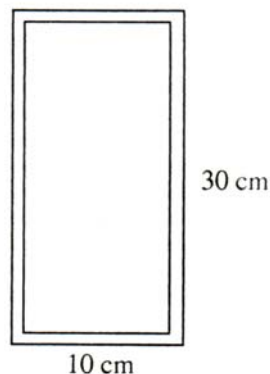


6. Månens diameter upptar en synvinkel av $0,5^\circ$. Eftersom solen vid en *solförmörkelse* ganska precis täcks av månskivan är detta också solskivans synvinkel. Uppskatta avståndet till månen uttryckt i jordradier med hjälp av bifogade fotografi av en *månförmörkelse*. Fotografiet är något överexponerat för att jordskuggan skall synas tydligt.



7. I en termos förhindrar man värmeledning genom att ha vakuum mellan kärlets två väggar.

a) Beräkna värmeförlusten per sekund för en 30 cm cylindrisk termos med höjden 30 cm och diametern 10 cm enligt figuren om vi antar att värmeutstrålningen är 10 % av en svart kropps och att innertemperaturen är 100°C och yttertemperaturen 20°C . Anta att mellanrummet mellan termosens väggar är litet. Vi försummar (ganska orealistiskt) värmeutbytet genom korken.



b) Hur mycket minskar man värmeförlusten om man inför ytterligare en vägg i mellanrummet mellan termosens dubbelväggar? Motivera!

8. Om man kastar en boll mot en kritad vägg eller golv får man ett cirkulärt märke på bollen (och väggen) som visar bollens maximala deformation. Radien på märket beror på bollens fart. Gör en enkel fysikalisk modell för bollens deformation när den studsar mot väggen. För viss boll mäter man diametern på märket till 11 cm då bollen släpps i marken från 1,5 meters höjd. Förutsäg med modellen hur stort märket blir om bollen har farten 10 m/s. Bollens diameter är av *storleksordningen* 40 cm.

Kommentarer

1991:4. Uppgiften föregicks av många diskussioner i kafferummet på teoretisk fysik i Lund. Uppgiften presenterades också i en internationell tidskrift och jag fick så småningom mig tillsänt en lösning som med många sidor formler som (felaktigt) visade att friktionstalet måste ligga mellan två gränser i stället för att vara större än ett visst värde.

1991:8. Uppgiften har verklighetsbakgrund. Mina barn lekte med en boll på gårdsplanen och den sandiga bollen slog emot rutan och efterlämnade ett cirkulärt skrapmärke på rutan (som fortfarande kan anas). Detta ledde till många experiment med en kritad boll på golvet på fysiska institutionen och så småningom till den formulerade uppgiften.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

Torsdagen 6 februari 1992

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1 Erik och Eva diskuterar gasfyllda ballonger. "Det är synd", säger Erik, "att vätgas är riskabelt att använda i ballonger. När man använder helium har det en atomvikt som är fyra gånger vätetets och ballongen får bara en fjärdedel av lyftkraften på en vätgasballong." "Jag undrar det", säger Eva fundersamt. Har Erik fel? Förklara i så fall varför och beräkna förhållandet mellan lyftkraften på en vätgasballong och en heliumballong med samma volym och vid normalt tryck och till exempel 20 °C.

2. I Bohrs modell av en väteatom i grundtillståndet går elektronen med laddning e och massa m runt i en cirkelbana kring kärnan på ett avstånd av $r = 54$ pm från kärnan. I grundtillståndet gäller Bohrs kvantiseringsvillkor

$$mvr = \frac{h}{2\pi}$$

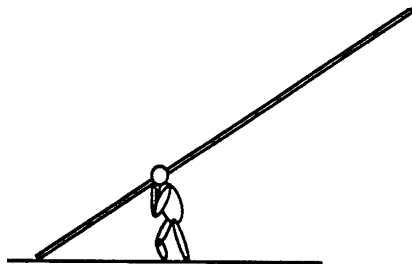
där h är Plancks konstant och v elektronens hastighet.

Den kring kärnan snurrande elektronen kan betraktas som en cirkulär elektrisk ström.

a) Beräkna storleken på denna ström.

b) En cirkulär ström ger upphov till ett magnetiskt flöde. Beräkna storleken på flödestätheten i elektronbanans centrum med Bohrs atommodell.

3. Man reser en stolpe, till exempel en flaggstång, genom att fixera ena änden mot marken och sedan trycka på stången med axeln vinkelrätt mot stången. Efterhand som stångens fria ände lyfter sig flyttar man axeln nedåt på stången. Den kraft man måste trycka med ökar därvid först till ett maximum och avtar sedan igen. Vid vilken vinkel mellan stång



och mark blir kraften störst? Hur stor är den största kraft som man måste kunna prestera? Räkna på en person som är 1,80 m lång och skall resa en

cylindrisk homogen stång som är 8,0 m lång och väger 85 kg. Figur med kraftanalys erfordras.

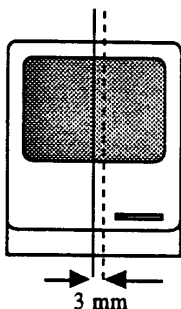
4. Uppskatta till vilket tryck man kan pumpa upp en cykelslang med en vanlig cykelpump.



5. The following exchange of correspondence took place between the agent of a computer company and a student.

Dear Madam/Sir,

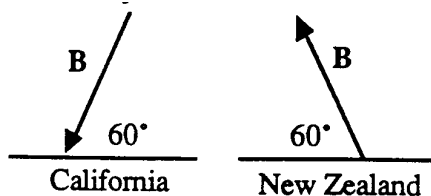
The pattern on the video monitor (screen) of the computer I bought from your company is, to my annoyance, not centered on the screen but is displaced by 3 mm to the right, as indicated in the sketch.



Please advice how this may

Dear Student,

The cathode ray system in your computer was aligned in California where the magnetic field of Earth has the same magnitude as in New Zealand ($55 \mu\text{T}$) but is pointed "down" as shown, rather than "up" as in New Zealand.



The computer is not magnetically shielded; it is therefore sensitive to any change in the (vertical) component of the field. This will deflect the 12 kV electron beam in the 15 cm from the gun to the screen. Your local dealer can correct this by an internal adjustment. For safety reasons do not attempt this yourself.

Confirm the explanation by calculating the beam deflection. To do this, focus your attention on the electrons in the electron beam, when centrally positioned, and assume that the change in velocity direction is small.

6. En pulsar är en neutronstjärna som roterar snabbt kring en fix axel och hela tiden sänder ut elektromagnetisk strålning i en smal stråle som en fyr. När strålen träffar jorden registrerar vi en puls för varje varv som pulsaren gör. En typisk pulsar har en massa, M , som är ungefär lika stor som solmassan och en densitet som är ungefär lika stor som materien i en vätekärna. Detta ger den en radie, R , på ungefär 10 km.

Betrakta pulsaren MP 0031 som har en period på 0,942507566 s mellan pulserna. Vid denna snabba rotation kunde man vänta sig att pulsaren skulle deformeras på samma sätt som den roterande jorden som blir avplattad vid polerna (jordens polarradie är 0,3% kortare än ekvatorsradien).

a) Visa att trots den snabba rotationen så kommer pulsaren att vara mycket nära klotformig.

b) Noggranna mätningar visar att rotationshastigheten på MP 0031 långsamt minskar så att på ett år ökar periodtiden med 13,4 ns. Detta beror på att pulsaren strålar ut energi till omgivningen varvid rotationsenergin minskar. Vi antar att pulsarens massa och radie är konstant. Uppskatta den utstrålade effekten på grund av rotationens minskning. Jämför med den av solen utstrålade effekten $4 \cdot 10^{26}$ W.

Rotationsenergin för ett klot ges av $W = \frac{1}{2} I \omega^2$ där $I = \frac{2}{5} MR^2$ och ω är vinkelhastigheten och R klotets radie.

7. Nästan alla stöttor, som höllo fartyget i jernvigt hade redan blifvit undanslagna och farkosten var färdig att löpa af stapeln. Ehuru den inte hade stort mer än femtio tons drägtighet, var den dock så stort, att man hade måst träffa alla möjliga försigtighetsåtgärder för att en olycka icke skulle inträffa. Två arbetare vid skeppsvarvet befunno sig på akterdäck, nära flaggstängen, från vilken Dalmatiens flagga vajade för vinden, och två befunno sig förut färdiga att sköta ankaret.

Som vanligt, då fartyg löpa av stapeln, skulle det gå i sjön med akterändan före, och denna fasthölls på den såpade bädden endast med ett par stöttor på hvardera sidan, hvilka man blott behöfde slå undan för att fartyget skulle glida ut i vattnet.

Ett halft dussin timmermän, försedda med jernstöror, stodo färdiga an på ett gifvet tecken slå undan de nämnda stöttorna, och alla åskådarne följde med lifligaste intresse och under djupaste tystnad alla åtgöranden för an få farkosten i sjön.

Just i samma ögonblick syntes en lustjakt utanför vågbrytaren, som skyddar Gravosas hamn mot söder. Det var en skonert, som kunde mäta omkring 350 ton. Inom tio minuter



skulle den vara på sin ankarplats och den närmade sig hastigt och blef allt tydligare för hvarje ögonblick.

Men för att komma in i hamnen måste skonerten passera tätt bredvid varfvet, från hvilket fartyget skulle löpa af stapeln. För att det icke skulle ske någon olycka, beslöt man genast, att, då den inseglande jakten blef synlig, uppskjuta aflöpningsen. Timmermännen upphörde därför, sedan de fått order att vänta, att med sina jernstänger bearbeta stöttorna och hela frågan rörde sig ju blott om några få minuter.

Allas blickar voro riktade på den smäckra skonerten, hvars hvita segel förgylldes af den nedgående solens strålar. Besättningen var klädd i österländska kläder och bar en röd mössa på hufvudet. Kaptenen stod akterut bredvid rorgångaren och utdelade lugnt och tydligt sina befallningar.

Snart var skonerten utanför varfvet och behöfde blott några minuter till för att löpa in i hamnen då ett rop af förskräckelse plötsligen hördes. Af en eller annan orsak hade de sista stöttorna, som höllo fartyget vid land gifvit vika och det började att glida ner i samma ögonblick, som lustakten vände styrbords sida till.

En sammanstötning mellan de två fartygen var nu oundviklig, ty man hade hvarken tid eller medel att förhindra den. På åskådarnes rop hade manskapet på skonerten svarat med ett ännu högljuddare.

Plötsligt störtar en man fram. Han griper tag i en tross, som hänger ned från relingen. Men förgäfvets söker han att hålla fartyget tillbaka genom att spjerna emot marken med risk att sjelv följa med. Tätt bredvid står en i marken nedgrävd kanon, som tjenar att göra fast fartyg vid. Blott en sekund och han har slagit trossen ett par hvarf kring kanonen, och medan trossen nu helt sakta glider runt denna häfstång, håller mannen igen med öfvermenschlig styrka. Allsammans räckte blott några få sekunder.

Då brister tåget. Men dessa sekunder hafva varit tillräckliga. Fartyget har nu dykt ner i vattnet och efter några slingringar åter rest sig, hvarpå det fortsätter sin väg med samma fart och stryker på mindre än en fots afstånd akter om lustjakten.

Lustjakten var räddad. Mannen vars ingripande varit så öfverraskande och oväntadt, att ingen fått tid att bispringa honom, var – Kap Matifou. En bifallsstorm bröt lös från alla kanter, och massan skockade sig kring denne nutidens Herkules, som var icke mindre blygsam än forntidens, då han utfört fabelns tolf arbeten, men Matifou kunde alls icke begripa hvarför publiken jublade på det viset.

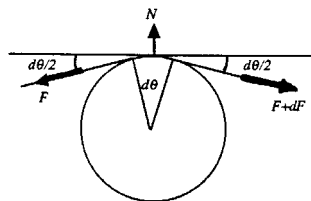
(Efter Jules Verne: Mathias Sandorf, Norrköping 1888)

a) Var detta övermänskligt eller ej? Båtens massa var 50 ton, anta att stapelbadden hade en jämn lutning och att friktionstalet mellan trossen och kanonen är 0,5. När en lina är lindad på en cylinder har man följande samband mellan krafterna F_1 , och F_2 i linans respektive ändar

$$F_1 = F_2 e^{-f\theta}$$

där θ är den vinkel (i radianer) som linan är snodd kring cylindern och f friktionstalet mellan cylinder och lina.

b) Visa sambandet ovan mellan krafterna i linan.



SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

KVALIFICERINGSTÄVLING

torsdagen 11 februari 1993

1. Fragment ur dagbok förd av professor Indiana Jonsson, teoretisk fysiker och äventyrare:

“... Solen glödde obarmhärtigt på våra ryggar. De sönderrivna skjortorna hängde likt makabra flaggspel över våra såriga överkroppar och hade sedan länge förlorat all förmåga att skänka oss ett uns av skydd. De oregelbundna reflexerna från den vita sanden etsade brinnande korslinjer på våra näthinnor. Läpparna – knappast läppar längre, utan bara sårskorpor – orkade inte ens forma det ord som ständigt malde i våra hjärnor: vatten, vatten, vatten... Mödosamt, sakta släpade vi oss vidare, på händer och på knän, okänsliga för de vassa stenar som då och då rev upp ännu en blödande skråma på våra misshandlade kroppar. Ovanför oss ständigt dessa förbannade gamar, kalkongamar, *Cathartes aura*, kretsande i cirklar i maklig takt, ett varv på 9,1 sekunder. De bidade sin tid, och de hade tid att bida. Med en sista, trotsig ansträngning höjde jag armen – inte för att fruktlöst hötta med näven åt dessa bevingade likplundrare, utan för att måtta. Jodå, de kretsade i cirklar så att en linje genom de utsträckta vingarna bildade ungefär 23° med horisonten. Och just innan allt slocknade och blev svart, hann jag konstatera: de vidriga kräken flyger faktiskt med en fart av...”

Tyvärr tar fragmentet slut just här, men du kan säkert ändå räkna ut hur fort gamarna flög.

2. Temperaturvariationer påverkar stämningen av blåsinstrument. Detta gäller även för piporglar. Då dessa används tillsammans med andra instrument vid ensemblespel kan detta orsaka problem eftersom orgelns stämning ändras under pågående konsert och det är relativt svårt och omständligt att stämma om en orgel.

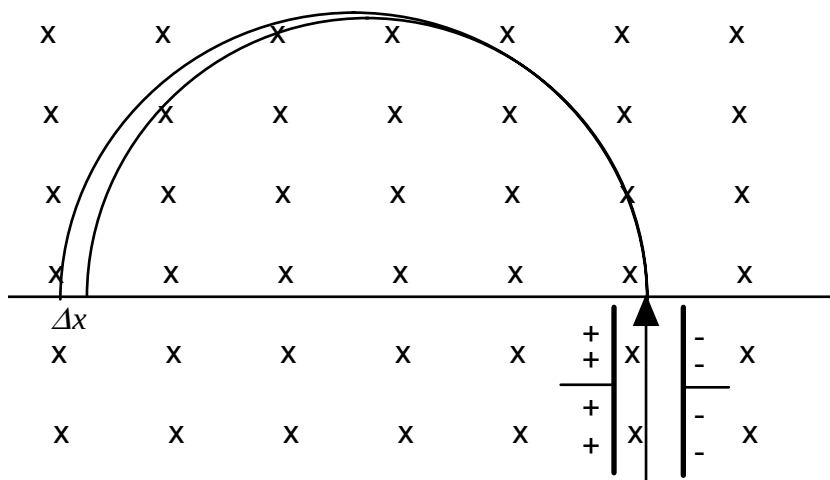
Vid ett tillfälle var en orgelpipa stämd för 442 Hz då rumstemperaturen var 18°C . Under konsertens gång steg temperaturen till 22°C . Vilken frekvens fick orgelpipan då?

Ljudets fart i luft vid 18 °C är 342,1 m/s. Utgå från att förhållandet mellan ljudfarten i luft och medelhastigheten för luftens molekyler är konstant inom det aktuella temperaturintervallet och att molekylernas medelenergi ges av $\frac{3}{2} kT$ där k är Boltzmanns konstant och T den absoluta temperaturen.

3. With a mass spectrometer you want to separate ionized hydrogen molecules (H_2^+) and deuterium ions (D^+) such that there is, at the detector, a separation $\Delta x = 0,50$ mm. The ions pass a velocity filter with crossed electric and magnetic fields, see figure below. The distance between the two plates in the velocity filter is 2,0 mm och and the voltage between the plates is 100 V. You use the same magnetic flux density B both in the velocity filter and for the circular deviation. Compute this magnetic flux density which may be assumed to be homogenous.

The mass of the hydrogen molecule ion is 2,01629 u.

The mass of the deuterium ion is 2,01474 u.

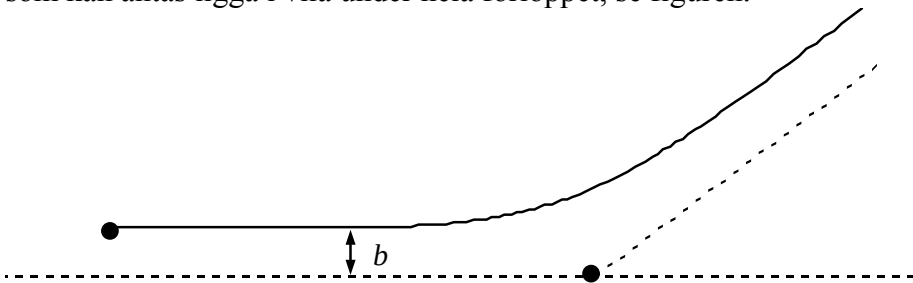


4. Vissa enkla observationer gällande människokroppens reaktion på föremål med hög temperatur kan verka paradoxala. Om man till exempel stoppar in handen i en vanlig ugn som har temperaturen 200 °C så märks det knappast. Stoppar man däremot ner handen i vatten som håller 80 °C så bränner man sig. En liknande paradox uppträder när man badar bastu. Sätter man sig på en bräda känns den kanske varm men det går ändå bra att sitta på den. Men råkar man sätta sig på ett spikhuvudet på en spik som är slagen i brädan brukar spikhuvudet bränna huden ganska rejält. Förklara varför man

bränner sig av spikhuvudet men ej av brädan! Du får inte skriva mer än en sida!

5. Lord Rutherford gjorde vid seklets början ett berömt försök med spridning av alfapartiklar (heliumkärnor) mot ett tunt guldfolie. Han visade med detta försök att den då rådande bilden av atomen var felaktig och påvisade att större delen av materien i en atom var samlad i en mycket liten kärna i centrum på atomen.

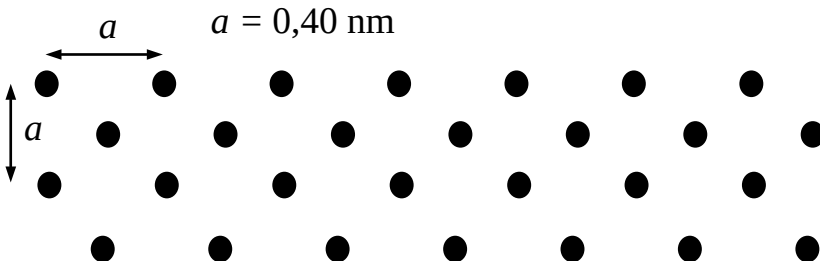
Anta att en partikel A (alfapartikeln) med laddningen q kommer in mot en annan, mycket tyngre partikel B (guldkärnan) som har laddningen Q och som kan antas ligga i vila under hela förloppet, se figuren.



På grund av Coulombrepulsionen kommer partikel A att böja av en viss vinkel θ . Man kan härleda ett samband mellan denna vinkel, partikel A:s rörelseenergi W_k och sträckan b , den så kallade *infallsparametern*:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{bW_k}$$

Anta att guldfoliet är så tunt att det kan anses bestå av bara ett atomlager och att atomerna i detta lager ligger i ett mönster enligt figuren. Atomkärnan kan antas vara punktförmig.



Alfapartikeln emitteras från ett radiumpreparat och har rörelseenergin 5 MeV. Den faller in vinkelrätt mot foliet. Hur stor bråkdel av de infallande

alfapartiklarna kommer att böjas av mer än 90° ? Försumma den lilla inverkan av elektronerna i guldatomerna.

6. De två cylindrarna som omtalas i tidningsartikeln nedan innehöll en viss mängd av den radioaktiva cesiumisotopen ^{137}Cs . Vid sönderfall utsänds gammastrålning (85 fotoner per 100 sönderfall). Denna typ av preparat används bland annat för patientbehandling inom sjukvården. De två cylindrarna anges ha aktiviteten $200 \text{ GBq} = 200 \cdot 10^9 \text{ Bq}$. (Bq står för becquerel och är definierad som antal sönderfall per sekund.)

Vagabonderande strålkällor eller cesium på villovägar

Den 26 augusti klev, enligt pressklipp från Schweiz, fyra polack-er in på materialprovningss- talen EMPA utanför Zürich medförande två små stålcylin- drar som de påstod innehöll två gram osmium-187. Detta ämne skulle vara mycket dyrbart och de ville ha innehållet proverat och renhetsintyg utfärdat.

Tjänstemannen som tog emot cylindrar- na förde dem först rutinnässigt förbi en GM-räknare. Räknaren slog i taket och man trodde först att den var trasig, men då cylindrarna avlägsnades minskade utslag- et. Cylindrarna placerades omgäende i strålskärmat förvar för att senare föras till Paul Scherrer-institutet för analys. Även

polackerna placerades i förvar, men hos polisen.

Analysen av cylindrarna visade att de tillsammans innehöll cirka 200 GBq ($4\text{--}5 \text{ Ci}$) cesium-137 och att de förmod- ligen tillhört en utrustning för gynekolo- gisk strålbehandling. En av polackerna hade under en tid burit cylindrarna i bröstfickan. Hans huddos, som uppskat- tades till 75 Sv , hade givit honom elakar- tade sår på bröstkorgen. EMPA-tjänste- mannen beräknades ha fått upp till 35 Sv på fingrarna.

Cesiet tros härröra från Litauen var- ifrån det förts till Polen. När det förvand- lades till osmium-187 och vem som skul- le vilja betala en förmögenhet för just denna isotop, framgår inte av tidnings- referaten. Polackerna tycks ha blivit lu- rade och de handlade, enligt de schwei- ziska myndigheterna, i god tro, varför

polisen släppt dem utan vidare åtgärder. Någon fara för den schweiziska allmän- heten ansågs inte heller ha förelegat.

Det inträffade uppfattas av initierade som ett förebud om en ström av ädelt och oädelt radioaktivt skrot från öststaterna. Det tysk-schweiziska strålskyddssällska- pet har manat sina medlemmar till ökad vaksamhet och även genom ett press- meddelande försökt göra allmänhet och myndigheter medvetna om risken att råka ut för vagabonderande strålkällor.

*Jonas Karlberg
Enhet för rönigen
och radioaktiva ämnen*

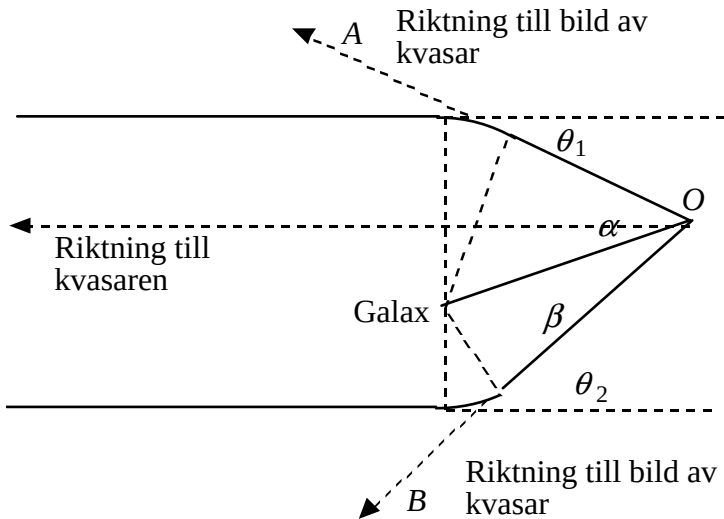
a) Beräkna massan av preparatets aktiva del, d v s hur stor mängd av isotopen ^{137}Cs fanns i de två behållarna? Som hjälp får Du veta halveringstiden för ^{137}Cs är $30,1 \text{ år}$ och atommassan 137 u .

För gammastrålning av den energi som ^{137}Cs utsänder gäller: ett flöde av $1 \text{ foton}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ motsvarar ungefär en dosekvivalentrat av $1,3 \text{ pSv/h} = 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Sv/h}$ (Sv står för sievert och är enheten för dosekvivalent, Sv/h står för sievert per timme och är enheten för dosekvivalentrat).

b) Hur lång tid har en av männen burit de två cylindrarna i bröstfickan för att få huddosen 75 Sv i den punkt av bröstet, som befinner sig närmast preparatet?

Gör det förenklade antagandet att det radioaktiva ämnet är punktformigt och befinner sig på avståndet 10 mm från närmsta del av personens bröst. Bortse från att det finns material (behållare, kläder etc.) mellan preparat och hud.

7. Inom astronomin har man alltmer börjat intressera sig för så kallade gravitationslinser. Ljuset från en avlägsen kvasar kan böjas av på grund av gravitationen från en galax som ligger på synlinjen mellan oss och kvasaren. Detta medför att man kan se två eller flera bilder av kvasaren på ömse sidor om galaxen. Anta att situationen ser ut som på bilden. Vinklarna är kraftigt överdrivna.



Kvasaren befinner sig mycket långt bort. Ljuset från kvasaren böjs av när det passerar galaxen. För avböjningsvinkeln θ gäller

$$\theta = \frac{4GM}{dc^2}$$

där G är gravitationskonstanten, M galaxens massa, c ljusfarten och d närmaste avståndet mellan galaxen och ljusstrålen. I denna räkning kan du anta att avböjningen endast sker utefter en cirkelbåge när ljuset passerar galaxen men att för övrigt ljuset rör sig rätlinjigt.

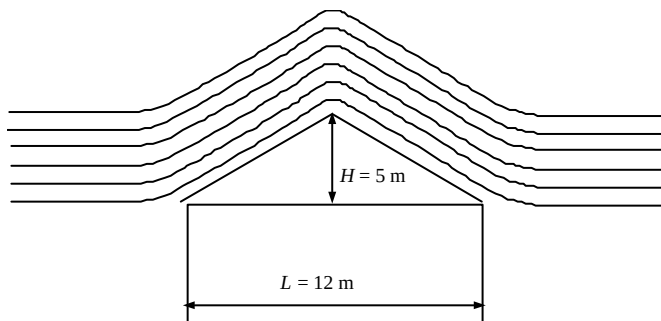
En kvasar flamlar ibland upp i en så kallad *flare*. För en observatör på jorden kommer bilderna av kvasaren i riktningarna OA och OB då att flamma upp vid olika tidpunkter. Om man mäter tidsskillnaden mellan dessa händelser samt vinklarna α och β kan man beräkna avståndet till galaxen.

Avståndet till galaxen kan även mätas genom dess rödförskjutning som ger den hastighet med vilken den avlägsnar sig från oss. Avståndet till galaxen är proportionellt mot denna hastighet och proportionalitetskonstanten är den

s k *Hubbles parameter*. Denna konstant är emellertid inte speciellt noga känd men metoden med gravitationslinser skulle kunna ge ett ganska noggrant värde. Värdet på Hubbles parameter är viktigt eftersom det bestämmer åldern på universum.

Anta att vinklarna är $\alpha = 10$ bågsekunder och $\beta = 5$ bågsekunder. (1 bågsekund är $1/3600$ av en grad.) Anta att tidsskillnaderna mellan uppflammandet som ses i riktningarna OA och OB är ett halvt år. Vad är avståndet till galaxen?

8. När det blåser kraftigt utsätts ofta taket på ett hus av stora krafter. I en förenklad modell kan du anta att luften rör sig över taket som på bilden. Vindfarten kan i denna modell antas konstant.



a) Rita en figur som visar riktningen på de krafter som vinden utövar på taket.

b) Beräkna kraften på högsta delen av taket om man antar att den luftmassa som påverkar taket har en höjd lika med takhöjden H och en bredd lika med husets bredd $B = 15 \text{ m}$ (in i pappret). Anta att vindfarten är 25 m/s .

Kommentarer

1993:6. Åter igen en aktuell skandal från denna tid med radioaktivt tema!

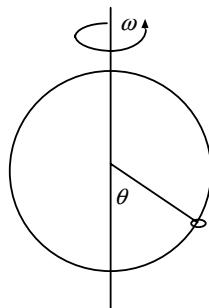
SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Kvalificerings- och lagtävling

10 februari 1994

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Figuren visar en glatt cirkulär ring med radien $R = 0,5$ m som roterar kring en vertikal axel med vinkelhastigheten ω . På denna ring kan en annan liten och glatt ring röra sig fritt. Denna lilla ring kommer att inta ett jämviktsläge beskrivet av vinkeln θ , som beror av vinkelhastigheten. Gör lämpliga beräkningar och rita ett diagram som visar hur vinkeln θ beror av vinkelhastigheten ω .



2. För att bygga dig ett fort i händelse av indianöverfall, måste du slå ner pålar i marken till en palissad (ett ord som härledes ur latinets *palus*, påle). Pålarna är, som pålar till en palissad ska vara, stora och tunga, säkert minst 50 kg/styck. Som verktyg kan du välja mellan två släggor, en som väger 5 kg och en som väger 10 kg. Hastigheten när släggan träffar pålen kan anses vara densamma i bägge fallen och stötarna kan betraktas som fullständigt oelastiska.

- a) Hur många gånger fler slag måste du slå om du väljer den mindre släggan för att driva ned pålarna.
- b) Hur många gånger större arbete måste du i så fall uträtta?

3. I en bägare med frigolit har man flytande kväve. Kvävets kokpunkt är 77 K. Bägaren står på en våg. Ett stycke aluminium som från början har rumstemperatur (21°C) med massan 19,4 g läggs ner i det flytande kvävet. Nedanstående tabell visar en mätserie av avläsningar på vågen vid olika tider. Diagrammet visar den specifika värmekapaciteten, c , för aluminium som funktion av temperaturen. Bestäm det specifika ångbildningsvärmets för flytande kväve.

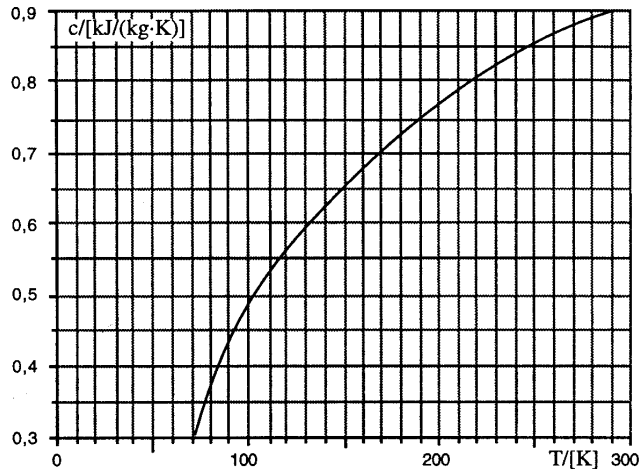
Tabell

Tid [min] [s]	Vågen visar [g]
0 0,0	153,0
0 36,8	152,0
1 19,1	151,0
2 0,7	150,0
2 40,5	149,0
3 23,1	148,0

Aluminiumbiten läggs i

5 31,8	150,0
6 21,6	149,0
7 17,3	148,0
8 8,6	147,0
9 0,9	146,0
9 54,6	145,0

Diagram



4. The ancient Greeks noticed that when lightning (*blixten*) strikes the ground, nearby cows and horses are killed, but nearby men survive. The Greeks thought this indicated a similarity between men and gods. Can you think of a better explanation? (*Hint*: Chicken also survive.)

5. Naturligt förekommande kalium innehåller en bråkdel av den radioaktiva isotopen ^{40}K som sönderfaller till argon (^{40}Ar) med en halveringstid av $1,2 \cdot 10^9$ år genom ett positivt β -sönderfall

$$^{40}_{19}\text{K} \rightarrow ^{40}_{18}\text{Ar} + ^0_{+1}\text{e}$$

Ett prov av sten från månen som insamlades under ett av Apollouppdragen innehöll 4,0 g kalium av vilket 0,01% befanns vara ^{40}K . När provet upphettades i vakuum avgav det en mängd argon som uppmättes till $2,4 \text{ cm}^3$ vid temperaturen 20°C och trycket 101,3 kPa. Beräkna ett minimivärde på månens ålder om ingen annan process antas bidra till bildningen av argon.

6. Havsvågor med mycket stor våglängd kan uppstå på grund av jordbävningar på oceanbotten, framför allt i Stilla Havet. Sådana vågor kallas *tsunamivågor*. Våglängden på dessa vågor är typiskt av storleksordningen några hundra kilometer vilket



innebär att den är mycket större än medelvattendjupet i Stilla Havet som är cirka 4,3 km. Under sådana omständigheter kan vågorna anses röra sig på grunt vatten och deras fart, c , beror endast på vattendjupet, h , enligt $c = \sqrt{gh}$, där g är tyngdaccelerationen.

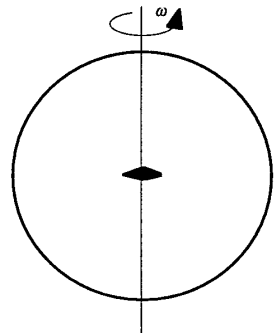
På öppna havet är en tsunamivågs höjd av storleksordningen någon meter men när den kommer in på grundare vatten vid kontinentalsockeln minskar den farten och våghöjden ökar kraftigt vilket gör dessa vågor mycket fruktade.

- a) Effekten i en våg som passerar en fix punkt är proportionell mot cf^2A^2 , där c är vågens fart, f dess frekvens och A dess amplitud (halva höjden). Anta att effekten i vågen inte ändras när den rör sig. Anta att vågen på öppna havet med ett vattendjup på 4,3 km har en amplitud av 2 m och en våglängd av 200 km. Hur stor blir vågens amplitud då vattendjupet är 10 m
- b) Kommer ett fartyg på öppna havet att märka när denna tsunamivåg passerar? Motivera svaret ordentligt.

7. Dimma består av små vattendroppar i luften. Dimman sätter ner sikten genom att ljuset absorberas av dropparna. I en enkel modell kan man tänka sig att varje droppe sätter upp en hindrande area i ljusets väg som är lika med droppens genomskärningsarea. Anta att du har vatten i luften som du fördelar till droppar med radien r så att varje kubikmeter luft innehåller volymen V vatten.

- a) Hur kommer siktdjupet att bero på droppstorleken r och volymen V ? Du får själv göra en lämplig definition av vad du menar med siktdjupet.
- b) Denna enkla modell bryter samman när dropparnas storlek blir alltför liten. Varför gör den det och hur stora är dropparna då på ett ungefär?

8. En cirkulär metallring med radien 0,123 m roterar i det jordmagnetiska fältet med konstant vinkelhastighet kring en vertikal axel genom ringens centrum (se figur). I ringens medelpunkt finns en liten magnetnål som kan röra sig fritt kring en likaledes vertikal axel det vill säga nålen rör sig i horisontalplanet som en kompassnål. När ringen inte roterar ställer sig magnetnålen in sig i det jordmagnetiska fältet. Om ringen roterar med 10 varv per sekund avviker magnetnålen $2,4^\circ$ från denna riktning. Beräkna ringens resistans.



Ledning:

a) Tidsmedelvärden över en period T

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t \cdot \cos \omega t dt = 0 \quad (\omega = 2\pi/T)$$

b) Magnetfältet i centrum av en cirkulär slinga med radien r i vilken går strömmen I ges av $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$.

Kommentarer

1994:1. Studiet av fasövergångar är ett område inom fysiken som har stor aktualitet. Systemet i uppgiften är mycket enkelt men uppvisar likväl en typisk fasövergång och en förändring av stabiliteten som kallas en *bifurkation* d v s utslagsvinkeln har ett stabilt värde (0°) för små rotationsfrekvenser, vid ett visst kritiskt värde på denna parameter blir den ursprungliga utslagsvinkeln instabil och man får två nya (till höger och vänster i figuren) stabila möjligheter.

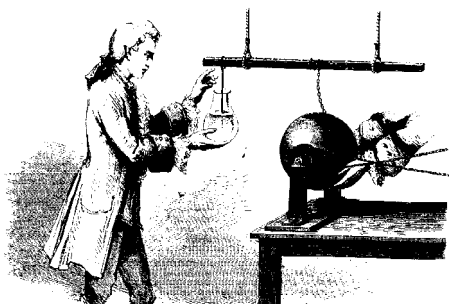
1994:3. Uppgiften var en experimentell uppgift på en internationell fysikolympiad.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 9 februari 1995

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Man sätter en kastrull med 1,0 liter 20-gradigt vatten på en redan varm kokplatta som avger effekten 1,5 kW. Efter 5,0 minuter börjar vattnet koka. Uppskatta hur länge det dröjer efter detta tills allt vattnet har kokat bort.
2. Ett pappersark reflekterar en bråkdel R (*reflektansen*) av det ljus som infaller mot arket och släpper igenom en bråkdel $T = 1 - R$ av ljuset (*transmittansen*). Hur stor bråkdel reflekterar två pappersark som ligger ovanpå varandra? Rita en graf över hur denna bråkdel varierar då R varierar mellan 0 och 1. Gör en intelligent gissning av vad som händer om man staplar ännu flera ark på varandra.
3. On your birthday you go outdoors at 22 hours and observe a brilliant star rising in the east. On your next birthday you go out again at the same time to see your "birthday star" but it keeps you waiting until it finally rises at midnight. About how far from the sun is your "birthday star". Support your conclusion with convincing arguments!
4. En tunn genomskinlig hinna med tjockleken 520 nm betraktas i vitt ljus som infaller i en riktning som bildar 31° med hinnans normal. Hinnans brytningsindex är 1,35. Bestäm de våglängder i det synliga ljuset (390 – 770 nm) som släcks ut. Vilken färg får det reflekterade ljuset?
5. Figuren visar *Pieter van Musschenbroeks* experiment 1745 att elektrifiera vatten vilket ledde till upptäckten av leidenflaskan, en tidig typ av kondensator. Personen på bilden (advokaten *Andreas Cuneus*) skall just få en elektrisk stöt när han avlägsnar flaskan från resten av

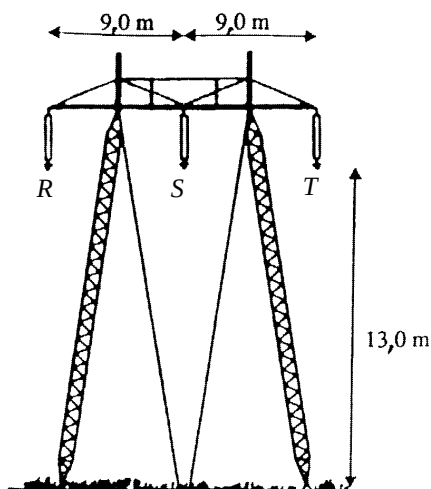


apparaten. *Musschenbroek* som också senare gav sig själv en elektriskt stöt beskriver detta så här: "...Jag fick en stöt i armarna, skuldrorna och bröstet. Jag tappade andan, och det tog två dagar innan jag återhämtade mig från stöten och skräcken... Inte för hela kungariket Frankrike skulle jag vilja upprepa försöket."

- a) Uppskatta kapacitansen på leidenflaskan som *Andreas Cuneus* håller i handen.
- b) Flaskan laddas av apparaten till 10 kV. Hur mycket elektrisk energi innehåller flaskan?

6. Ett sugrör är placerat vinkelrätt mot kanten på ett bord så att halva dess längd sticker ut över kanten. Det finns *ingen* friktion mellan sugröret och bordet. En fluga med en massa som är hälften av rörets sätter sig på den inre änden av sugröret och promenerar längs röret till dess yttre ände. Röret tippar inte över. Det tippar inte över ens när ytterligare en fluga sätter precis intill den första. Hur stor massa kan den andra flugan högst ha?

7. I en 400 kV kraftledning transporteras den elektriska energin med så kallat *trefasssystem*. Man har tre ledningar *R*, *S*, *T* som löper horisontellt bredvid varandra. Se figur!



I ledningarna *R*, *S* och *T* respektive går växelströmmarna

$$I_R = I_0 \sin(2\pi \cdot f \cdot t + 2\pi/3)$$

$$I_S = I_0 \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

$$I_T = I_0 \sin(2\pi \cdot f \cdot t - 2\pi/3)$$

f är växelströmmarnas frekvens = 50 Hz och t tiden.

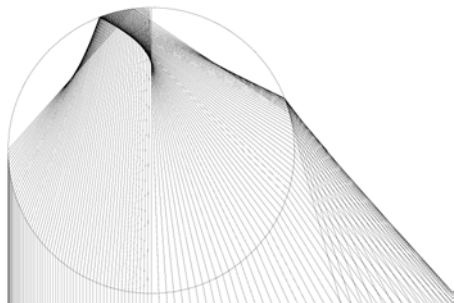
Summan av dessa tre strömmar är vid varje tidpunkt noll. Beräkna amplituden av den vertikala komponenten av magnetfältet från ledningarna rakt under kraftledningen, på en höjd av 1,5 m över marken om $I_0 = 1,3$ kA. Jämför med det jordmagnetiska statiska fältet som är av storleksordningen $50 \mu\text{T}$.

8. När man blåser över mynningen på en flaska hör man en ton som bildas genom att luften i halsen fungerar som en massiv ”propp” som komprimerar och expanderar den övriga luften i flaskan. Flaskan utgör en så kallad *Helmholtzresonator*. För små rörelser på proppen kommer luften i flaskan att utöva en återställande kraft på luftproppen som är proportionell mot proppens förskjutning d v s man har fjäderkraft. Beräkna frekvensen på den ton man på detta sätt får i en flaska med volymen 0,75 liter och där halsen har en diameter av 18 mm och en längd av 80 mm. Du kan anta att luften i flaskan beskrivs av Boyles lag det vill säga att produkten av tryck och volym är konstant.

Kommentarer

1995:3. Uppgiften verkar att vara omöjlig att lösa med textens information. Med lite fysikalisk tänkande är det dock möjligt. Uppgiften härör från American Journal of Physics som under en tid hade en serie av sådana kreativa uppgifter.

1995:7. Uppgiften föranleddes av en diskussion i medierna om magnetfält i närheten av kraftledningar. För att få data till uppgiften skrev jag till STRI (Swedish Transmission Research Institute) och fick ett vänligt svar med massor av information av Bo Wästberg. Det visar sig att man genom att fästa upp ledningarna i en s k split-phasekonfiguration kan ytterligare minska magnetfältet under ledningarna med en faktor 5.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

8 februari 1996

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Jane upptäcker Tarzan i en farlig situation. Den något klene och lättviktige Tarzan (70 kg) mobbas av en elak gorilla. Den dristiga och kraftiga Jane, som står på en avsats 10 m över marken, griper tag i en lian och pendlar i denna ner till Tarzan, griper omilt tag i honom i banans lägsta punkt nere vid marken och de pendlar sedan tillsammans precis upp till en avsats 3 m över marken, utom räckhåll gorillan. Vad väger Jane?

2. När astronauter är länge i en rymdstation är det viktigt att man regelbundet kontrollerar deras hälsa. Bland annat måste man kontrollera deras vikt. Hur kan man göra detta i tyngdlöshet?

Din uppgift består i att konstruera en våg som kan användas i en rymdstation. Det skall klart framgå efter vilka fysikaliska principer vågen fungerar samtidigt som konstruktionen framgår av en teckning.

3. Newton formulerade en avsvalningslag som säger att den energi ΔQ som på tiden Δt lämnar ett föremål med begränsningsarean A och temperaturen T i ett rum med temperaturen T_0 ges av

$$\Delta Q = aA(T - T_0)\Delta t$$

där a kan antas vara en materialoberoende konstant.

Om föremålet har massa m och den specifika värmekapaciteten c gäller

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

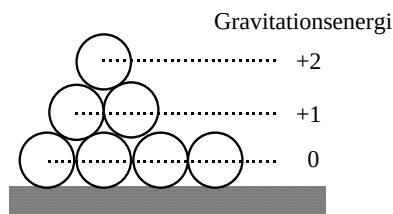
där ΔT är den temperaturändring som sker då energin ΔQ lämnar föremålet. En kopparstav med måtten 1,0 cm · 1,0 cm · 10 cm med starttemperaturen 73,7 °C får svalna i luft med temperaturen 21,0 °C. Efter 100 s har temperaturen sjunkit till 66,2 °C.

a) Vilken temperatur skulle en aluminiumstav med samma dimensioner och starttemperatur få efter samma tid?

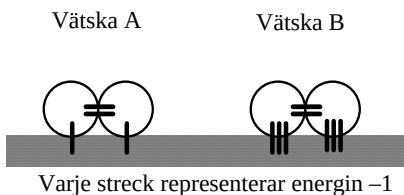
b) Kan du med hjälp av tabell hitta någon annan metall som skulle svalna ännu mera än aluminiumstaven?

4. Mellan partiklarna i en vätska verkar attraktiva krafter med kort räckvidd, *koheisionskrafter*. Håller man ut lite vätska på ett bord kommer man också att ha attraktiva krafter mellan vätskepartiklarna och bordet, *adhesionskrafter*. Förhållandet mellan storleken på dessa krafter kommer att bestämma vilken form en liten vätskedroppe antar när den ligger på bordet. Studera nu en modell för en vätskedroppe bestående av endast sju partiklar på en horisontell linje (bordet). Vi jämför två olika vätskor, "A" och "B". Nollnivån för potentiell gravitationsenergi och energienheterna är så valda, att en partikel på linjen har gravitationsenergi noll, en partikel i nästa lager högre upp har +1 o s v enligt figur 1. För vätska A representeras koheisionsenergin mellan två vätskepartiklar i kontakt med varandra av energin -2 medan adhesionsenergin mellan en vätskedroppe i kontakt med bordet är -1 . För B är motsvarande energier -2 respektive -3 . Se figur 2 som visar detta i symbolisk form.

Hur kommer partiklarna i respektive vätska att arrangera sig på bordet? Redovisa hur du resonerar för att komma fram till ditt resultat.



Figur 1



Figur 2

5. Permeabiliteten för vakuum, μ_0 , är egentligen *definierad* som $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs}/(\text{Am})$. Det kan emellertid vara av intresse av att mäta denna storhet. Om vi t ex genom någon annan elektrisk mätning bestämmer permittiviteten ϵ_0 kan vi beräkna ljusfarten ur sambandet $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ dvs

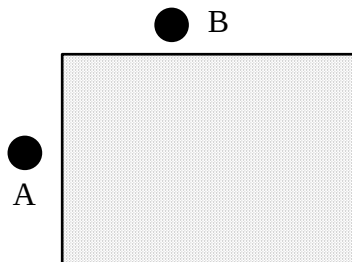
bestämma ljusfarten ur enbart elektriska mätningar.

Du har följande materiel till ditt förfogande:

- Ett dubbelstråleosilloskop
- En tongenerator för sinusvåg
- En resistor 100Ω
- En lång, rak cylindrisk spole lindad med 1056 varv på en omagnetisk plaststomme. Lindningens längd är $0,74 \text{ m}$ och spolens radie 15 mm . Utanpå denna spole har lindats en kort, separat spole med 1094 varv.
- Kopplingssladdar

Rita kopplingsschema och beskriv hur du gör för att bestämma μ_0 . Ange vilka storheter du mäter och hur du med hjälp av dina mätningar beräknar μ_0 .

6. Ett 90° -hörn är gjort av ett genomskinligt optiskt material med ett sådant brytningsindex att A inte kan se B som står bakom hörnet. Hur stort är brytningsindex?



7. You have a fresh ordinary pencil (*blyertspenna*) and start to draw a line. Would it be possible to draw a line as long as the earth's equator before the pencil is finished?

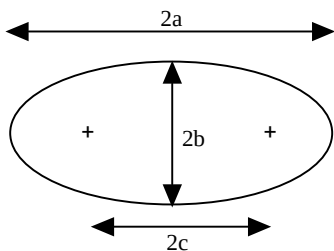
8. En satellit befinner sig i en cirkulär bana runt jorden. Man vill flytta satelliten till en annan cirkulär bana med en större radie. För att göra detta kan man ge satelliten en impuls genom att köra raketmotorerna under en kort tid. Satelliten får då en ny bana. Sedan kan man ge den en ny "knuff" osv. Fundera ut hur man skall göra, hur många gånger man skall köra raketmotorerna, när man skall köra dem, hur de skall vara riktade. Till din hjälp har du nedanstående beskrivning av Keplers lagar och av ellipsens egenskaper.

Vi vill främst ha en kvalitativ beskrivning d v s hur man skall göra, men kan du ge en kvantitativ analys så är det ett stort plus.

Keplers första lag: Satelliten rör sig i en ellips kring centralkroppen med centralkroppen i en av ellipsens brännpunkter.

Keplers andra lag: Linjen mellan centralkroppen och satelliten (*radius vector*) överfar på lika tider lika stora areor.

Keplers tredje lag: För två satelliter i olika banor runt centralkroppen förhåller sig kvadraten på kvoten mellan omloppstiderna (perioderna) som kuberna på kvoten mellan ellipsernas storaxlar.



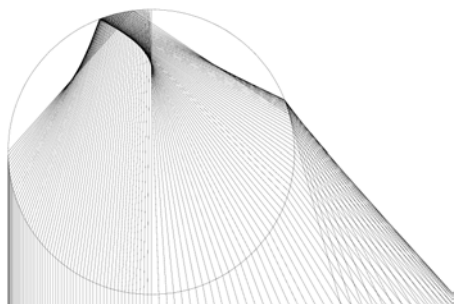
$2a$ = Storaxel
 $2b$ = Lillaxel
 $2c$ = Avstånd mellan brännpunkterna
 Ellipsens area $A = \pi ab$
 $+$ markerar brännpunkterna
 $b^2 + c^2 = a^2$

Kommentarer

Svenska Dagbladet lämnade detta år samarbetet kring tävlingen och Svenska Fysikersamfundet blev ensam organisatör. Tävlingen fick då en ny logotype, som togs fram av Lars Gislén, som från detta år ansvarade för de praktiska arrangemangen kring tävlingen.

1996:1. Detta är samma problem som 1988:1 men med ombytta roller. Det var ett visst problem att få rimliga värden på Janes och Tarzans massor.

1996:4. Ett typiskt "ungerskt" problem. En trevlig och enkel modell som visar varför vätskor på en plan yta kan bära sig helt olika åt.



FYSIKTÄVLINGEN

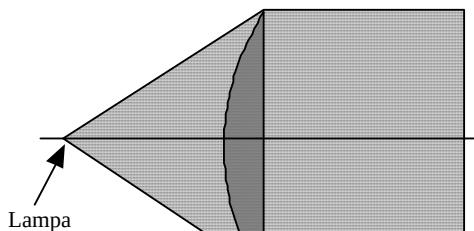
KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

6 februari 1997

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. En lärare vill demonstrera för sin klass att en överbelastad ledare kan orsaka en eldsvåda genom att leda en så stark ström genom en ledare att den glöder. Hon har en tunn tråd av koppar och ett par batterier. Koppartrådens resistans är liten jämfört med batteriernas inre resistans. Ska hon serie- eller parallellkoppla batterierna för bästa effekt?
2. Ibland faller stora snömängder på gatorna i en stad. Man kan då fundera på olika möjligheter att bli av med snön. Ett alternativ är att ha värmeslingor i gatorna och smälta bort snön. Ett annat mera traditionellt alternativ är att lasta snön på lastbilar och sedan köra bort och tippa snön utanför staden. Gör en utredning om energikostnaden för de två alternativen. Energiinnehållet i bensin/diesololja är cirka 30 GJ/m^3 .
3. Vid xerografisk kopiering (av grekiskans *xerós*, torr, och *grafeîn*, skriva), den numera brukliga kopieringsmetoden, belyses originalet med ljus som reflekteras ned på en trumma med ett positivt laddat skikt av selen. Därvid kommer de ställen på trumman som motsvarar vita områden på originalet att förlora sin laddning, medan de ställen på trumman som motsvarar svarta områden på originalet behåller sin positiva laddning. Ett pulver av kraftigt negativt laddade kolkorn attraheras till de positivt laddade ställena på trumman och överförs sedan därifrån till papper. Ett känt problem vid kopiering är, att stora svarta ytor på originalet sällan blir helt svarta på kopian; bara konturerna blir riktigt bra. Förklara varför.

4. Man placerar en punktförmig lampa på axeln till en plankonvex lins av glas så att avståndet utefter axeln mellan lampan och den plana ytan på linsen är 200 mm. Den plankonvexa linsen har diametern 100 mm. Hur mycket tjockare skall linsen vara i mitten än i kanterna för att ljuset som lämnar linsen skall vara parallellt?



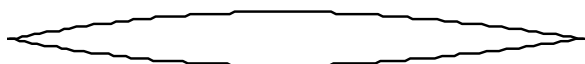
5. Var och en som grillat eller kokt korv, i hällregn på hajak eller i det egna tjällets kök, vet att korvskinnet brukar spricka, och när det spricker, spricker det alltid i korvens längdriktning. Förklara varför!

Ledning: "Was in einer Wurst ist, weiß nur Gott und der Fleischer", men när korven hettas upp, utvidgas själva korvmassan. Betrakta korvskinnet som ett tunt, cylindriskt rör. Skinnets hållfasthet är proportionell mot antalet molekyler i ett tvärsnitt, och därmed mot tvärsnittets area.

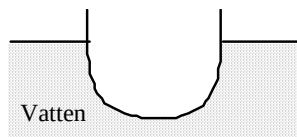
6. A meteorite starts very far away from the Sun with no initial speed and falls toward the Sun. When it reaches the Earth's orbit it hits the Earth and doing so falls straight down a vertical well (*brunn*). What was the local time at the place of the meteorite impact?

7. Svensken *Svante Arrhenius* föreslog vid seklets början att liv skulle kunna transporteras inom solsystemet som "livsfrön" med hjälp av solens strålningstryck. Anta att vi kan betrakta ett livsfrö som en liten sfär med samma densitet som vatten. Enligt relativitetsteorin har en foton en rörelsemängd $p = W / c$ där W är fotonens energi och c ljusfarten. Fotonerna från solen kolliderar med livsfröet vilket ger en kraft som motverkar gravitationen. Solen strålar ut en effekt av totalt $3,9 \cdot 10^{26}$ W. Beräkna vilken radie ett livsfrö skall ha för att strålningstrycket från solen precis skall balansera tyngdkraften från solen.

8. I rodd varierar tiderna för en given sträcka med roddklassen. Tävlingsroddbåtar delas in i olika klasser med 1, 2, 4 eller 8 roddare. Figurerna visar en grov skiss av skrovet på en tävlingsroddbåt.



Ovanifrån



Genomskärning

Tabellen visar bästa tider i minuter för fyra olika internationella 2000 m lopp.

<i>Antal roddare</i>	<i>Lopp1</i>	<i>Lopp2</i>	<i>Lopp3</i>	<i>Lopp4</i>
8	5,87	5,92	5,82	5,73
4	6,33	6,42	6,48	6,13
2	6,87	6,92	6,95	6,77
1	7,16	7,25	7,28	7,17

Använd följande modell:

- Skroven i de olika klasserna har precis samma form men olika storlek d v s skroven är likformiga och ligger proportionsvis lika djupt i vattnet.
- Motståndskraften från vattnet på skrovet är proportionell mot skrovets “våta area“ d v s den area av skrovet som ligger under vattenytan och väts av vattnet. Motståndskraften är vidare proportionell mot båtens fart i kvadrat.
- Alla roddarna har samma massa och kan var och en producera samma effekt för framdrivningen.

Modellen ger ett samband mellan tid och klass. Stämmer modellen med tabellens data?

Kommentarer

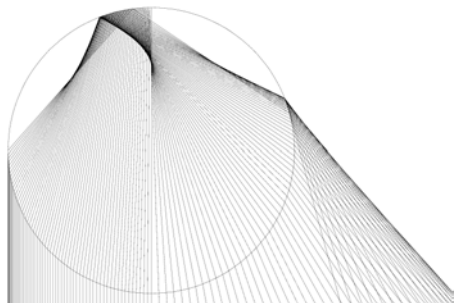
1997:6. En rolig konceptuell uppgift med en överraskande fråga. Ursprung: American Journal of Physics.

FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

5 februari 1998

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



1. Man ställer upp fyra vikter ur en viktsats med massorna 100 g, 50 g, 10 g och 5 g i rad på ett horisontellt bord. Med en linjal föser man så alla samtidigt längs bordet och hejdar sedan linjalen så att de alla startar från samma "startlinje" och med samma fart glider iväg på bordsytan. Man mäter sedan hur långt de glider från "startlinjen" innan de stannar. Resultatet blir

Massa	Glidsträcka
5 g	1,23 m
10 g	1,25 m
50 g	1,24 m
100 g	1,27 m

Vilka slutsatser drar du ur försöket?

2. SI-enheten för massa, ett kilogram, är idag den enda av grundmått-enheterna som upprätthålls med en internationell prototyp. Denna förvaras vid internationella byrån för mått och vikt strax utanför Paris.

(Bureau international des poids et mesures, <http://www.bipm.fr/>)

För att inte i onödan slita på den, har den under de senaste hundra åren endast använts tre gånger för kontroll av de nationella prototyperna. Med ca

10 års mellanrum tas det svenska rikskilogrammet (se bilden) fram för att kontrollera Statens Provningsanstalts huvudnormaler för ett kilogram. Vid kontrollen är vågen innesluten i en lufttät kammare, där atmosfären hålls så konstant som möjligt och luftens densitet nogga övervakas.

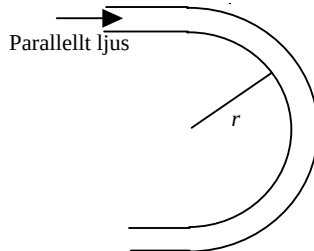


Det svenska rikskilogrammet består av en rät cirkulär cylinder av en legering av platina och iridium. Cylinderns diameter och höjd är 39 mm. Antag att man skulle väga rikskilogrammet på en våg varefter man på vågen placerar block av aluminium så att vågen gör exakt samma utslag som tidigare. Hur stort blir därvid relativa felet vid bestämningen av aluminiumblockets massa, om vägningen sker i luft vid normalt tryck och rumstemperatur 20 °C?

3. A human heart pumps 5 liters of blood per minute using an excess pressure (övertryck) of 13 kPa. Assume you have an artificial heart that is powered by a standard 12 V car battery with a capacity of 48 Ah. Assume that the artificial heart has an efficiency (verkningsgrad) of 50%. Estimate how long the battery lasts?

4. Aristoteles ansåg att andningens enda uppgift var att kyla organismen genom att andningsluften tar upp värme från blodet. Anta att en människa under lätt arbete utvecklar en effekt av omkring 200 W. Kan Aristoteles modell vara riktig? Gör rimliga uppskattningar av de storheter du behöver.

5. Vilken är den minsta krökningsradie r , (se figur) man kan ha på en optisk fiber med cirkulärt tvärsnitt och diametern d som har brytningsindex n ?



6. Vatten har en ytspanning eller ytenergi på $0,072 \text{ J/m}^2$. Om man delar upp en given vattenvolym i delvolym, kommer den totala arean av dessa att vara större än den ursprungliga volymens area. När vatten förångas, kan man tänka sig att vattenvolymen delas upp i enskilda molekyler. Detta kan då antas kosta en energi lika med vattnets ångbildningsvärme. Använd detta för att uppskatta storleken av en vattenmolekyl.

7. Man har en cirkulär metallslinga med radien 100 mm med en resistans av $0,10 \Omega$. Slingan tål en maximal töjkraft av 2,5 N. Slingan placeras i ett homogent magnetfält vinkelrätt mot slingans plan. Flödestätheten avtar linjärt från 5,0 T till noll på 0,40 s.

a) Beräkna strömmen i slingan och ange strömmens riktning.

- b) Visa att det av strömmen i slingan genererade magnetfältet väsentligen kan försummas jämfört med det yttre pålagda fältet.
- c) Håller slingan?

8. En viss molekyl består av två motsatt laddade joner. Man kan beskriva molekylen potentiella energi med

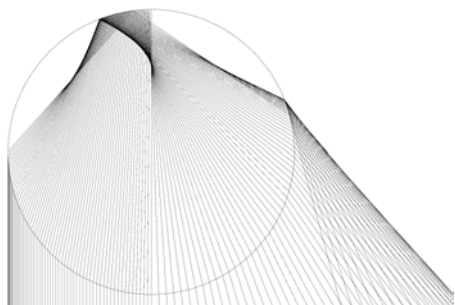
$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{a}{r^9}$$

Den första termen beskriver den elektrostatiske attraktionsenergin, den andra termen repulsionen mellan dem då de kommer mycket nära varandra, a är en konstant. Man vet att jämviktsavståndet mellan de båda jonerna (som kan betraktas som punktformiga) är 0,30 nm. Beräkna den energi som behövs för att bryta bindningen mellan jonerna.

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

Kommentarer

1998:1. Det är intressant att praktisk utföra det försök som beskrivs inför en skolklass. Eleverna kommer ofelbart att koncentrera sig på att försöka förklara varför den lättaste/tyngsta vikten kommer längst/kortast. Det är mycket svårt att inse att det väsentliga i försöket är att vikterna kommer *lika* långt. Oftast krävs det att man handgripligen påpekar den enorma variationen i massa.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

4 februari 1999

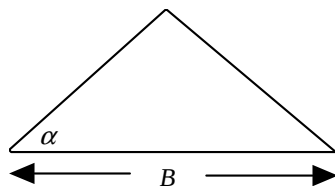
SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Vissa CD-spelare är numera gjorda så att de hänger på väggen och man kan se CD-skivans framsida under avspelnningen. Man kan då uppskatta att skivans rotationsfrekvens är cirka 10 varv per sekund. Uppskatta ljusets våglängd.

2. Om man gång på gång dubbelviker ett vanligt A4-papper (med dimensionerna 297x210 mm och en tjocklek av 0,1 mm), så att pappret behåller sina proportioner (förhållandet längd/bredd), finner man att man högst kan vika det 7 gånger. Du skall nu a) förklara detta. Din förklaring skall vara sådan att du sedan b) kan förutsäga hur många gånger man högst skulle kunna vika ett A4-papper som är 0,01 mm tjockt.

3. En intressant storhet när man kartlägger universum är fördelningen av antalet galaxer med olika absolut ljusstyrka. När man undersöker denna har man dock problem med att för avlägsna galaxer blir de ljussvaga galaxerna alltför svaga för att ses vilket ger en skenbar övervikt av antalet ljusstarka galaxer. Anta att vi gör en grov modell av detta genom att anta att det bara finns två typer av galaxer: typ A som sänder ut mycket ljus och typ B som sänder ut lite. Anta vidare att en galax av typ B inte kan ses om avståndet till den är större än d_B men att galaxer av typ A kan ses ut till avståndet $d_A > d_B$. Anta att man räknar totala antalet synliga galaxer och finner att kvoten mellan antalet galaxer av typ A och typ B blir Q . Vad blir den riktiga kvoten om man antar att fördelningen mellan galaxyterna är densamma i hela universum.

4. Vilken takvinkel skall man ha på ett hus för att vattnet skall rinna av så fort som möjligt? För att uppskatta detta kan man göra en mycket



grov modell som följer. Vi antar att huset har en fix bredd B och ersätter taket med lutande plan med lutningsvinkeln α (se figur). Vi ersätter regnet med en kloss som startar från vila från takets topp och kräver att takvinkeln skall vara sådan att klossen skall glida ner till takfoten så snabbt som möjligt. Vi antar att det finnes en friktion mellan tak och kloss som vi beskriver med en friktionskoefficient (friktionstal) som är 0,1. Vilken takvinkel ger modellen? Trots att modellen är mycket grov bör den ge ett ganska bra resultat. Varför?

5. Due to the rotation around the axis, the Earth is flattened (*oblate*), which means that the distance from the centre of the Earth to a point on the equator, the equatorial radius r_e , is somewhat larger than the distance from the centre to the pole, the polar radius r_p . The flattening (*oblateness*) is defined by

$$\frac{r_e - r_p}{r_e}$$

and for the Earth the flattening has the approximate value 1/300.

Now consider a typical so called "millisecond pulsar". This is a neutron star that rotates around its axis with a period of typically 20 milliseconds, that is, it rotates 50 turns per second. Such a neutronstar/pulsar is a very compact object with a radius of 10 km and a mass about the same as the Sun. Estimate the flattening of such a pulsar due to its rotation.

6. Om man står framför trappan på Kulkulkan-pyramiden i Chichen Itza och gör en handklappning svarar pyramiden med ett eko som låter mycket likt skriet från den heliga Quetzalfågeln på figuren till höger. Ett Mayaskrivtecken från Dresdenhandskriften visar guden Quetzalcoatl, "den befjädrade ormen", med en gigantisk Quetzalfågel i bakgrunden. Enligt en del vetenskapsmän är pyramiden medvetet konstruerad så att den skall ge ifrån sig Quetzalfågels läte. Fysiken bakom detta fenomen är att en handklappning innehåller en blandning av ljud med olika frekvenser. När ljudet reflekteras mot trappans steg får vi reflexer med olika frekvenser som återvänder något tidsförskjutna till den som klappat.





Trappan på pyramiden har 91 trappsteg, trappans lodräta höjd är cirka 20 meter och trappans lutningsvinkel mot horisontalplanet kan antas vara 45° . Anta för enkelhets skull att den klappande klappar och lyssnar i marknivå rakt framför trappan, 10 meter från nedersta trappsteget. Uppskatta den lägsta och högsta frekvens som hörs i ekot samt tidsförskjutningen och tidsordningen mellan dessa frekvenser. (Du kan läsa mer om detta och lyssna till fågeln och ekot från pyramiden på <http://www.ocasa.org/MemberLinks.html>)

7. Anta att man har en plattkondensator som med vakuum mellan de parallella plattorna har kapacitansen C .

a) Visa att om man fyller mellanrummet mellan plattorna med ett material som har resistiviteten ρ så kommer resistansen R mellan plattorna att ges av

$$R = \frac{\epsilon_0 \rho}{C}$$

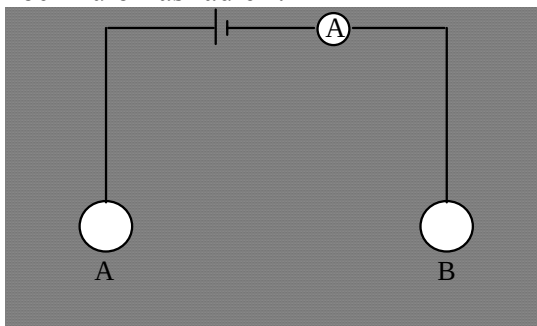
Resultatet innehåller inte någonting om att kondensatorn är en plattkondensator vilket gör att man kan förmoda att formeln även gäller för en godtycklig kondensator. Detta är också fallet, vilket vi utnyttjar i fortsättningen.

b) När man letar efter malmkroppar i marken, kan dessa ofta lokaliseras genom mätningar av markens resistivitet. Man har då två metallkulor A och B vardera förbunden elektriskt med en lång isolerad metalltråd vars resistans vi försummar. Kulorna begravs djupt ned i marken med trådarna stickande upp ur marken. Avståndet mellan kulorna är stort jämfört med kulornas radie. Man kan visa att spänningen U mellan två kulor med radien

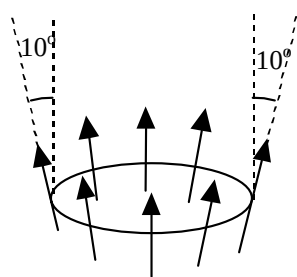
r och med laddning q och $-q$ respektive, upphängda i luften på ett avstånd som är stort jämfört med kulornas radie, ges av uttrycket

$$U = \frac{|q|}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Man ansluter en strömkälla med känd polspänning och en amperemeter, båda med försumbar inre resistans, till trådarna och mäter strömmen. Ur resultatet kan resistansen R för marken mellan kula A och B beräknas. Härled ett samband som uttrycker markens resistivitet ρ i den uppmätta markresistansen R och kulornas radie r .



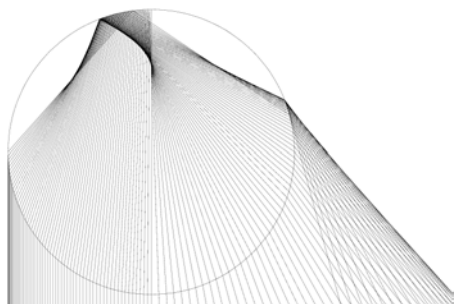
8. En ring av aluminium med diametern 25 mm, massan 1,6 g och en resistans på 0,5 m Ω läggs på en plexiglasskiva strax ovanför mynningen på en spole med järnkärna. När man släpper ström genom spolen kommer ringen att befinna sig i ett nästan homogent magnetfält men där de magnetiska flödeslinjerna längs med ringen divergerar med en vinkel av 10,0° från den vertikala lodlinjen (se figur). Strömmen genom spolen startar från noll och växer sedan linjärt med tiden så att magnetfältet i ringens plan till en början ges av $B = k \cdot t$, där $k = 10,0$ T/s. Beräkna hur lång tid det tar innan ringen lyfter från plexiglasskivan.



Kommentarer

1999:2. Många av fysiktävlingens uppgifter har försökt stimulera deltagarnas förmåga att göra modeller för olika fysikaliska system och vi har successivt ökat andelen av sådana uppgifter. Uppgiften här är en uppgift som inte har *ett* svar, det viktiga är inte svaret utan hur man kommit till svaret. 1999:4 är av samma typ.

1999:6. Uppgiften är föranledd av en artikel i husorganet *New Scientist*.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

3 februari 2000

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Ett duschmunstycke innehåller 18 hål med diametern 2,0 mm vardera. Slangen till munstycket har innerdiametern 10 mm. Vattnets hastighet i slangen är 0,5 m/s.

- Beräkna hastigheten för vattnet som kommer ut ur hålen i duschmunstycket.
- Undersök om vattnet förlorar eller vinner kinetisk energi då det lämnar duschen och ge en förklaring till förändringen.

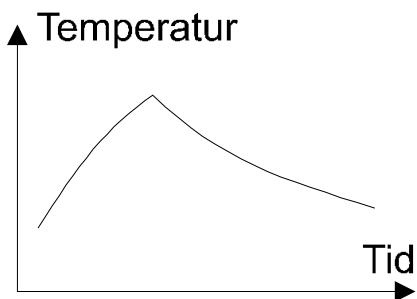
2. Följande tabell ger världsrekordstiderna för män på korta löpdistanser.

Distan- s/ m	45,7 (50 yard)	50,0	54,9 (60 yard)	60,0	91,4 (100 yard)	100
Tid/s	5,1	5,5	5,9	6,5	9,1	9,8

I en enkel modell för dessa sprinterlopp accelererar löparen först med konstant acceleration, a , fram till tidpunkten t_0 efter starten. Efter denna tidpunkt fortsätter löparen med samma konstanta hastighet, v_0 , till loppets slut.

Bestäm de värden på v_0 , t_0 och a som modellen ger.

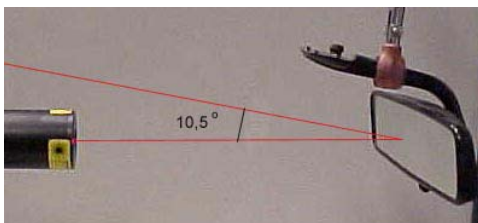
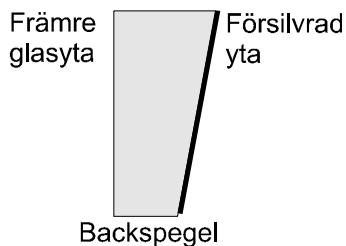
3. För att bestämma effekten för solinstrålningen kan man göra ett enkelt experiment med hjälp av ett provrör som är fyllt med kallt, svart kaffe. Provröret placeras så att solstrålarna träffar det vinkelrätt. I provröret stoppar man ner en temperaturgivare så att kaffets temperatur kan mätas med jämna mellanrum. Då kaffet utsätts för solens strålar mäter man dess temperatur och efter en stund skjuter man in en skärm så att provröret skuggas men fortsätter att mäta temperaturen på det nu avsvalnande kaffet. Resultatet av mätningarna blir en temperaturkurva enligt figuren. Förklara hur man med hjälp av grafen kan bestämma solinstrålningen uttryckt i W/m^2 .



4. Den inre backspegeln i en bil är konstruerad så att man kan reglera reflexionsförmågan i två steg. Backspegeln består av en glasskiva där de båda glasytorna bildar en liten vinkel med varandra. Under dagen utnyttjar man reflexionen i den bakre försilvrade ytan. Vid mörkerkörning vill man slippa den intensiva reflexen av bakomvarande bilar strålkastare och vinklar därför spegeln så att reflexionen i den främre glasytan riktas mot förarens ögon. I denna glasyta reflekteras endast 4 % av det infallande ljuset.

För att bestämma vinkeln mellan de båda glasytorna i spegeln kan man rikta en laserstråle vinkelrätt mot den främre glasytan – se bild. För en backspegel från en Volvo gäller att den stråle som efter reflexionen mot den bakre speglade ytan lämnar backspegeln bildar vinkeln $10,5^\circ$ med den infallande laserstrålen.

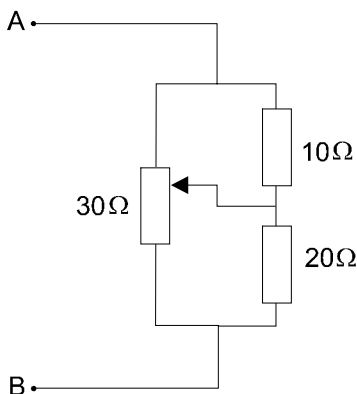
Bestäm vinkeln mellan backspegelns båda ytor.



5. En kula som är upphängd i ett snöre utför en svängningsrörelse där kulans läge, x , i sidled kan beskrivas med $x = A \sin \omega t$, där ω är vinkelhastigheten. Det maximala utslaget i sidled är 90 cm. Svängningstiden är 3,0 s. Härled ett uttryck för kulans läge, y , i höjddled som funktion av tiden, t , och rita ett diagram som visar kulans x - och y -lägen som funktion av tiden i intervallet $0 \leq t \leq 4$ s.

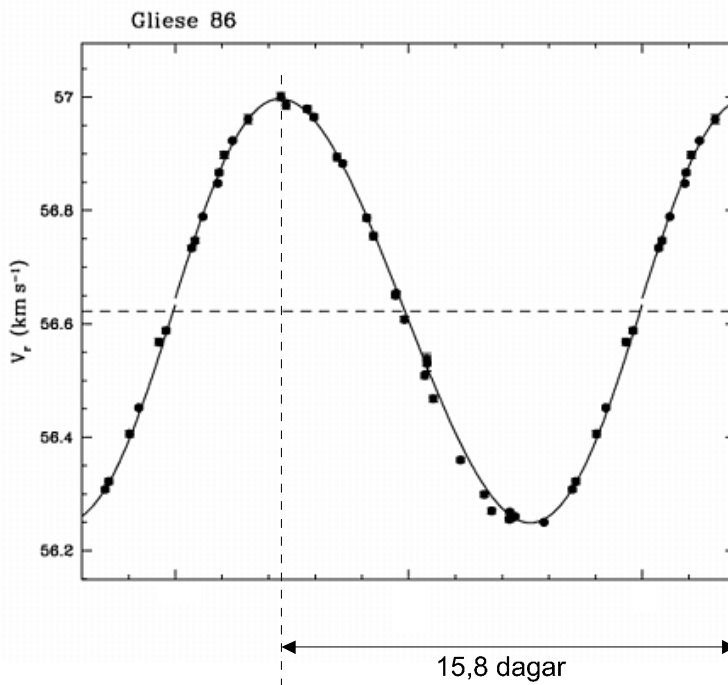
6. Den första fysiktävlingen för gymnasieskolan i Sverige ägde rum för 25 år sedan. Vi uppmärksammar jubileet genom att ta med en av de uppgifter som fanns med 1976 i årets tävling. (I din grafiska räknare har du idag ytterligare ett hjälpmedel som dina kamrater 1976 inte hade.)

Bestäm den maximala resistansen mellan punkterna A och B i kopplingen nedan.



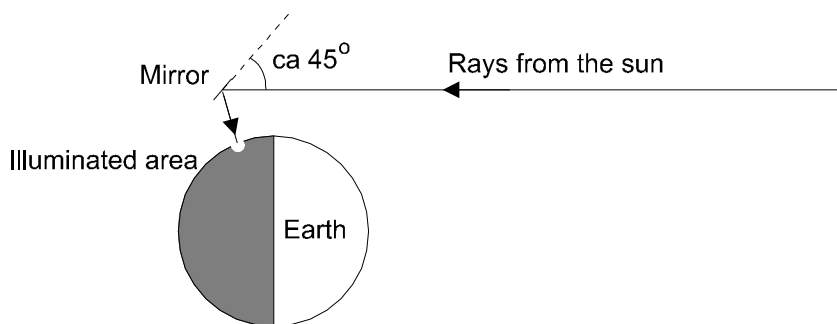
7. Under de senaste åren har astronomerna upptäckt flera planeter kring olika stjärnor. De upptäckta planeterna har i allmänhet massor jämförbara med Jupiters massa och befinner sig i ofta nära sin stjärna. Observationerna av planeterna bygger på en dopplervariation av stjärnans spektrum. Stjärnan och dess planet bevarar sin totala rörelsemängd vilket medför att stjärnans hastighet i förhållande till Jorden varierar. Med hjälp av känsliga våglängdsmätningar på dopplershiften kan därför stjärnans radiella hastighet i förhållande till Jorden bestämmas.

Diagrammet visar den radiella hastigheten som funktion av tiden för en stjärna, Gliese 86 som befinner sig på avståndet 35 ljusår från oss. Gliese 86 är en ganska kall dvärgstjärna vars massa är 0,79 solmassor. Mätningarna har gjorts av en schweizisk grupp vid La Silla observatoriet i Chile. <http://obswww.unige.ch/~udry/planet/gl86.html> Din uppgift är att bestämma planetens avstånd till sin stjärna, Gliese 86, samt att beräkna dess massa uttryckt i jupitermassor. Det beräknade värdet på massan är ett minimivärde. Förklara varför!



8. One of the future space technology projects is "Znamaya". The project is to unfold a plane mirror (diameter 25 m) at high altitude from a space vehicle in orbit (about 400 km above the ground) and to adjust this mirror properly to reflect sunlight to a selected area of the night-side of the earth in order to illuminate it for a short time. The arrangement can be compared with a pinhole camera. <http://www.energialtd.com/znamya.htm>

How big is the illuminated area on the earth and what is the illumination expressed in lux (lumen/m^2). The illumination on the mirror is $0,10 \text{ Mlux}$ which is the same illumination as the sun gives on the earth..



Kommentarer

Lars Gislén lämnade detta år över ansvaret för de praktiska arrangemangen och sammanställningen av tävlingen till Alf Ölme.

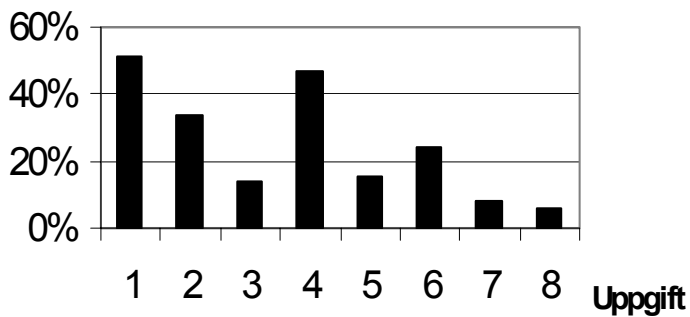
2000:2 Uppgiften är inspirerad av en liknande uppgift i den danska studentexamen.

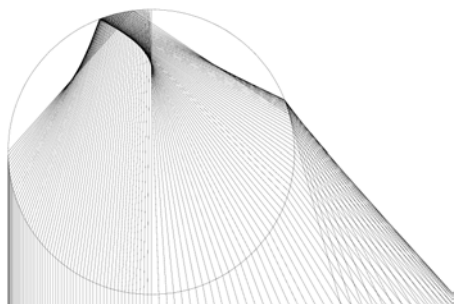
2000:4 För denna uppgift skaffade jag en backspegel från en gammal Volvo på en bilskrot. Jag tog bort delar av spegelns infattning så att jag kunde mäta lutningsvinkeln även på mekanisk väg. De experimentella studierna av spegeln gav fler erfarenheter än vad som var möjligt att ta med i tävlingsuppgiften.

2000:7 Vid denna tid rapporterades observationer av flera olika planetsystem i universum. Idén till uppgiften kom i samband med Fysikdagarna i Göteborg där astronomen Maria Sundin höll ett föredrag om upptäckter av nya planeter i universum. Sökning på Internet gav mig sedan de nödvändiga uppgifterna.

Lösningsfrekvens
Kvalificeringstävlingen 2000

Procent





FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

1 februari 2001

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. I en ovanlig lärobok i fysik – *Fysik per vers* - skriver Sören Törnkvist om fysikens olika områden på blankvers – ett versmått som bland annat Shakespeare använde. I Sören Törnkvists bok finns också flera problem formulerade med hjälp av detta versmått. Följande text är ett exempel:

”Fullt utbildad friktion i vila ger
en större motkraft än vad rörelse-
friktion förmår ett faktum nyttjat i
de låsningsfria bromsar bilar har.
För däck mot torr betong är μ som max
0,9. Glidning sänker μ
ner mot 0,7 och ökar då
inbromsningssträckan ? meter om
vi antar ursprungsfarten 90 knyck.”

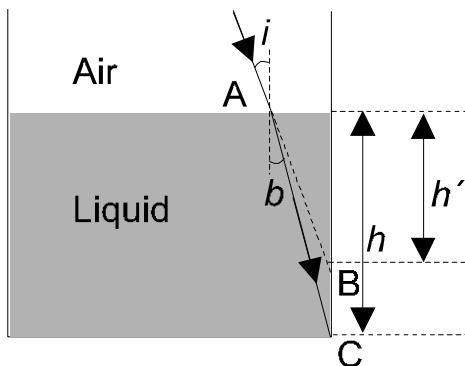
Bestäm hur många meter som inbromsningssträckan ökar i exemplet ovan. Du anar säkert att ”knyck” står för km/h. Bestäm också hur mycket inbromsningstiden ökar.

2. Tre olika stora plattpar kan användas tillsammans med distansbitar av plast som plattkondensatorer. Kapacitanserna för de erhållna kondensatorerna mäts direkt med ett instrument. Resultaten sammanfattas i en tabell nedan. Om endast sladdarna är anslutna till mätinstrumentet visar detta 8 pF. Använd tabellen för att beräkna ett värde på kapacitiviteten för fria rymden, ϵ_0 .

	Platt- radie $\frac{r}{\text{m}}$	Platt- avstånd $\frac{d}{\text{mm}}$	Kapacitans $\frac{C}{\text{pF}}$
	0,126	1,03	431
	0,126	1,67	248
	0,126	3,03	154
	0,090	1,03	224
	0,090	1,67	136
	0,090	3,03	84
	0,063	1,03	113
	0,063	1,67	71
	0,063	3,03	46

3. The following text describes an experiment using a small-angle approximation to measure the index of refraction of a liquid:

The experiment consists of sending a light ray from air into a tank filled with the liquid. The figure shows the path of the ray which enters the liquid at point A and is refracted so that it reaches point C at the bottom corner of the tank. If the liquid is drained out the ray is unrefracted and strikes the side of the tank at point B. The refractive index of the liquid may be found by measuring the distances h and h' .



- Describe how the refractive index for the liquid can be approximately expressed in h and h' .
- Estimate the error in the result if the liquid is water and the angle i is 20° .

4. En glödlampa kan lysa med tre olika effekter 60 W, 120 W och 180 W då den är ansluten till 220 V. Detta är möjligt med hjälp av två olika glödtrådar. Beskriv hur glödtrådarna kopplas för de olika effekterna samt bestäm resistanserna för de båda glödtrådarna då det går ström genom dem.

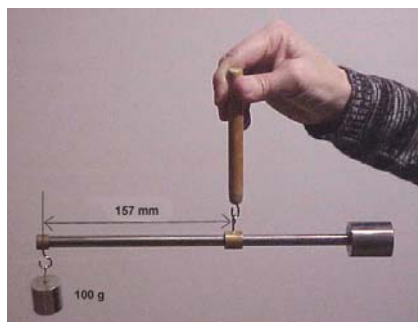
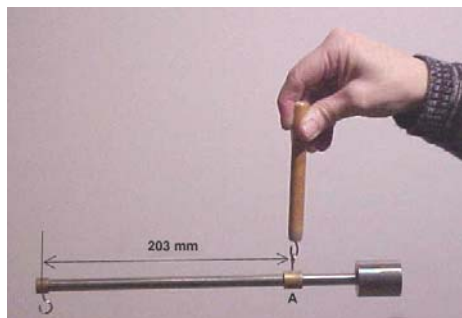
5. En metallstav med längden 5,0 cm roterar i ett horisontellt plan kring sin ena ända med den konstanta vinkelhastigheten 2,0 varv/s. Vinkelrätt mot stavens rotationsplan finns ett magnetfält med flödestätheten 0,20 T. Bestäm spänningen mellan stavens båda ändar.

6. En äldre typ av våg ett så kallat besman beskrivs i Nationalencyklopedin på följande sätt.

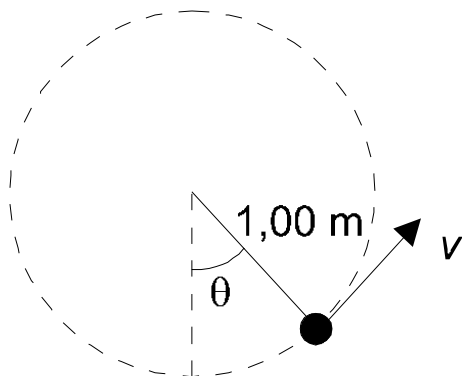
besman [be_s-] (lånat till fornsv. från ett slaviskt språk, jfr likabetydande ry. bezmen, po. bezmian), betzman, gammal typ av handhållen hävstångsvåg med fast motvikt och rörlig upphängningspunkt. På en krok eller i en skål i besmanets ena ände placeras det som skall vägas, varefter upphängningspunkten (handtaget) förskjuts längs en graderad skala tills balans råder med den fasta motvikten.

Besmanet var under lång tid på grund av sin enkelhet den vanligaste hushålls- och handelsvågen i Sverige. Ända in på 1970-talet användes vågtypen i fiskhandeln, men sedan 1973 har nytillverkning av **besman** för dagligvaruhandeln inte tillåtit beroende på besmanets bristande noggrannhet. Namnet kan tyda på att besmanet infördes till Sverige under vikingatiden, möjligen från volgabulgarerna. Redan på 300-talet f.Kr. beskriver Aristoteles ett **besman** för vägning av kött.

Bilderna nedan visar en modell av ett besman dels då det är obelastat och dels då det är belastat med 100 g. Bestäm med hjälp av uppgifter i bilderna besmanets massa och härled ett uttryck för belastningen (massan) som funktion av avståndet från upphängningspunkten för massan m till punkten A. Rita även grafen för den härledda funktionen.



7. En kula är festsatt i ett snöre och roteras i en vertikal cirkelbana så att spännkraften i snöret är noll då kulan befinner sig i sin högsta punkt. Radien i cirkelbanan är 1,00 m. Bestäm ett uttryck för kulans fart i cirkelbanan som funktion av vinkeln θ - se figur - och skissera grafen för detta uttryck samt beräkna kulans högsta och lägsta fart. Bestäm även kulans omloppstid så noggrant som möjligt.

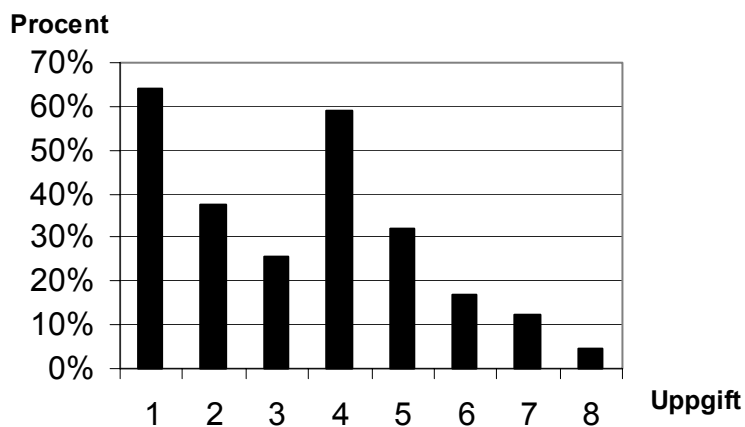


8. I en show med olika fysikexperiment påstod artisten att han med förbundna ögon kunde skilja på tre olikfärgade ballonger. Ballongerna var uppblåsta med tre olika gaser – luft, helium och koldioxid. För att kunna skilja ballongerna utnyttjade han bland annat att en av ballongerna fungerade som en akustisk samlingslins. Vilken av ballongerna har denna egenskap? Motivera ditt svar och beräkna var brännpunkten för centrala strålar ligger om ballongerna kan anses vara sfäriska med radien 15 cm.

Kommentarer

2001:8 Uppgiften är inspirerad av en show under konferensen Physics on Stage 1 på CERN i november 2000.

Lösningsfrekvens Kvalificeringstävlingen 2001

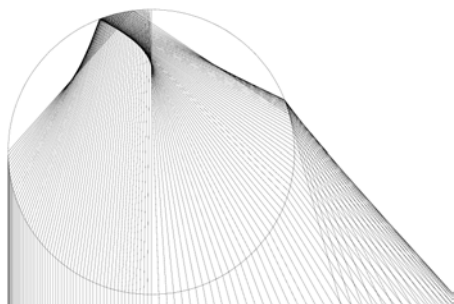


FYSIKTÄVLINGEN

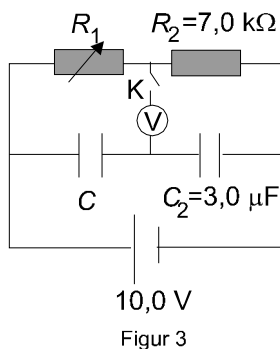
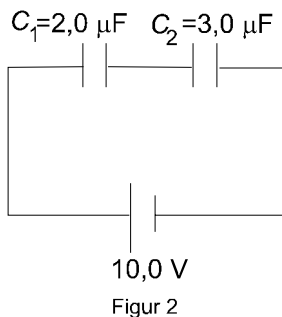
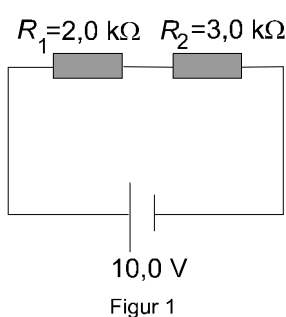
KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

7 februari 2002

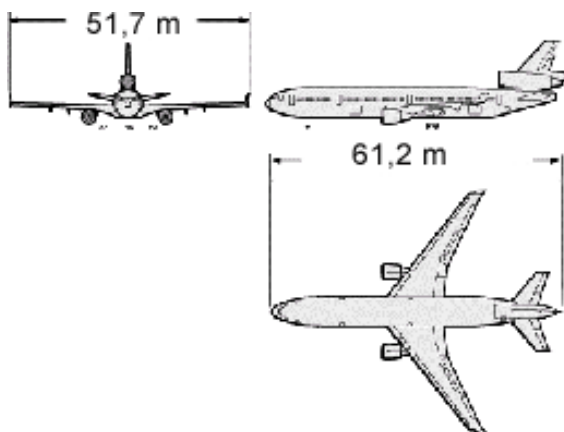
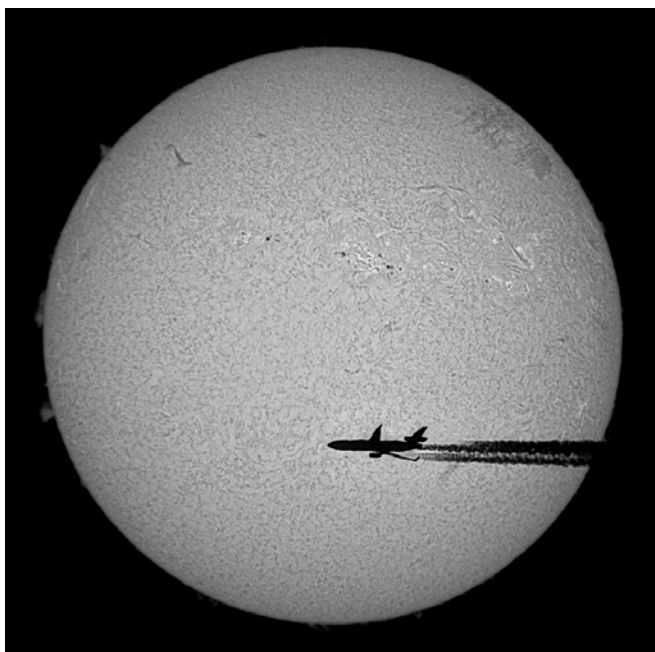
SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



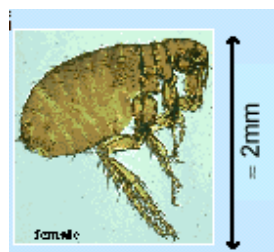
1. a) Två resistorer är kopplade enligt Figur 1. Bestäm spänningen över resistorn med resistansen R_1 .
- b) Två kondensatorer är kopplade enligt Figur 2. Bestäm spänningen över kondensatorn med kapacitansen C_1 .
- c) Kopplingen i Figur 3 används för att bestämma en okänd kapacitans C . När man ställer in den variabla resistorn R_1 på $5,0 \text{ k}\Omega$ visar voltmetern 0 V när strömbrytaren K sluts. Bestäm kapacitansen C .



2. The aircraft in the photo below is an MD-11 airliner of known dimensions – see picture. The left picture shows the aeroplane with the sun as background. Estimate the distance to the aircraft from the photographer. (Picture from <http://perso.club-internet.fr/legault/s010113.jpg>)



3. Olika levande varelser har helt olika möjligheter att röra sig. De har också helt olika förutsättningar att tåla höga accelerationer. I denna uppgift ska du jämföra accelerationsförmågan hos en loppa med samma förmåga hos människan. Människoloppan (*Pulex irritans*) har mått enligt bilden. Den kan hoppa upp till en höjd av cirka 0,5 m.



- a) Uppskatta med hjälp av beräkningar den acceleration loppan har under upphoppet om vi förutsätter att accelerationen är likformig.
- b) Hur högt skulle en människa kunna hoppa om hon vid upphoppet kunde ha denna acceleration. Du får själv göra de ytterligare uppskattningar som behövs för beräkningen.

4. Fysikproblemen i gymnasiet har under årens lopp formulerats på olika sätt. Denna uppgift är från det skriftliga studentexamensprovet våren 1960.

“En vätskas specifika värmekapacitet bestämdes genom följande försök. Från en stor behållare, där vätskans temperatur hölls konstant vid $10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, fick vätskan med konstant hastighet strömma genom ett smalt rör. Längs rörets axel hade man spänt en metalltråd, som genomflöts av elektrisk ström. Sedan försöket pågått någon stund med konstant strömstyrka i tråden, hade även den vätska som lämnade röret konstant temperatur. Vid ett tillfälle avläste man denna temperatur till $22,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Vid mätningen fann man att 680 g av vätskan passerade röret på $22,0$ minuter. Strömstyrkan (I) i och spänningen (U) över tråden avlästes till $3,90\text{ A}$ respektive $4,00\text{ V}$. När man sedan ökade strömningshastigheten, så att 825 g vätska lämnade röret på $22,0$ minuter, måste I och U ökas till $4,25\text{ A}$ respektive $4,40\text{ V}$, för att den konstanta sluttemperaturen hos vätskan skulle bli densamma som förut. Beräkna härav vätskans specifika värmekapacitet. Hänsyn måste tagas till värmeutbytet mellan röret och omgivningen.”

5. I ett experiment med en dubbelspalt får parallellt ljus med våglängden 600 nm träffa dubbelspalten med vinkelrätt infall. På en skärm med avståndet $1,00\text{ m}$ från dubbelspalten uppmäts avståndet från centralmaximum till det tionde maximat på ena sidan till 30 mm .

a) Bestäm spaltavståndet i dubbelspalten.

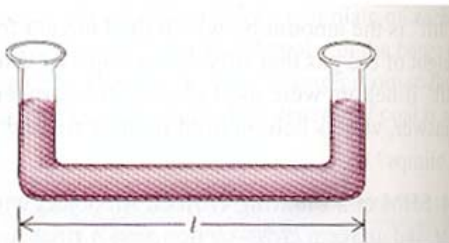
b) En genomskinlig film med tjockleken $20\text{ }\mu\text{m}$ placeras i den ena spalten varvid läget för centralmaximum förskjuts 30 mm på skärmen. Bestäm brytningsindex för filmen.

6. Du har antagligen fått lära dig att det tar lika lång tid för en boll, som kastas rakt upp, att nå sin högsta höjd som det tar att falla tillbaka till startpunkten. Denna modell är inte helt sann. Jämför med hjälp av en bättre modell stigtid och falltid. Motivera ditt resonemang och dina slutsatser väl!

7. En fotboll närmar sig en spelare med hastigheten 12 m/s . Hur måste spelarens fot röra sig om han vill stoppa bollen då den träffar foten. (Bollens hastighet efter stöten ska alltså vara noll.) Du får anta att fotens massa är mycket större än bollens och att kollisionen är fullständigt elastisk samt att bollen inte roterar.

8. Ett U-format rör med en horisontell längd l innehåller en vätska.

- a) Bestäm höjdskillnaden mellan vätskepelarna om röret har en acceleration, a , åt höger.



- b) Bestäm höjdskillnaden mellan vätskepelarna om röret monteras på ett horisontellt roterande bord med vinkelhastigheten, ω , och den ena av vätskepelarna sammanfaller med rotationsaxeln.

Kommentarer

Kommentarerna är gjord av Alf Ölme och skickades ut till deltagande skolor efter tävlingen.

Uppgift 1: Jag har av lösningsfrekvensen och kommentarer förstått att det finns elever som inte har mött kondensatorn under sina fysikstudier. Detta ger upphov till reflexionen att det gemensamma stoffet är krympande och oklart angivet i kursplanen. Svårighetsgraden i deluppgifterna stegras och det är endast 23 % som har full poäng på uppgiften.

Uppgift 2: Uppgiften är hämtad från The Physics Teacher (september 2001). Den har karaktären av en HOT – Higher Order Thinking – över sig. Uppgiften innehåller inte så mycket ”fysik”. Lösningen bygger ju på likformighetsresonemang. Påfallande många elever tar inte hänsyn till skalfaktorn mellan planet och solskivan. Några få har använt sig av avbildning i en kamera och betraktat den givna bilden som en kamerabild i kamerans fokallplan. Avbildningen av solskivan har använts för att bestämma kamerans ”brännvidd” som sedan används för att bestämma föremålsavståndet till planet.

Uppgift 3: Lösningssfrekvensen ligger något lägre än vad jag hade förväntat mig. Eleverna tycks ha haft svårigheter med att finna sambandet mellan de utslagsgivande storheterna. Det är också vanligt med en överskattning av accelerationssträckan för det mänskliga upphoppet.

Uppgift 4: Denna uppgift är som det framgår av texten hämtad från studentexamen 1960. Jag har endast moderniserat texten något vad det gäller storheter och enheter. Det finns en viss osäkerhet i lösningarna om hur man skall ta hänsyn till omgivningens inverkan. Det är inte alla elever som inser att omgivningens inverkan är densamma i de båda experimenten. Det förekommer uppskattningar av verkningsgraden av uppvärmningen av metalltråden. En vanlig idé är att beräkna medelvärde av den specifika värmekapaciteten från de båda experimenten om omgivningens inverkan försummas. Det skulle vara intressant att göra en jämförelse mellan tävlingens lösningssfrekvens och resultatet 1960 men några sådan statistik har jag inte tillgänglig. Det är väl rimligt att anta att majoriteten av abiturienterna i fysik 1960 klarade denna uppgift eftersom den återfinns bland de första problemen av de åtta uppgifter som utgjorde examensprovet. För betyget B krävdes 3 nöjaktigt behandlade uppgifter. Förutom *Nöjaktigt* kunde en uppgift bedömas med *Nöjaktigt med tvekan* och *Icke nöjaktigt*.

Uppgift 5: Den första deluppgiften här är av standardkaraktär och borde enligt min mening klaras av de flesta elever – i varje fall från åk 3. Resultaten tyder dock på att interferens i dubbelspalt ej behandlats på alla skolor. Den andra deluppgiften kräver ett eget kreativt tänkande och det finns flera exempel på bra lösningar på denna uppgift.

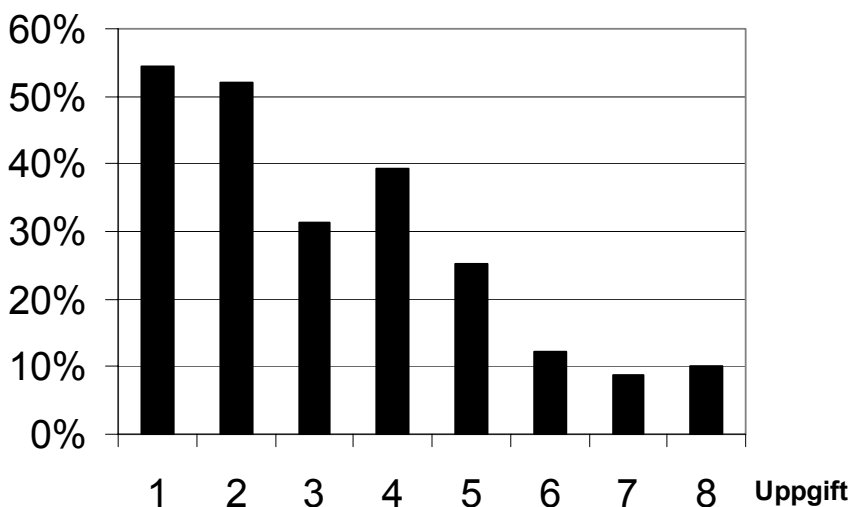
Uppgift 6: I lösningssresonemangen till denna uppgift saknas ofta en ”röd tråd”. Eleverna är ovana vid att göra ett logiskt, rent resonemang där endast de fakta som man stöder sig på tas med. Det finns dock lysande undantag som visar på en god förmåga att resonera fysikaliskt.

Uppgift 7: Uppgiften är inspirerad av den återkommande serien med *Physics challenges for teachers and students* i tidskriften The Physics Teacher. Det ställs stora krav på elevens förmåga att förstå den fysik som krävs. Det tycks ha varit lättast för de elever som är bekanta med begreppet relativ rörelse. Den andra metod som har varit framgångsrik för dem bygger på en lösning av ekvationssystemet för villkoren på rörelsemängdens och rörelseenergins bevarande. Den allmänna behandlingen kräver då dessutom en generalisering av massförhållandet som ju inte är givet i uppgiften.

Uppgift 8: I elevlösningarna till denna uppgift har jag förvånats över att så många elever angriper den med införande av tröghetskrafter. Det är ju en behandling som inte tas upp av gymnasieböcker i fysik. Den andra deluppgiften innehåller ytterligare en svårighet eftersom centripetalaccelerationen inte är konstant utefter rörets längd. Uppgiften är förvisso svår för de flesta eleverna. De tycks också vara obekanta med att ett svar till denna typ av uppgifter kan kontrolleras genom en dimensionsanalys av det erhållna uttrycket med hjälp av de ingående storheterna. En sådan analys borde ju avhålla en elev från att ge ett svar som innebär att höjden t_{ex} skall anges med enheten m/s^2 !

Fysiktävlingen 2002 Lösningsfrekvenser

Procent

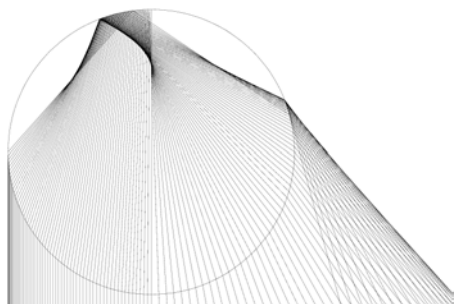


FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

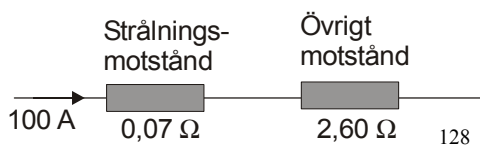
6 februari 2003

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



1. Strax utanför Varberg ligger den byggnadsminnesförklarade radiostationen Grimeton. Radiostationen togs i drift den 1 december 1924 och den huvudsakliga uppgiften var telegramtrafik till och från Amerika (<http://www.telemuseum.se/grimeton/>). Idag, snart 80 år senare, har telegrafi och telegrampojkar ersatts av mobiltelefoni och SMS och radiostationen i Grimeton är den enda fungerande långvågssändaren i världen. Sverige försöker därför nu att få den med på UNESCO:s världsarvslista.

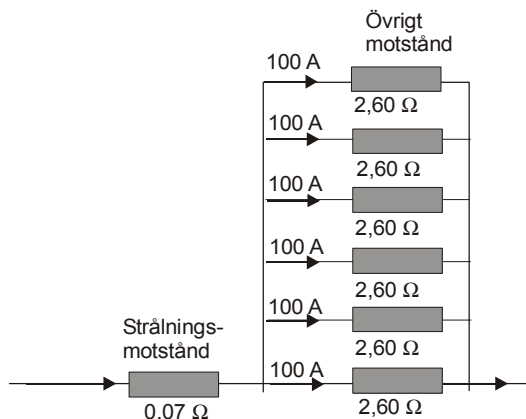
Den tekniska konstruktionen av radiostationen bygger bland annat på flera uppfinningar av den svenske elektroingenjören Ernst F.W. Alexanderson (1878 – 1975). I Tekniska Meddelanden från Kungliga Telegrafstyrelsen N:o 2 – 3, 1921 behandlas två av dessa, Alexandersons högfrekvensgenerator och Alexandersons multipelantenn. Med hjälp av multipelantennen kunde en större andel av den tillförda effekten användas för strålning. Alexanderson delade upp antennens motstånd i tre delar, jordmotståndet ($2,00 \Omega$), variometermotståndet ($0,60 \Omega$) och strålningsmotståndet ($0,07 \Omega$). En antenn kan alltså beskrivas med följande figur.



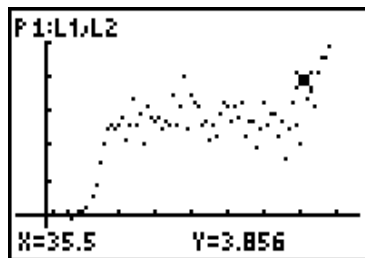
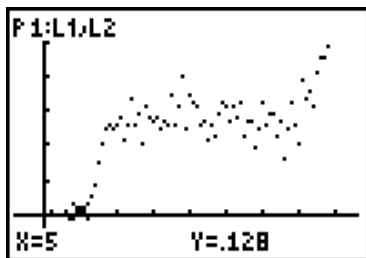
a) Bestäm hur stor den totala effekten i antennen blir om antennströmmen är 100 A. Bestäm även hur stor del av denna effekt som utgör strålningseffekt.

b) För att öka verkningsgraden konstruerade Alexanderson sin multipelantenn som elektriskt motsvaras av följande koppling.

Hur stor blir den totala effekten i denna multipelantenn och hur stor andel av denna effekt utgör strålningseffekt?



2. An accelerometer was used taking acceleration data during take off of a Boeing 737. The collected data were registered on a graphic calculator. The result is shown in the following two screen pictures from a graphic calculator with acceleration (m/s^2) as a function of time (s). They are identical and differ only by the given coordinates for two different points in the diagram.



- Explain the acceleration graph. How do you know when the airplane leaves ground?
- Estimate with help of the two diagrams the velocity of the plane when it leaves the runway.
- What is the minimum length of the runway that is required for a safe start?

3. Då en satellit skjuts upp i sin bana måste den ges tillräckligt mycket energi för att den skall nå avsedd höjd och på denna höjd ha kvar en sådan hastighet att den kan gå in i en bana runt jorden. Det är då en fördel att skjuta upp bärraketen i närheten av ekvatorn i en sådan riktning att den hastighet som jordens rotation ger utnyttjas.

a) I vilken riktning bör raketen skjutas upp?

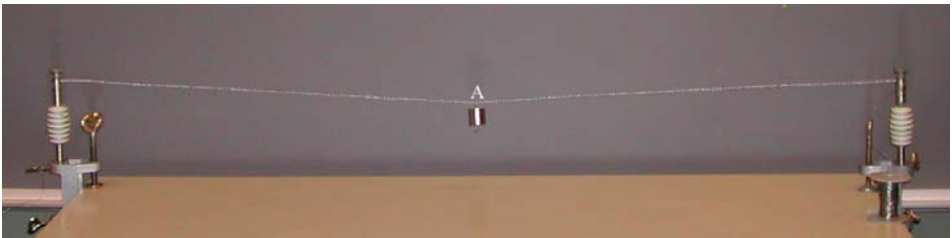
b) Många amerikanska satelliter skjuts upp från Kennedy Space Center, Cape Canaveral som ligger på $28,5^\circ$ nordlig latitud. Hur stor horisontell hastighet ger jordrotationen en raket som skjuts upp på denna latitud?

4. Hjärtat är en ihålig muskel vars uppgift är att pumpa ut syresatt blod till kroppens olika delar. Då hjärtat drar ihop sig för ett pulsslag blir övertrycket i de utgående artärerna ca 120 mm Hg om blodtrycket mäts i nivå med hjärtat (av tradition mäts blodtrycket i mm Hg). Med hjälp av pulsslagen drivs varje minut 5 dm^3 blod runt i blodomloppet.

a) Uppskatta med beräkningar blodtrycket i foten på en vuxen människa om trycket i höjd med hjärtat är 120 mm Hg.

b) Beräkna hjärtats medeleffekt med hjälp av uppgifterna i texten.

5. En äldre typ av amperemeter är ett så kallat varmtrådsinstrument. Det är användbart för såväl likström som växelström. Det består av en mättråd som värms upp av strömmen. En modell av instrumentet kan byggas upp enligt bilden nedan.



En koppartråd med längden 1,25 m och diametern 0,45 mm spändes upp mellan två hållare enligt bilden. Då ingen ström flöt genom tråden befann sig upphängningspunkten A 8,7 cm ovanför bordsskivan. Trådens ändpunkter befann sig då 11,4 cm ovanför bordsskivan. När en viss ström sändes genom tråden sjönk trådens mittpunkt A så att den istället befann sig 7,2 cm ovanför bordsskivan.

a) Hur stor effekt lämnar tråden i form av strålning?

b) På vilket annat sätt kan effekt lämna tråden?

6. 1960 genomförde R. Pound och G. Rebka vid Harvarduniversitetet experiment som visade att fotoner som sänts ut vid foten av ett 22,57 m högt torn hade lägre frekvens då de nådde toppen på tornet än när de sändes ut. Resultatet av experimenten stöder den allmänna relativitetsteoris tolkning av gravitationell rödförskjutning.

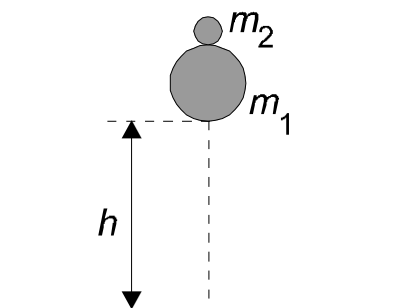
(<http://www.peterallport.com/gravrs.htm>)

- a) Om vi behandlar experimentet teoretiskt på ett halvklassiskt sätt, dvs ger fotonen en ekvivalent massa enligt Einsteins samband, kan kvoten mellan fotonens frekvensskillnad och fotonens startfrekvens beräknas. Trots den enkla modellen är det teoretiska resultatet i god överensstämmelse med Pounds och Rebkas uppmätta värde. Bestäm värdet på denna kvot.
- b) Diskutera hur du med hjälp av denna modell skulle kunna förklara att inget ljus kan lämna ett "svart hål". Vilka svagheter har en sådan halvklassisk modell?

7. Två bollar med massorna m_1 respektive m_2 börjar samtidigt falla från höjden h enligt figuren. De efterföljande stötarna sker helt i vertikal led och är fullständigt elastiska.

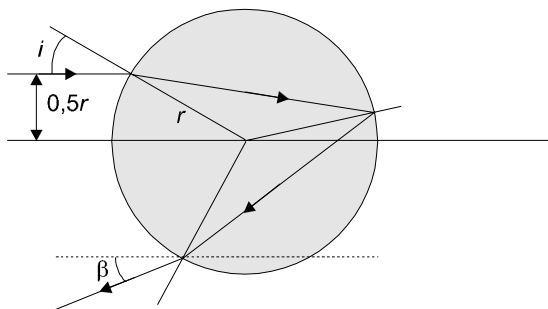
a) Vilket massförhållande skall bollarna ha om bollen med massan m_1 skall få hastigheten noll efter kollisionen med bollen med massan m_2 ?

b) Hur högt når i så fall bollen med massan m_2 ?



8. I fysiktävlingens logo kan du se hur olika strålar bryts och reflekteras i en sfärisk vattendroppe. Strålarna beskriver hur regnbågen bildas för en bestämd våglängd med samhörande brytningsindex.

a) Bestäm den spetsiga vinkel β som den infallande strålen i figuren nedan kommer att bilda med en stråle som reflekteras en gång i vattendroppen och sedan bryts ut ur vattendroppen.



- b) Uttryck denna vinkel β som funktion av infallsvinkeln i mot vattendroppen och bestäm dess största tänkbara värde.
- c) Regnbågens färger beror ju på att brytningsindex är något olika för olika våglängder. Vad hade vi sett om alla våglängder hade haft samma brytningsindex?

Kommentarer

Kommentarerna är gjord av Alf Ölme och skickades ut till deltagande skolor efter tävlingen.

Uppgift 1. Uppgiften är direkt hämtad ur Tekniska Meddelanden från Kungliga Telegrafstyrelsen N:o 2 – 3, 1921 där man kan läsa om detta numeriska exempel. Ernst Alexanderssons uppfinning rymmer mer fysik än det enkla räkneexemplet här avslöjar. Lösningfrekvensen på över 70 % visar att uppgiften varit förhållandevis enkel som den ju också var avsedd att vara eftersom den placerats först. I den mån det funnits några svårigheter har det i så fall gällt förhållandena vid parallellkopplingen i b-uppgiften.

Uppgift 2 Denna uppgift har jag fått genom Lars Jakobsson på Lärarhögskolan i Malmö. Lars presenterade den på ett föredrag under GIREP-konferensen i Lund 2002. Lars har själv registrerat den under en flygplansstart – en aktivitet som kanske skulle vara svårare att genomföra idag än vid det tillfälle då Lars gjorde det för några år sedan. Även denna uppgift har en förhållandevis rimlig lösningfrekvens. Man kan dock förvåna sig över att den inte är ännu högre bland det positiva urval som tävlingsdeltagarna ändå utgör.

Uppgift 3. Denna uppgift har jag hämtat ur en artikel om *Orbital mechanics* på adressen.

<http://users.commkey.net/Braeunig/space/orbmech.htm>

Uppgift 4. Jag har mött frågeställningen i flera olika uppgifter men min mest aktuella referens till denna version är Medical Physics, Martin Hollins, Nelson Thornes Ltd, 2001. Det är väl framförallt b-uppgiften som har vållat de största svårigheterna för tävlingsdeltagarna. De som har vana vid dimensionsberäkningar har haft fördel av detta vid lösningen av uppgiften.

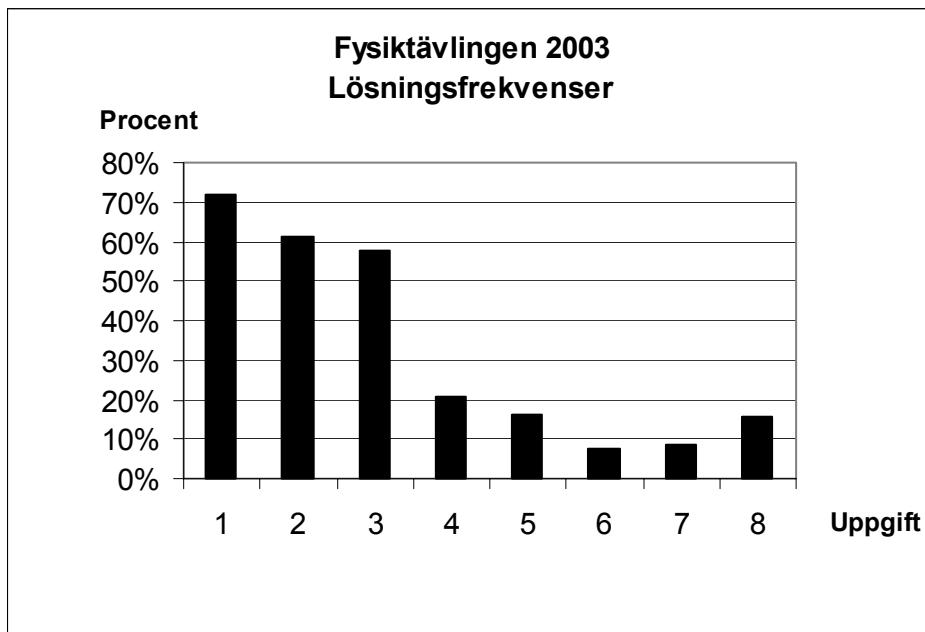
Uppgift 5. Uppgiften är inspirerad av ett demonstrationsexperiment där längdförändringen av metalltråden används som ett mått på effektutvecklingen. Experimentet genomförs då med såväl likström som växelström. Om växelströmmens toppvärde också registreras kan man på detta sätt visa sambandet mellan toppvärde och effektivvärde för en växelström. Om man utnyttjar trådens uppmätta längdförändring kan man skaffa sig ett värde på trådens temperaturhöjning. Trådens temperatur och omgivningens temperatur kan sedan användas för att beräkna nettoutstrålningen. Då jag genomförde experimentet visade det sig dock att en större del av den tillförda effekten transporteras bort från tråden på annat sätt. Det största bidraget är förmodligen ledning till den omgivande luften. Uppgiften har vållat svårigheter i flera av stegen. Missuppfattningar av temperatur och temperaturskillnad förekommer. Vid användningen av Stefan Boltzmanns lag har ofta instrålningen försumrats.

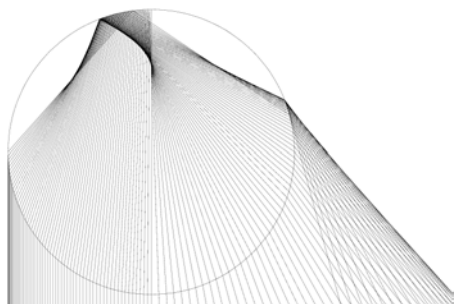
Uppgift 6. Detta kunskapsområde tycks vara relativt okänt för de tävlande om man ska döma av lösningsfrekvensen. Fotonens energi borde annars vara välkänt från fotoelektriciteten. Även om den sökta kvoten beräknats visar tävlingsbidragen på elevernas svårigheter att i ord uttrycka de tankar som ligger bakom beräkningarna.

Uppgift 7. Detta är en av många formuleringar på problem som gäller den så kallade "stötförstärkaren". Svårigheterna i uppgiften är ju huvudsakligen av matematisk karaktär om man ställt upp de samband som stötlagarna och energiprincipen ger.

Uppgift 8. Regnbågen har sin förklaring i grundläggande optiska samband. Trots detta så genomförs sällan en fullständig förklaring till regnbågen i våra fysikböcker. De geometriska svårigheterna löser man helt vid härledningen av avbøjningsvinkeln för ljus med ett bestämt brytningsindex och en bestämd infallsvinkel. Ett numeriskt exempel kräver inte så besvärlig matematisk behandling. För att bestämma regnbågsvinkeln måste man dock använda sig av numeriska metoder eller kunskaper om derivatan av arcusfunktioner. Båda behandlingarna förekommer även om det nog tillhör

sällsyntheterna att en elev behärskar derivatan av $\arcsin x$. De grafiska räknarna ger ju annars god hjälp i denna analys och det är också den metod som använts av del flesta som löst uppgiften. Minimideviationen fås då vid en speciell infallsvinkel och variationen i brytningsindex ger upphov till en variation i minimideviationsvinkeln. Utan dispersion skulle denna variation försvinna och regnbågen skulle framstå som en på insidan skarpt avgränsad (blå)vit båge. Endast en inskickad lösning innehåller en hänvisning till minimideviationens betydelse för regnbågens uppkomst. Även i denna uppgift märks eleverna svårigheter att uttrycka tankar i ord.





FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

5 februari 2004

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Bildsekvensen nedan visar tre olika situationer.



Bild 1



Bild 2



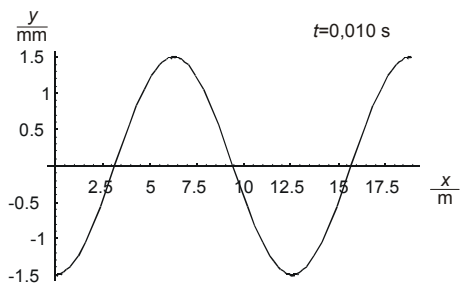
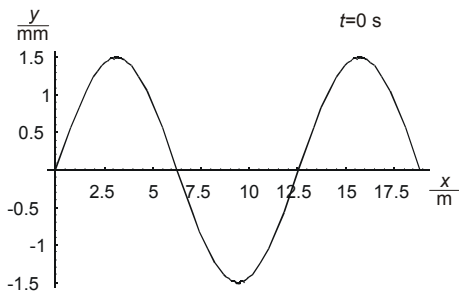
Bild 3

- I Bild 1 ser vi en bägare med vatten på en våg. Vågen visar 821 g.
- I Bild 2 håller en person en metallstav med en tråd så att cylindern hänger fritt i vattnet. Vågen visar 831 g.
- I Bild 3 har metallstaven placerats på bägarens botten. Vågen visar 897 g.

Bestäm med hjälp av bilderna metallstavens densitet och rita en skalenlig figur som visar de krafter som verkar på metallstaven då den hänger i vattnet och en skalenlig figur som visar krafterna på staven då den står på bägarens botten.

2. En vågrörelse beskrivs av vågekvationen $y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.

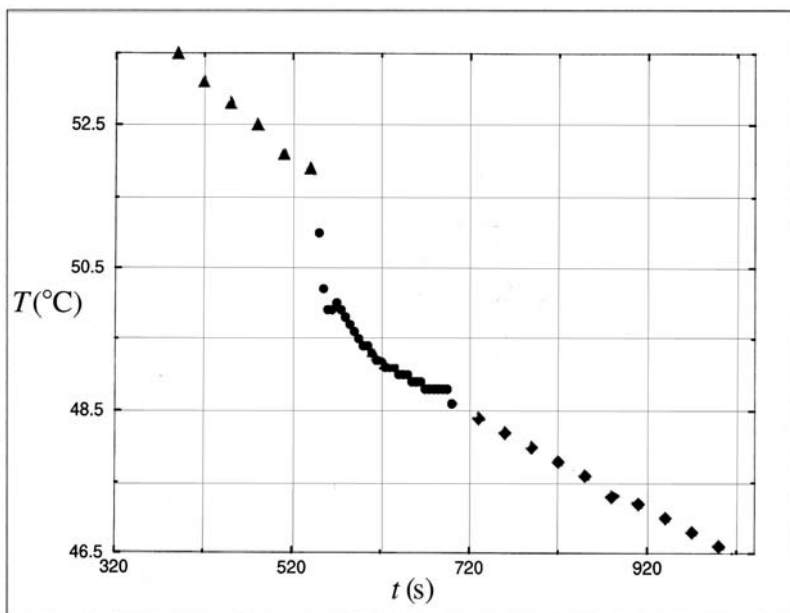
Diagrammen nedan visar vågens läge vid två olika tidpunkter $t = 0$ s och $t = 0,010$ s. Ingen vågtopp har passerat origo mellan de båda ögonblicksbilderna av vågen.



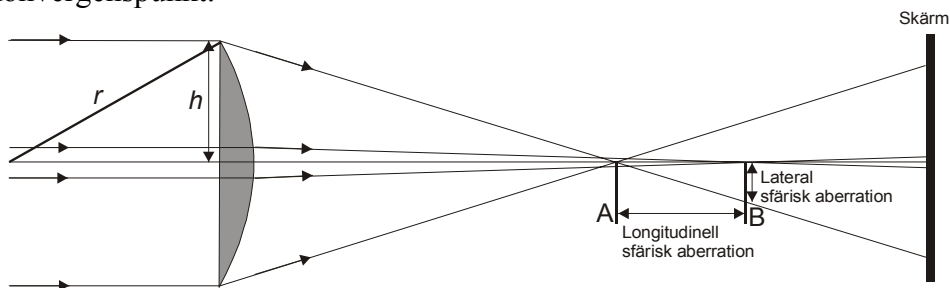
a) Bestäm med hjälp av diagrammen vågrörelsens amplitud, våglängd, frekvens och utbredningshastighet.

b) Rita ett nytt diagram som visar $y(t)$ för $x = 12,5$ m i intervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 0,05 \text{ s}$.

3. En bägare innehåller 400 g vatten med en temperatur på cirka 60°C . Avsvlningen av vattnet registreras med en temperaturgivare som är kopplad till en mät dator. Efter en stund stoppas en aluminiumstav med massan 145 g ner i bägaren och det fortsatta temperatur-förloppet registreras som tidigare fast med kortare tidsintervall mellan mätningarna. Aluminiumstaven hade temperaturen, $26,5^\circ\text{C}$ då den stoppades ner i vattnet. Bestäm med hjälp av diagrammet nedan ett värde på den specifika värmekapaciteten för aluminium.



4. Vid experimentella studier av avbildningar inom stråloptiken upptäcker man att den teori som byggs upp med hjälp av en linsformel inte fullständig kan beskriva verkligheten. Denna brist kallas något ologiskt för avbildningsfel. Det ologiska består i att kalla verklighetens avvikelse från en enkel teori för ”fel”. Det finns flera olika typer av avbildningsfel. Den sfäriska aberrationen är det enda man behöver ta hänsyn till för ett med den optiska axeln infallande parallellt strålnippe. Det utgående strålnippets konvergenspunkt blir inte entydigt bestämt utan beror av strålarnas avstånd h till den optiska axeln vid genomgången av linsen. Konvergenspunkten för centrala strålar, B, ligger längre från linsen än konvergenspunkten för randstrålarna, A. Avståndet mellan dessa båda konvergenspunkter kallas för den longitudinella sfäriska aberrationen. Den laterala sfäriska aberrationen definieras av randstråleknippets radie vid de centrala strålarnas konvergenspunkt.

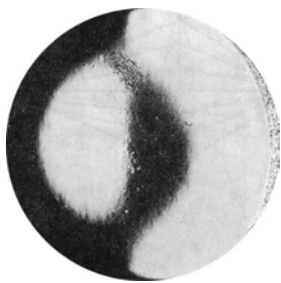


I figuren ovan har den sfäriska ytan i den plankonvexa glaslinsen radien $r = 40$ mm och linsens bländarradie $h = 20$ mm. Linsen har alltså formen av en sfärisk kalott –se figur.

a) Bestäm den longitudinella sfäriska aberrationen.

b) Bestäm den laterala sfäriska aberrationen.

För att testa kvaliteten på linser och sfäriska speglar används ibland Foucaults kniveggstest. Vid denna test förs ett rakblad in vinkelrätt mot den optiska axeln till höger om linsen (se figur). Då rakbladet precis når den optiska axeln får man skuggbilder på skärmen enligt bilderna nedan. De två bilderna svarar mot olika placering av rakbladet längs linjen mellan linsen och skärmen.



a



b

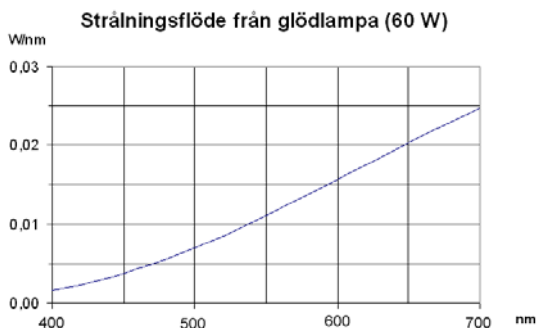
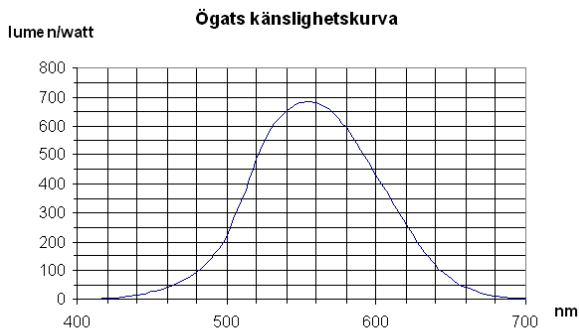
c) Utred vilken placering av rakbladet som hör ihop med respektive bild.

5. Grundenheten candela får inte så stor uppmärksamhet i gymnasiets fysikkurs. Det är den enda av de sju grundenheterna som är beroende av människans uppfattningsförmåga. Populärt uttryckt kan vi säga att enheten candela används för att beskriva intensiteten av den för människan synliga delen av det elektromagnetiska spektret. En candela motsvarar ungefär ljusstyrkan av en stearinljuslåga.

Då monokromatiskt ljus med en bestämd effekt uttryckt i watt träffar ögat uppfattas det motsvarande ljusflödet olika beroende på ljusets våglängd. Det är ögats känslighet för de olika våglängderna som avgör synintrycket. Människans öga har maximal känslighet vid våglängden 555 nm. Vid denna våglängd motsvaras strålningsflödet 1 W av ljusflödet 683 lumen. Enheten lumen för ljusflödet motsvarar alltså enheten watt för strålningsflödet. Ett av diagrammen nedan visar ögats spektrala känslighet, $V(\lambda)$, uttryckt i lumen/watt som funktion av våglängden λ .

En ljuskällas ljusutbyte definieras av hur många lumen per watt som ljuskällan ger. Det andra diagrammet nedan visar den utstrålade effekten i W/nm inom det synliga området för en lampa med effekten 60 W. Lampan har en glödråd av wolfram som har temperaturen 2 800 K då lampan lyser. Strålningskurvan har maximum i det infraröda våglängdsområdet långt utanför ögats känslighetsområde.

Bestäm med hjälp av de båda diagrammen ett värde på glödlampans ljusutbyte om dess totala effekt är 60 W.

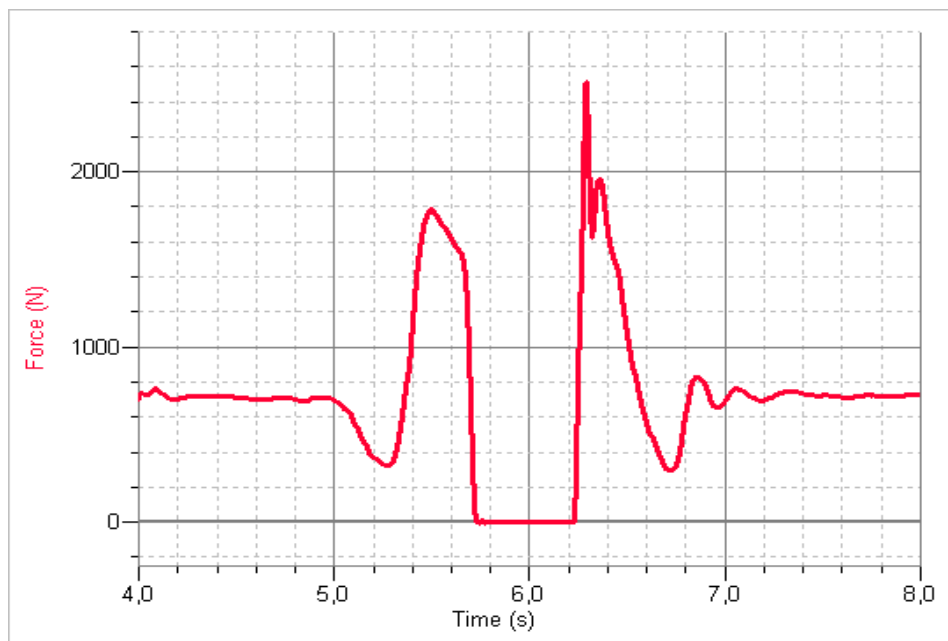


6. Den 12 januari 1832 utförde den kände engelske fysikern, Michael Faraday, följande försök vid Waterloo Bridge i London:

Vid brons båda ändar nedsänktes likadana kopparplattor i Themsen. De båda kopparplattorna som befann sig 300 m från varandra anslöts till en voltmeter med hjälp av isolerade kablar. Faraday uppmätte en spänning mellan kopparplattorna som "ändrade riktning" då vattenströmmen i Themsen ändrade riktning. (Tidvattnet gör att vattenströmmen i Themsen ändrar riktning.)

Vid ett tillfälle uppmätte Faraday spänningen till 20 mV. Det jordmagnetiska fältets vertikala komposant i London är $40 \mu\text{T}$. Bestäm vattnets strömningshastighet.

7. Diagrammet nedan visar kraften mot underlaget vid ett hopp. Försökspersonen har stått upprätt på en våg (badrumsvåg), tagit sats, hoppat upp och landat på vågen igen. Vågen har fungerat som givare till en mättdator.



a) Hur mycket höjde försökspersonen sin tyngdpunkt under hoppet - räknat från utgångsläget?

b) En person med massan m och längden h hoppar från hukande ställning lodrät uppåt. Tyngdpunktens högsta läge över marken under hoppet är $0,75 h$.

Bestäm medelvärdet av kraften mot golvet under upphoppet. Du får utgå från att personens tyngdpunkt befinner sig på höjden $0,50 h$ då personen står upprätt och att tyngdpunkten befinner sig $0,25 h$ över marknivån då personen hukar sig ner inför upphoppet. Jämför ditt resultat med diagrammet ovan och kommentera jämförelsen.

8. En proton (m, e) och en alfapartikel ($4m, 2e$) närmar sig varandra från ett stort avstånd längs en linje. De har då samma fart. Beskriv vad som händer då partiklarna närmar sig varandra och bestäm det minsta avståndet mellan dem.

Kommentarer

Kommentarerna är gjord av Alf Ölme och skickades ut till deltagande skolor efter tävlingen.

Uppgift 1. Denna uppgift visade sig vara svårare än vad jag väntat. Tävlingsdeltagarna hade väl inga större problem med att beräkna metallstavens densitet. Uppdraget att rita skalenliga figurer över kraftsituationerna var däremot betydligt värre. I många lösningar saknades skalenheter och i andra var kraftsumman inte noll. Korrekta figurer motsvarade 40 % av totalpoängen d v s 2 poäng.

Uppgift 2. Det blev i stället denna uppgift som gav den högsta lösningsfrekvensen. De nödvändiga begreppen hade väl nyligen studerats i fysikkursen och var därför välkända för de flesta.

Uppgift 3. Även denna uppgift gav en hygglig lösningsfrekvens. Den största svårigheten bestod i hur man skall kunna ta hänsyn till omgivningens inverkan. Avsvalnandet skulle ju fortsatt även om inte aluminiumstaven stoppats ner i bägaren. Eleverna har använt olika metoder för att klara detta. Några har försummat inverkan och andra har feltolkat diagrammet. Trots att ämnesområdet behandlades i A-kursen har deltagarna klarat av att lösa denna uppgift förhållandevis bra.

Uppgift 4. Denna uppgift går ju också tillbaka till ämnesområden från A-kursen men här är lösningsfrekvensen mycket lägre. Den inledande a-uppgiften bygger ju bara på brytningslagen och geometriska beräkningar. Deltagarna har ofta inte hittat något sätt att angripa uppgiften utan istället utelämnat den. Tolkningen av Foucaults kniveggstest är ju besvärligare – framförallt gäller det ju att uttrycka sina tankar så att man blir förstådd. De elever som har förstått att använda sig av figuren och själva komplettera sin framställning med egna figurer når ju längst. Bra och fullständiga lösningar/förklaringar finns till denna uppgift.

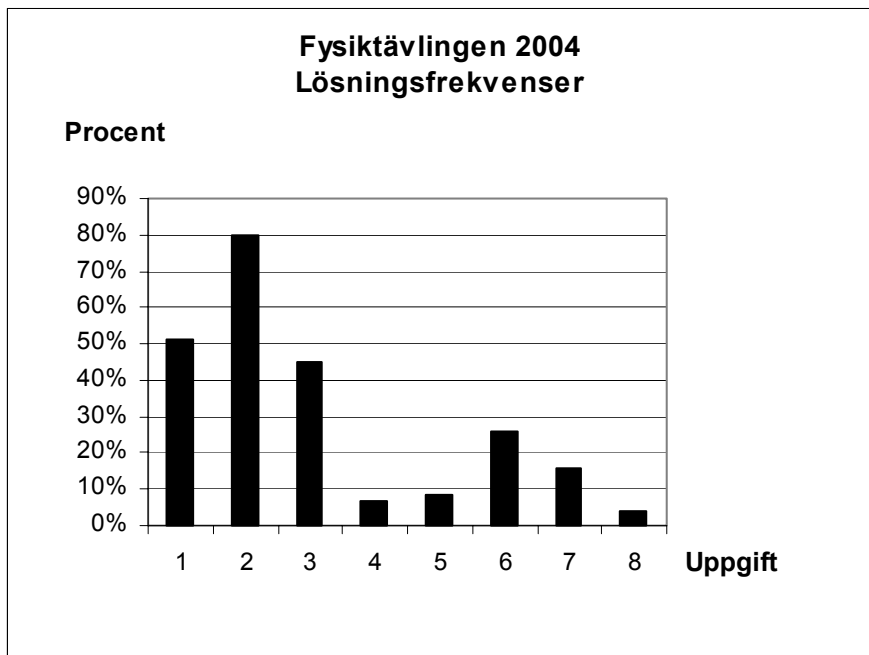
Uppgift 5. Detta är ett ämnesområde som i de flesta fall torde vara helt nytt för eleverna. Diagramtolkning och diagramutnyttjande är nödvändigt för att lösa uppgiften. Man kan däremot tillåta sig ganska grova approximationer i en numerisk lösning och ändå få ett bra resultat. De elever som har vana vid dimensionsräkning har kunnat utnyttja detta i denna uppgift.

Uppgift 6. För många elever framstod nog denna uppgift som lätt lösbar med en känd formel. Denna formel - $e = lvB$ - är emellertid härledd i ett helt annat sammanhang och även om dimensionsstudier ger samma resultat har det inte betraktas som en helt godtagbar lösning. Det borde vara möjligt att motivera användandet av sambandet men så har mycket sällan skett. En mer invändningsfri strategi är ju att titta på kraftverkan på vattnets joner och den jämvikt som uppstår mellan den elektriska kraften och den magnetiska

kraften. Många elever har nog mött samma situation i problem med så kallade "hastighetsfilter" eller hallelement.

Uppgift 7. Denna uppgift är enkel att experimentellt realisera med hjälp av den datoriserade mätutrustning som skolorna numera ofta har tillgång till. Tolkning av diagrammet och beräkningar med hjälp av detta är tacksamma studieobjekt. Det finns olika sätt att bestämma hopphöjden med hjälp av diagrammet men det säkraste svaret fås lättast med hjälp av hopparens tid i luften. Den andra deluppgiften hittade jag i Physics Teacher. Många elever har givit sig på denna uppgift, inte alltid med framgång, men den finns utmärkta exempel på korta och snygga lösningar.

Uppgift 8. Även denna uppgift har jag hittat i Physics Teacher. Det är ju egentligen en elastisk stöt. I många av de relativt få lösningar som kom in diskuterar eleverna när avståndet mellan partiklarna är minst. Ofta blir slutsatsen att detta sker då protonen vänder. Andra har emellertid insett att det istället sker då den relativa hastigheten mellan partiklarna är noll d v s då de har samma hastighet. Om detta utnyttjas tillsammans med energiprincipen återstår en integration för att hitta detta minsta avstånd. Integrationer av denna typ brukar kunna klaras av enstaka deltagare i våra tävlingar. De som klarade integrationsdelen hade emellertid inte lyckats tolka den andra delen av uppgiften. På denna uppgift har alltså ingen enda elev kunnat bedömas med 5 poäng. Den högsta poäng som delats ut är 3 poäng.



Lösningsförslag 1976.

1. För accelerationen a behövs kraften $F = ma$ enligt Newtons andra lag. Det motsvarar en extra sträckning $\Delta\ell$ av fjädern enligt

$$ma = k\Delta\ell \quad \text{d v s} \quad \Delta\ell = \frac{ma}{k}.$$

Fjädern kommer alltså att förlängas till $\ell + \Delta\ell = \ell + \frac{ma}{k}$ i den

accelererande hissen.

Däremot påverkas inte svängningstiden eftersom denna enbart beror av m , och k enligt sambandet

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{och } m \text{ och } k \text{ påverkas inte av att hissen accelererar.}$$

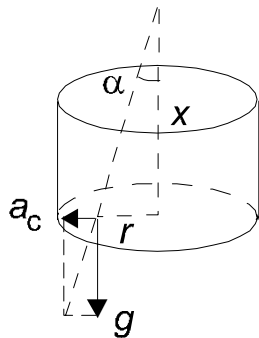
2. *Anm. Lösningen till uppgiften gavs 1976 med hjälp av tröghetskrafter. Utan rotation är lågans riktning rakt motsatt tyngdkraften. Med rotation får lågan rakt motsatt riktning till resultanten till tyngdkraften och den införda tröghetskraften – centrifugalkraften.*

Betrakta ett ljus på avståndet r från rotationsaxeln. Vinkeln mellan lodlinjen och ljuslågans riktning lutar är α och den införda centrifugalaccelerationen $a_c = r\omega^2$.

Med hjälp av likformighet i figuren erhålls

$$\frac{x}{r} = \frac{g}{a_c} = \frac{g}{r\omega^2} \quad \text{dvs.} \quad x = \frac{rg}{r\omega^2} = \frac{g}{\omega^2} \quad \text{och således}$$

oberoende av r .



Svar: Punktens läge är $\frac{g}{\omega^2}$ ovanför lågan och därmed oberoende av r .

3. För att motivera svaret använder vi energiprincipen. Vid starten har burken endast lägesenergi. Denna omvandlas sedan till rörelseenergi i form av translationsenergi och rotationsenergi. Storleken av rotationsenergin beror av tröghetsmomentet d v s massfördelningen.

Burk nr 4 med vatten kommer snabbast ner eftersom vattnet inte följer med i burkens rotation. Hela lägesenergin blir translationsenergi. Detsamma gäller för burk nr 2 eftersom massan är samlad nära rotationsaxeln, vilket ger ett litet, försumbart, tröghetsmoment.

Burk nr 5 med oljan kommer förutom translationsenergi att ha en roterande olja som på grund av oljans viskositet inte helt följer burkens vinkelhastighet.

Efter dess tre burkar kommer burk nr 3 som har en homogen massa och sanden följer helt med i rotationen. Eftersom massan befinner sig närmare rotationsaxeln kommer den dock fram tidigare än den burk, burk nr 1, som har hela sin massa i skalet. Denna burk kommer att ha omvandlat en större del av sin ursprungliga lägesenergi till rotationsenergi och därmed ta längre tid att ta sig i mål.

4. Då skenan BD förs framåt med hastigheten v induceras en spänning u enligt sambandet

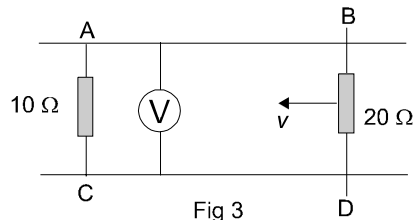
$$u = lvB = 1,50 \cdot 8,00 \cdot 0,100 \text{ V} = 1,20 \text{ V}$$

Detta ger enligt Kirchhoffs andra lag

$$I = \frac{u}{R_i + R_y} = \frac{1,20}{20 + 10} \text{ A} = 40 \text{ mA}$$

vilket i sin tur ger

$$U = R_y \cdot I = 10 \cdot 0,040 \text{ V} = 0,400 \text{ V}$$



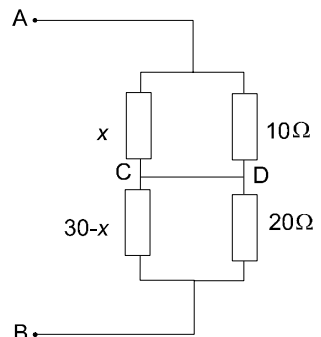
Svar: Voltmetern visar 0,400 V.

5. Kopplingen är likvärdig med vidstående kopplingsschema.

Eftersom punkterna C och D har samma potential kan vi se kretsen som en seriekoppling av två parallellkopplingar. För de två parallellkopplingarna gäller

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{10} \quad \text{och} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{(30-x)} + \frac{1}{20} \quad \text{som}$$

tillsammans ger



$$R = R_1 + R_2 = \frac{10x}{10+x} + \frac{(30-x) \cdot 20}{50-x}$$

Vi deriverar R med avseende på x .

$$\frac{dR}{dx} = \frac{100}{(10+x)^2} - \frac{400}{(50-x)^2}$$

Om derivatan sätts lika med noll fås lösningarna $x_1 = 10$ och $x_2 = -70$. Av dessa lösningar är det endast den första som är intressant. Om funktionsvärdet på R undersöks för x lika med noll, 10 respektive 30 Ω kan vi också övertyga oss om att det är ett maxvärde då x är 10 Ω .

$x(\Omega)$	$R(\Omega)$
0	12
10	15
30	7,5

Den maximala resistansen är 15 Ω .

Svar: Den maximala resistansen blir 15 Ω .

6. Lägg de tre speglarna som xy -, xz - och yz -plan i ett koordinatsystem. När ljusstrålen träffar xy -planet sker en reflexion så att z -koordinaten för ljusstrålens vektor får motsatt tecken. På samma sätt ändras tecknet för y -koordinaten vid reflexionen mot xz -planet och x -koordinaten vid reflexionen mot yz -planet. Den inkommande strålens koordinater (x, y, z) har övergått till $(-x, -y, -z)$ vilket är rakt motsatt riktning till den inkommande strålen.

7. Nettoeffekten av tidvattenvågfriktionen är att oceanerna utövar ett bromsande vridmoment på den roterande jorden och ett motsatt vridmoment på månen. Månens totala energi ökas därvid, eftersom månen går runt jorden i samma riktning som jorden själv roterar och eftersom jorden roterar snabbast. Detta medför att banradien ökar vilket kan visas på följande sätt.

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

där M är jordens massa och m är månens massa. G är gravitationskonstanten, r är avståndet mellan månen och jorden och v är

månens hastighet. Om månens potentiella energi sätts till noll då den är oändligt långt borta från jorden blir dess totala energi i den nuvarande banan

$$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r} \text{ eller med } v \text{ insatt}$$

$$E = \frac{GmM}{2r} - \frac{GmM}{r} = -\frac{GmM}{2r}$$

En ökning av E innebär alltså att beloppet $\frac{GmM}{2r}$ blir mindre vilket i sin tur innebär att r måste öka.
(Ökningen av r är 3,2 cm per år.)

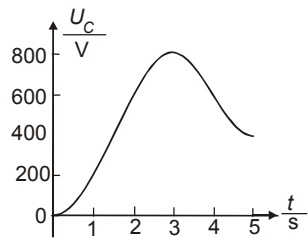
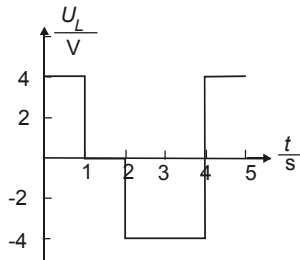
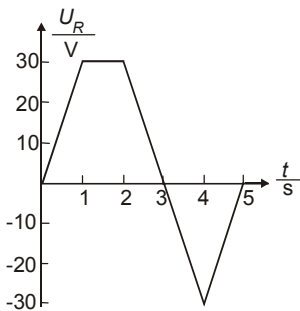
8. För de tre olika spänningarna gäller

$$U_R = RI$$

$$U_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int Idt$$

som ger graferna enligt nedan.



Lösningsförslag 1977.

1. Den maximala accelerationen, som är möjlig för att inte något snöre skall brista ges för de olika vagnarna av sambandet $a = \frac{F}{m}$.



$$\text{Vagn 2: } a = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 0,5} \text{ m/s}^2 = 24 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Vagn 3: } a = \frac{2 \cdot 9}{2 \cdot 0,5} \text{ m/s}^2 = 18 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Vagn 4: } a = \frac{2 \cdot 9}{0,5} \text{ m/s}^2 = 36 \text{ m/s}^2$$

Av dessa villkor framgår att accelerationen för leksakståget i sin helhet inte får överstiga 18 m/s^2 . Med denna acceleration blir den totala dragkraften $F = 4 \cdot 0,5 \cdot 18 \text{ N} = 36 \text{ N}$.

Svar: Den maximala kraft som barnet kan dra i draglinan med är 36 N .

2. Spegelns brännvidd är hälften av den konkava spegelns radie, $16,35 \text{ cm}$. Bildrörets avstånd från spegeln är enligt figuren 14 cm . Föremålets (bildrörets) avstånd till spegelns fokus s_o är alltså $2,35 \text{ cm}$. Betecknas bilden avstånd till bildfokus s_b gäller enligt Newtons formel för lateralförstoringen

$$G = \frac{s_b}{f} = \frac{f}{s_o}.$$

$$\text{Detta ger } G = \frac{f}{s_o} = \frac{16,35}{2,35} = 7 \text{ ggr}.$$

Bilden av bildrutan får alltså ”storleken” $7 \cdot 2'' = 14''$.

För bildens avstånd till fokus gäller

$$s_b = \frac{f^2}{s_o} = \frac{16,33^2}{2,33} \approx 114 \text{ cm} \text{ dvs. } (114 - 16) \text{ cm} = 98 \text{ cm} \text{ bakom apparatens}$$

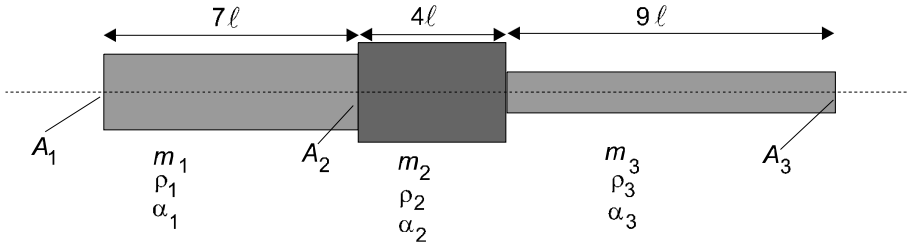
bakre vägg.

Svar: Bildrutans storlek blir $14''$ och bilden ligger 98 cm bakom apparatens bakre vägg.

3. Vi betecknar tvärsnittsareorna för kopparstaven, järnstaven och aluminiumstaven A_1, A_2 respektive A_3 och motsvarande densiteter,

$\sigma_1 = 8,93 \text{ kg/dm}^3$, $\sigma_2 = 7,86 \text{ kg/dm}^3$ respektive $\sigma_3 = 2,70 \text{ kg/dm}^3$ samt motsvarande utvidningskoefficienter $\alpha_1 = 16 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_2 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ respektive $\alpha_3 = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Vi väljer en axel genom tyngdpunkten som vridningsaxel. Momentlagen ger då



$$\begin{cases} m_1 \cdot \frac{7\ell}{2} = m_2 \cdot \frac{4\ell}{2} + m_3 \left(4\ell + \frac{9\ell}{2} \right) \\ m_1 \frac{7\ell(1 + \alpha_1 t)}{2} = m_2 \frac{4\ell(1 + \alpha_2 t)}{2} + m_3 \left[4\ell(1 + \alpha_2 t) + \frac{9\ell}{2}(1 + \alpha_3 t) \right] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 7m_1 = 4m_2 + 17m_3 \\ 7m_1\alpha_1 = 4m_2\alpha_2 + (8\alpha_2 + 9\alpha_3)m_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$4m_2\alpha_1 + 17m_3\alpha_1 = 4m_2\alpha_2 + 8m_3\alpha_2 + 9m_3\alpha_3 \Rightarrow$$

$$4m_2(\alpha_1 - \alpha_2) = m_3(8\alpha_2 + 9\alpha_3 - 17\alpha_1) \Rightarrow$$

$$\frac{m_2}{m_3} = \frac{8\alpha_2 + 9\alpha_3 - 17\alpha_1}{4(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Då $m_2 = 4\ell A_2 \rho_2$ och $m_3 = 9\ell A_3 \rho_3$ fås

$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{9\rho_3}{4\rho_2} \cdot \frac{8\alpha_2 + 9\alpha_3 - 17\alpha_1}{4(\alpha_1 - \alpha_2)} \approx 1,93 \Rightarrow A_2 \approx 2A_3$$

På samma sätt fås

$$\frac{A_1}{A_3} \approx 1,50 \text{ dvs. } A_1 \approx 1,5A_3$$

Vi har då $A_1 : A_2 : A_3 = 1,5 : 2 : 1$

Svar: Förhållandet mellan tvärsnittsytorna är $A_1 : A_2 : A_3 = 1,5 : 2 : 1$

4. Anm. Uppgiften löstes 1977 med hjälp av tröghetskrafter.

Vi betecknar kulornas volym med V och densiteterna för mässing och kork med ρ_1 och ρ_2 . Tyngdaccelerationen sätts till 10 m/s^2 .

Enligt Newtons lag påverkas en kula i det accelererade systemet av en tröghetskraft

$$\vec{F}_a = -(m - m_{\text{vatten}})\vec{a} = -V(\rho - \rho_{\text{vatten}})\vec{a}$$

där m är kulans massa, m_{vatten} är det undanträngda vattnets massa och ρ_{vatten} är vattnets densitet.

Kulorna påverkas också av resultanten till tyngdkraften och lyftkraften

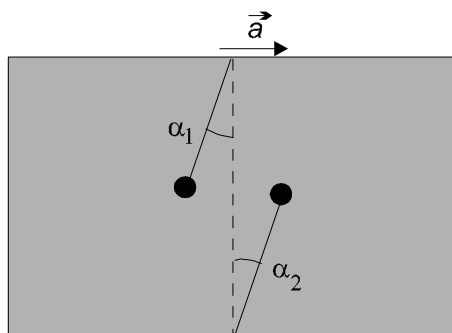
$$\vec{F}_g = (m - m_{\text{vatten}})\vec{g}$$

- a) Systemet ställer in sig så att snörets riktning sammanfaller med kraftresultantens riktning

$$\vec{F}_{\text{resultant}} = \vec{F}_a + \vec{F}_g$$

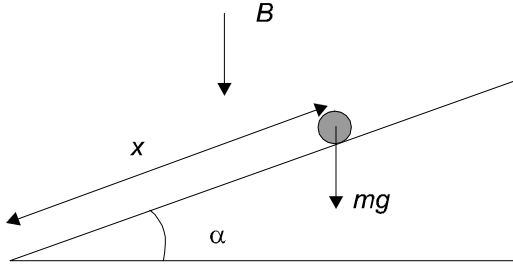
För mässing är $m - m_{\text{vatten}} > 0$ och $\vec{F}_a$ är alltså motriktad accelerationen $\vec{a}$ medan för kork förhållandet är motsatt och $\vec{F}_a$ är riktad åt samma håll som $\vec{a}$. Resultatet visas i figuren. För vinkeln α gäller

$$\tan \alpha = \frac{V(\rho - \rho_{\text{vatten}})a}{V(\rho - \rho_{\text{vatten}})g} = \frac{a}{g} = \frac{2,5}{10} = 0,25 \quad \text{som ger } \alpha \approx 14^\circ$$



- b) Om snören går av rör sig kulorna rätlinjigt i den resulterande kraftens riktning med en acceleration som avtar på grund av friktionen och strömningen.

5. Om flödet betecknas med Φ och den inducerade spänningen med e gäller med beteckningar enligt figuren.



$$\Phi = x \cdot B \ell \cos \alpha$$

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot B \ell \cos \alpha \text{ och } \frac{de}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \cdot B \ell \cos \alpha$$

Vidare gäller om q betecknar kondensatorns laddning och i betecknar strömmen

$$q = Ce \text{ och } i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{de}{dt} = C \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \cdot B \ell \cos \alpha.$$

Enligt Newtons andra lag gäller

$$mg \sin \alpha - B i \ell \cos \alpha = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \text{ som med ovanstående uttryck för } i \text{ ger}$$

$$mg \sin \alpha - B \cdot \left(C \frac{d^2x}{dt^2} B \ell \cos \alpha \right) \cdot \ell \cos \alpha = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

vilket efter förenkling ger

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{mg \sin \alpha}{m + CB^2 \ell^2 \cos^2 \alpha}.$$

Svar: Stavens acceleration är
$$\frac{mg \sin \alpha}{m + CB^2 \ell^2 \cos^2 \alpha}.$$

6. En el-radiator har i allmänhet en märkeffekt mellan 600 W och 2 000 W medan lampor i allmänhet har mellan 25 W och 100 W. Då $P = \frac{U^2}{R}$ betyder

det att radiatorns resistans är av storleksordningen en tiondel av lampans.

I ett trefas växelströmsnät ligger faserna tidsmässigt förskjutna $\frac{2\pi}{3}$ rad

(120°) så att spänningen för de tre faserna 1, 2 och 3 kan skrivas:

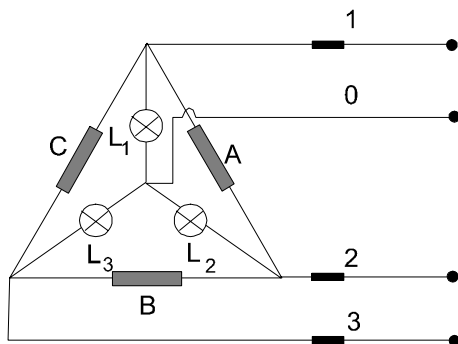
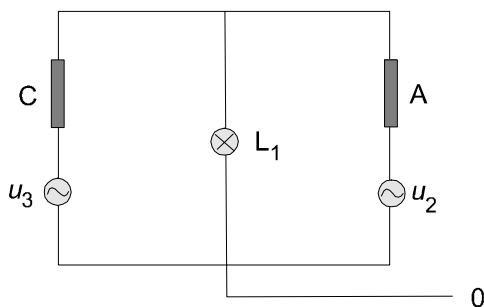
$$u_1 = u_0 \sin \omega t$$

$$u_2 = u_0 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$u_2 = u_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

där u_0 är toppspänningen ($220 \cdot \sqrt{2}$ V). Genom lampan L_1 går då strömmen

$$i = \frac{u_0}{R_{\text{lampa}}} \sin \omega t .$$



a) Om säkringen i fas nr 1 utlöses erhålls spänning över L_1 från faserna 2 och 3 via radiatorerna A och C. Faserna 2 och 3 fungerar då som två parallellkopplade spänningskällor med fasförskjutningen $\frac{2\pi}{3}$ rad.

Fasförskjutningen resulterar i att de tidvis blir motriktade och sålunda ger minskad ström genom lampan L_1 – jämfört med fallet att endast en fas verkar. Lampan L_1 kommer sålunda att lysa svagare medan lamporna L_2 och L_3 lyser med oförändrad styrka. Vi kan beräkna ändringen på följande sätt.

$$u_0 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) = R_{\text{radiator}} \cdot i_2 + R_{\text{lampa}} (i_2 + i_3)$$

$$u_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = R_{\text{radiator}} \cdot i_3 + R_{\text{lampa}} (i_2 + i_3)$$

(se figur)

(För enkelhets skull antas att alla lampor sinsemellan är lika och att radiatorerna sinsemellan är lika samt att resistansen är oberoende av strömmen.)

Addition ger

$$u_0 \cdot 2 \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{3} = u_0 \cdot 2 \sin \omega t \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = R_{\text{radiator}} (i_2 + i_3) + 2R_{\text{lampa}} (i_2 + i_3)$$

$\Rightarrow$

$u_0 \sin \omega t = -(R_{\text{radiator}} + 2R_{\text{lampa}})i$ där $i = i_2 + i_3$ är strömmen genom lampan

$L_1 \Rightarrow$

$$i = \frac{-u_0}{R_{\text{radiator}} + 2R_{\text{lampa}}} \sin \omega t \approx \frac{-u_0}{2R_{\text{lampa}}} \sin \omega t \text{ eftersom } R_{\text{radiator}} < 0,1 \cdot R_{\text{lampa}} .$$

Det betyder att strömmen genom lampan L_1 går ner till ungefär hälften.

b) Om radiatoren vid A slås ifrån blir L_1 enbart ansluten till fas nr 3 via radiatoren C vilket resulterar i att lampan L_1 's ljusstyrka ökar. Då C:s resistans är liten får lampan i det närmaste spänningen 220 V och lyser med nästan full styrka.

7. a) Hubbles lag har härletts ur observationer från jorden, men den bygger på antagandet att universum expanderar från ett supertätt ursprungsområde U.

För jordens flykt från U blir Hubbles lag

$$\vec{v}_1 = H\vec{r}_1$$

och för galaxen G:s flykt från U blir den

$$\vec{v}_2 = H\vec{r}_2$$

Detta medför $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = H(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

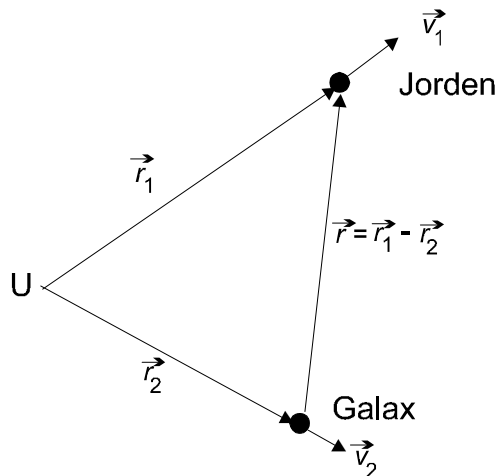
Då galaxens avstånd från jorden är

$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ och dess hastighet

relativt jorden $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ erhålls

$$\vec{v} = H\vec{r}$$

dvs. Hubbles lag får samma form oberoende av om vi utgår från ursprunget eller från en annan punkt t ex jorden.



b) Om det för en galax gäller att $v = Hr$ och $v_0 = \text{konstant} = \frac{r_0}{t_0}$ där t_0 är

universums ålder fås

$$\frac{r_0}{t_0} = Hr_0 \Rightarrow t_0 = \frac{1}{H}$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{1 \cdot 3,26 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot n_s \cdot \text{m}}{55 \cdot 10^3 \cdot \text{m/s}} = \frac{3,26 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^5}{55} \text{år} \approx 18 \cdot 10^9 \text{år om } n_s$$

är antalet sekunder på ett år.

Svar: Hubbleåldern blir 18 miljarder år.

8. Det gäller med gängse beteckningar $Q = C_1 U_1 = C_2 U_2$

a) I början är $C_2 = C_1 = C$ och $U_2 = U_1 = \frac{U}{2}$ där U betecknar

batterispänningen.

Ersättningskapacitansen $C_e = \frac{C}{2}$.

b) När ett dielektrikum införs i kondensator nr 2 ökar dess kapacitans

$$C'_2 > C_2 \quad (C'_1 = C_1)$$

Då gäller

$$Q' = C_1 U'_1 = C'_2 U'_2$$

$$\Rightarrow U'_2 < U'_1 \text{ eftersom } C'_2 > C_1 \Rightarrow U'_2 < \frac{U}{2} \text{ och } U'_1 > \frac{U}{2} = U_1$$

Vidare gäller att $\frac{1}{C'_e} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'_2} \Rightarrow \frac{1}{C'_e} < \frac{2}{C}$ då $C'_2 > C$

$$\Rightarrow C_e > \frac{C}{2} \Rightarrow Q' > Q$$

dvs. laddningen på kondensatorerna ökar.

Enligt sambandet $E = \frac{U}{d}$ fås då för fältstyrkorna att

$$E'_1 = \frac{U'_1}{d} > \frac{U_1}{d} = E_1 \Rightarrow E'_1 > E_1$$

och

$$E'_2 = \frac{U'_2}{d} < \frac{U_2}{d} = E_2 \Rightarrow E'_2 < E_2$$

För energin hos en kondensator gäller allmänt

$$W = \frac{CU^2}{2}$$

$\Rightarrow W'_1 > W_1$ där W'_1 är den nya energin hos kondensator nr 1.

Den nya energin hos kondensatorn nr 2 med dielektrikum, vars kapacitans $C'_2 > C$, beräknas enligt följande

$$U'_1 = \frac{Q'}{C} \quad \Rightarrow \quad Q' = U'_1 C = U'_2 C'_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{U'_1}{\frac{1}{C}} = \frac{U'_2}{\frac{1}{C'_2}} = \frac{U'_1 + U'_2}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C'_2}}$$

$$\Rightarrow U'_2 = \frac{\frac{1}{C'_2}}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C'_2}} U = \frac{C}{C + C'_2} U \quad \text{där } U = U'_1 + U'_2$$

$$W'_2 = \frac{C'_2 U'^2_2}{2} = \frac{1}{2} C'_2 \frac{C^2}{(C + C'_2)^2} U^2 = \frac{1}{2} C \frac{CC'_2}{C^2 + C'^2_2 + 2CC'_2} U^2$$

$$\Rightarrow W'_2 = \frac{CU^2}{2} \cdot \frac{1}{\frac{C}{C'_2} + \frac{C'_2}{C} + 2}$$

$$\text{Då } C'_2 > C \Rightarrow \frac{C}{C'_2} + \frac{C'_2}{C} > 2 \quad \text{och} \quad \frac{C}{C'_2} + \frac{C'_2}{C} + 2 > 4$$

$$\text{Den ursprungliga energin } W_2 \text{ var } \frac{1}{2} C \frac{U^2}{4}$$

$$\Rightarrow W'_2 < W_2$$

Svar:

	Kondensator 1	Kondensator 2
Kapacitans	Oförändrad $C'_1 = C_1$	Ökar $C'_2 > C_2$
Laddning	Ökar $Q' = C_1 U'_1$	Ökar $Q' = C'_2 U'_2$
Spänning	Ökar $U'_1 > \frac{U}{2}$	Minskar $U'_2 < \frac{U}{2}$
Elektrisk fältstyrka	Ökar $E'_1 > E_1$	Minskar $E'_2 < E_2$
Lagrad energi	Ökar $W'_1 > W_1$	Minskar $W'_2 < W_2$

Lösningsförslag 1978.

1. För falltiden t gäller om bordets höjd är h , $h = \frac{gt^2}{2}$ dvs.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,9}{9,82}} \text{ s} \approx 0,43 \text{ s}$$

Den horisontella utgångshastigheten v blir då

$$v = \frac{4,3}{0,43} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

Vi får då för kraftens medelvärde, F

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v$$

som ger

$$F = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{1,5 \cdot 10}{0,15} \text{ N} = 100 \text{ N}$$

Svar: Kraftens medelvärde är 100 N.

2 a) Om vattnets brytningsindex är 1,33 gäller

$$1 \cdot \sin 45 = 1,33 \cdot \sin \theta \text{ som ger}$$

$$\theta \approx 32^\circ$$

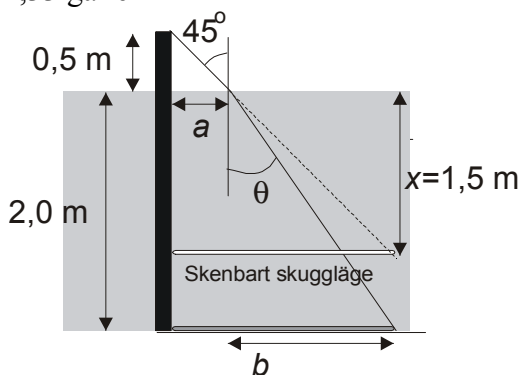
Enligt figuren gäller att a är 0,50 m och att

$$\tan \theta = \frac{b}{2,0} \text{ som ger}$$

$$b = 2,0 \tan 32^\circ \approx 1,25 \text{ m.}$$

Skuggans längd blir alltså

$$1,25 \text{ m} + 0,50 \text{ m} = 1,75 \text{ m.}$$



b) Av figuren framgår att skuggan lyfts upp så att den ser ut att ligga på djupet 1,5 m om man tittar på den rakt uppifrån. Skuggans alla delar ”lyfts upp” till djupet 1,5 m.

Anm: Låt en stråle utgå från en punkt 2,0 m under vattenytan. Denna stråle bryts i vattenytan enligt brytningslagen. (”små vinklar”) Den kommer därför

att se ut att komma från en punkt som ligger $\frac{2,0}{n} \approx \frac{2,0}{1,33} \approx 1,5 \text{ m}$ under

vattenytan.

Svar: Skuggans längd blir 1,75 m. Dess bild blir lika stor och belägen 1,5 m under vattenytan.

3. En linje genom vikernas tyngdpunkter väljs som referensnivå med lägesenergin noll. Släpps den mellersta vikten rör den sig nedåt sträckan y medan yttervikterna rör sig uppåt sträckan x innan de stannar och vänder. Enligt figuren gäller

$$y^2 + 1 = (1 + x)^2 \Leftrightarrow y^2 = x^2 + 2x \quad (1)$$

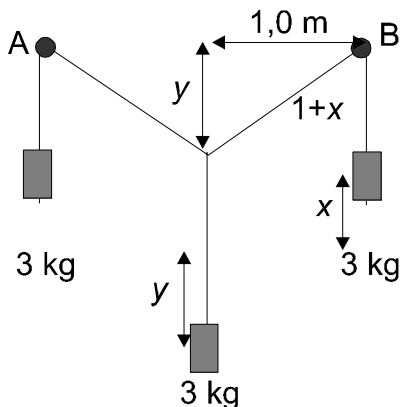
Då vikterna vänder är rörelseenergin noll och därför även ändringen i lägesenergin noll.

$$2 \cdot 3gx - 3gy = 0 \Leftrightarrow y = 2x \quad (2)$$

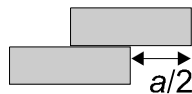
Ekvationerna (1) och (2) ger

$$4x^2 = x^2 + 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ m} \text{ och } y = \frac{4}{3} \text{ m}.$$

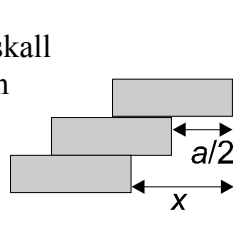
Svar: Den mellersta vikten rör sig 1,3 m innan den vänder.



4. Med två tegelstenar: Den översta tegelstenens tyngdpunkt skall befinna sig rakt ovanför kanten – överhänget blir alltså $a/2$ om a är tegelstenens längd.

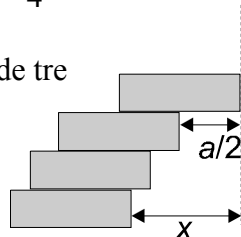


Tre tegelstenar: De båda övre stenarna tyngdpunkt skall befinna sig över den understa tegelstenens kant. Den gemensamma tyngdpunktens avstånd från den översta stenens högra kant kan beräknas med hjälp av vridmomentet som summan av de enskilda stenarnas vridmoment.



$$2mgx = mg\frac{a}{2} + mg(\frac{a}{2} + \frac{a}{2}) = mg\frac{3a}{2} \Rightarrow x = \frac{3a}{4} = \frac{a}{2} + \frac{a}{4}$$

För fyra tegelstenar erhålls på motsvarande sätt för de tre översta stenarna



$$3mgx = 2mg\frac{3a}{4} + mg(\frac{3a}{4} + \frac{a}{2}) = mg\frac{11a}{4} \Rightarrow x = \frac{11a}{12} = \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + \frac{a}{6}$$

Överhänget blir alltså för n tegelstenar

$$x = \frac{a}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \text{ som kan approximeras med } x = \frac{a}{2} \int_1^N \frac{1}{n} dn = \frac{a}{2} \ln N \text{ för stora}$$

värden på N .

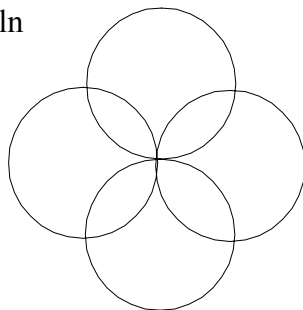
Svar: Överhänget blir $x = \frac{0,26}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k}$ för n tegelstenar. Om n är stort kan

uttrycket approximeras med $\frac{0,26}{2} \ln N$ m. Om antalet stenar ökas från 100

till 200 kommer överhänget alltså att öka med $\ln 200 - \ln 100 \approx 0,69$ m.

(Direkt beräkning med den noggrannare formeln ger 9,04 cm.)

5. De elektronbanor som bildar en vinkel med axeln beskriver spiralbanor i magnetfältet. För att elektronerna skall passera genom den andra öppningen måste de genomlöpa ett helt antal varv. Figuren visar några elektronbanors projektion vinkelrätt mot axeln. Om r är banradien, e elektronladdningen, v elektronernas radialhastighet och m elektronmassan gäller



$$\frac{mv^2}{r} = evB \Rightarrow v = \frac{erB}{m}$$

Om ω är motsvarande vinkelhastighet och T_1 är perioden gäller

$$v = r\omega = r \frac{2\pi}{T_1} = \frac{erB}{m} \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi m}{eB}$$

$$\text{För elektronhastigheten gäller } eU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

För hastigheten längs axeln, $v_x = v \cdot \cos \frac{\delta}{2}$ gäller att $v_x \approx v$ eftersom δ är liten.

T_2 är den tid det tar att passera magnetfältet.

$$T_2 = \frac{\ell}{v} = \frac{\ell}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}} \text{ och } T_2 = n \cdot T_1 \text{ där } n \text{ är ett heltal.}$$

$$\text{Detta ger } n \frac{2\pi m}{eB} = \frac{\ell}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}} \text{ som ger } B = n \frac{2\pi}{\ell} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

Svar: Villkoret är $B = n \frac{2\pi}{\ell} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$. (Metoden kan användas för att bestämma e/m .)

6. Då $7,0 \text{ m}^3$ vatten per sekund faller $6,5 \text{ m}$ blir energiutvecklingen per sekund dvs effekten $P = mgh = 7000 \cdot 9,82 \cdot 6,5 \text{ W} \approx 447 \text{ kW}$

Om förlusterna är 15% fås

$$P_{\text{el}} = 0,85 \cdot 447 \text{ kW} \approx 380 \text{ kW}.$$

Det motsvarar på ett år energin

$$W = 380 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 \text{ Wh} \approx 3327 \text{ MWh}$$

Då 1 m^3 olja ger $0,40 \cdot 10,8 \text{ MWh} = 4,38 \text{ MWh}$ motsvarar 3327 MWh

$$\frac{3327}{4,38} \text{ m}^3 \approx 770 \text{ m}^3 \text{ olja.}$$

Svar: Besparingen av olja på ett år blir 770 m^3 .

7. Den minsta energi som fordras för att ge synintryck för R kallas W_R . Då gäller enligt diagrammet

$$W_G \approx \frac{W_R}{1,2} \text{ och } W_B \approx \frac{W_R}{1,6}$$

Fotonenergin vid respektive toppar är enligt sambandet $E = \frac{hc}{\lambda} = k \frac{1}{\lambda}$.

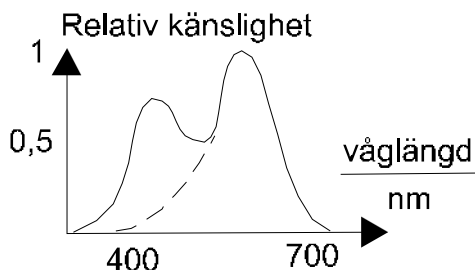
$$E_R = k \frac{1}{590}, \quad E_G = k \frac{1}{540} \text{ och } E_B = k \frac{1}{440}.$$

Om antalet fotoner betecknas med n_R , n_G respektive n_B gäller

$$W_R = n_R \cdot E_R = n_R \frac{k}{590},$$

$$W_G = n_G \cdot E_R = n_G \frac{k}{540} \text{ och}$$

$$W_B = n_B \cdot E_B = n_B \frac{k}{440}.$$



$$\text{Detta ger } \frac{n_G / 540}{n_R / 590} = \frac{1}{1,2} \text{ som ger } \frac{n_G}{n_R} \approx 0,76$$

$$\text{och } \frac{n_B / 440}{n_R / 590} = \frac{1}{1,6} \text{ som ger } \frac{n_B}{n_R} \approx 0,47$$

Svar: I förhållande till antalet erforderliga fotoner i punkten R fordras 0,8 i punkten G och 0,5 i punkten B. Den mindre känsligheten i det blå området hos det kompletta ögat beror troligtvis på större absorption i olika delar av ögat av det blå ljuset än övrigt ljus. Figuren visar den resulterande grafen heldragen och det som gäller för det kompletta ögat streckad. Möjligen skulle man kunna tänka sig att det finns färre "blå tappar" än andra eller att graferna inte är korrekta.

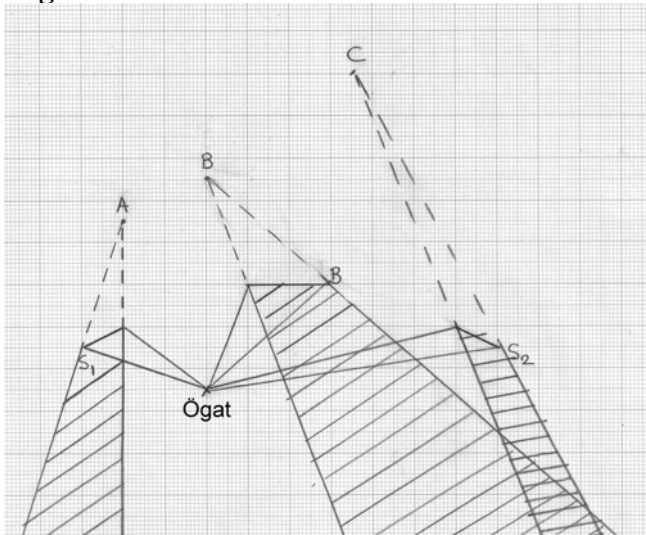
8. I sambandet $R_x = R_0 n x \sigma_x$ är alla storheter angivna utom antalet partiklar per volym, n . För $1 \text{ m}^3 \text{ Al}$ gäller om M är massan av en kilomol Al.

$$n = \frac{V \cdot \rho \cdot N_A}{M} = \frac{1 \cdot 2700 \cdot 6,02 \cdot 10^{26}}{27} = 6,02 \cdot 10^{28} \text{ som ger}$$

$$R_x = R_0 n x \sigma_x = 3,0 \cdot 10^{16} \cdot 6,02 \cdot 10^{28} \cdot 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot 0,23 \cdot 10^{-28} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \approx \\ \approx 4,15 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

Svar: Det sker $4,15 \cdot 10^{11}$ reaktioner per kvadratmeter och sekund.

Lösningsförslag 1979.



1. A, B och C betecknar spegelbilder av förarens öga i S_1 , B respektive S_2 . Med utnyttjandet av rutnätet är det lätt att ange dessa punkters lägen. Vi får då de olika synfälten som de streckade områdena. Mellan S_1 och B får vi en stor blind vinkel medan spegel S_2 knappast gör någon nytta eftersom dess synfält är nästan helt täckt av B. Genom att vrida spegeln B medurs kan den blinda vinkeln elimineras utan att det totala synfältet minskas och genom att sedan justera S_2 något kan synfältet ytterligare förbättras.

2. a) Om vi först betraktar spaltens bredd och hastighet konstanta under en exponering och mäter avståndet mellan två spaltens högersida vid två lägen, finner vi att spalten på $1/250$ sekund förflyttats omkring 10 mm och följaktligen har en hastighet av 2,5 m/s.

b) Spaltens bredd i de båda bilderna blir cirka 6 mm respektive 3 mm. Den tid en punkt av filmen blir exponerad blir därför i de båda fallen $6/2,5 \text{ ms} \approx 2,4 \text{ ms}$ respektive $3/2,5 \text{ ms} \approx 1,2 \text{ ms}$.

Mätningar av spaltens hastighet vid olika tillfällen visar att hastigheten ökar vid förflyttningen från vänster till höger från $250 \cdot 0,009 \text{ m/s} = 2,25 \text{ m/s}$ till $250 \cdot 0,011 \text{ m/s} = 2,75 \text{ m/s}$ dvs. exponeringstiden längst till höger är cirka

$$\frac{2,75}{2,25} - 1 \approx 0,22 \quad - 22 \% \text{ längre.}$$

Svar: a) Spaltens hastighet 2,5 m/s.

b) Exponeringstiderna 2,4 ms ($\frac{1}{416}$ s) respektive 1,2 ms ($\frac{1}{830}$ s).

Exponeringstiden kan variera med 20% på olika delar av filmen.

3. Enligt belysningslagen gäller $B = \frac{I \cdot \cos \alpha}{r^2}$ där I är lampans intensitet och α infallsvinkeln (jmf fig 3).

Enligt figuren är $\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}}$

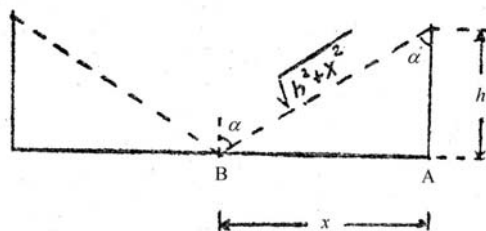


Fig. 3

Vi får ekvationen

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{I \cdot 1}{h^2} = \frac{2I \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}}}{h^2 + x^2}$$

där vänsterledet utgör belysningen i punkten A och högerledet utgör belysningen i punkten B

Ekvationen ger

$$(h^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} = 4h^3 \text{ som ger } x = \sqrt[3]{16 - 1} \cdot h$$

Det sökta avståndet fås då som

$$2x = 12 \cdot \sqrt[3]{16 - 1} \text{ m} \approx 15 \text{ m}$$

Svar: Det största möjliga avståndet är 15 m.

4. Potentiella energin då gummibandet är maximalt sträckt är

$$W = \int_0^{0,75} F \cdot dx$$

Numerisk integration med hjälp av diagrammet ger $W = 36,8 \text{ Nm}$.

Då denna energi övergår i kinetisk energi erhålls

$$\frac{mv^2}{2} = W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}} \approx 86 \text{ m/s}$$

Kastvidden är $\frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$ som ger maximal kastvidd för $\alpha = 45^\circ$.

Den maximala skottvidden blir då $\frac{86^2}{9,82} \text{ m} \approx 746 \text{ m}$

Svar: Den maximala skottvidden är 750 m. (På grund av luftmotståndet kommer dock skottvidden i praktiken att bli avsevärt mindre.)

5. Enligt definition av ström gäller $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$.

Om N betecknar antalet protoner gäller

$$\begin{cases} \Delta Q = N \cdot e \\ \Delta t = \frac{\pi \cdot d}{c} \text{ (tiden för ett varv)} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{Nec}{\pi d}$$

där d är ringens diameter – 1200 m, c är ljusets hastighet och e är protonens laddning.

Härav erhålles

$$N = \frac{\pi d I}{ec} = 6,12 \cdot 10^{14} \text{ protoner}.$$

Svar: $6,1 \cdot 10^{14}$ protoner

6. Den momentana strömmen i kretsen är $i = \frac{u}{r_1}$ där u är den på

oscilloskopet registrerade spänningen och $r_1 = 4000 \ \Omega$.

I motståndet utvecklas momentaneffekten $r_1 \cdot i^2$.

I spolen utvecklas momentaneffekten $r_2 \cdot i^2$ där $r_2 = 3200 \ \Omega$.

I hela kretsen blir då effekten $\frac{u^2}{r_1^2} (r_1 + r_2)$ och den totala energiutvecklingen blir

$$W = \frac{r_1 + r_2}{r_1^2} \int u^2 dt$$

Numerisk integration ger $\int u^2 dt = 0,085 \cdot V^2 s$.

Insatta värden på r_1 och r_2 ger $W = 38 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

Magnetens lägesenergi blir $W_{\text{magnet}} = mgh = 0,240 \cdot 9,82 \cdot 0,14 \text{ J} \approx 0,33 \text{ J}$.

Det sökta förhållandet blir då $\frac{W}{W_{\text{magnet}}} = \frac{38 \cdot 10^{-6}}{0,33} \approx 1,15 \cdot 10^{-4}$.

Svar: Cirka 0,01 % av magnetens lägesenergi omvandlas till elektrisk energi.

7. Då α -strålen tränger in i magnetfältet avböjs den utesider en cirkelbåge för vilken med gängse beteckningar gäller (se fig 7b).

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{R} = Bqv \\ (2R - a) \cdot a = b^2 \text{ (kordasatsen } R \gg a) \end{cases} \Rightarrow mv = BqR \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{(BqR)^2}{2m}$$

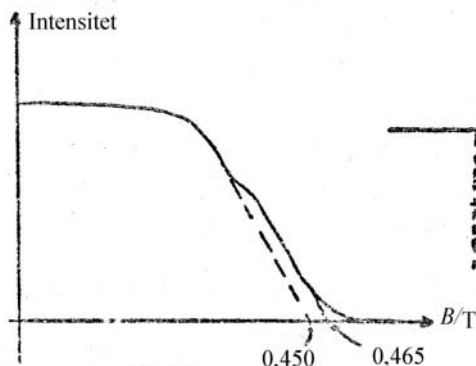


Fig. 7a

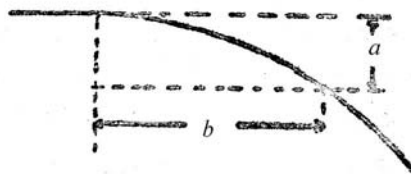


Fig. 7b

För α -partikeln gäller $m = 4u = 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ och

$q = 2e = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

För den aktuella apparaten gäller $a = 0,004 \text{ m}$ och $b = 0,08 \text{ m}$ vilket ger $R = 0,802 \text{ m}$.

Oregelbundenheterna beror på att preparatet, ^{211}Bi , avger α -partiklar med två olika energier. En extrapolation av de linjära delarna till intensiteten 0 ger motsvarande magnetfält $B_1 = 0,465 \text{ T}$ och $B_2 = 0,450 \text{ T}$ (se fig 7a).

Med insatta värden fås

$$E_1 = \frac{mv^2}{2} = \frac{(B_1 q R)^2}{2m} = \frac{0,465^2 \cdot 4 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 0,802^2}{2 \cdot 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} \text{ J} =$$
$$= 1,07 \cdot 10^{-12} \text{ J} \approx 6,67 \text{ MeV}$$

och

$$E_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{(B_2 q R)^2}{2m} = \frac{0,450^2 \cdot 4 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 0,802^2}{2 \cdot 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} \text{ J} =$$
$$= 9,98 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 6,24 \text{ MeV}$$

Svar Preparatet avger α -partiklar med energierna 6,67 MeV och 6,24 MeV.

OBS Att man för fältstyrkan B i formeln ovan skall ta de till noll extrapolerade värdena enligt ovan och ej t ex ett halveringsvärde motsvarande $B = 0,42 \text{ T}$ beror på detaljer i apparaturen som ej specificerats i uppgiften varför ett sådant B -värde naturligtvis också medför full poäng. Att identifiera två α -energier krävs ej för full poäng men kan väl ge honnörspoäng.

8. Eftersom trycket i nedersta delen av de kommunicerande kärlen har samma värde gäller

$$h_0 \cdot \rho_0 = (h_0 + \Delta h) \cdot \rho_t$$

För densitetens temperaturberoende gäller

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta t}$$

Sätt in ρ_t i formeln ovan och lös ut β

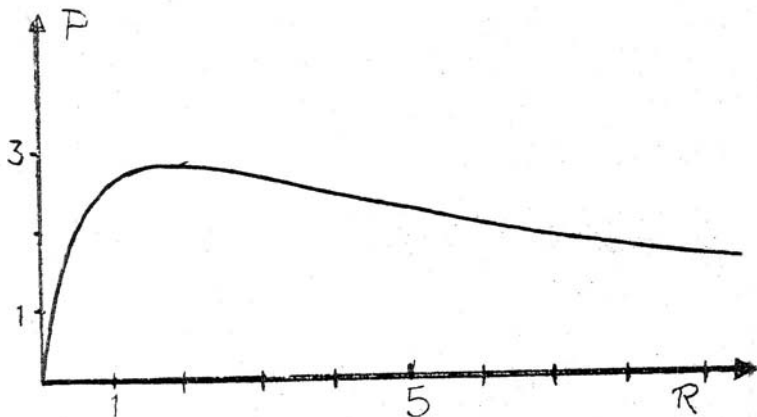
$$\beta = \frac{1}{t} \cdot \frac{\Delta h}{h_0} = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$$

Svar: Volymutvidgningskoefficienten $\beta = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$

Lösningsförslag 1980.

1. a) För strömmen gäller $i = \frac{E}{R_i + R}$. Den yttre utvecklade effekten

$$P = R \cdot i^2 = \frac{RE^2}{(R_i + R)^2} = \frac{4,5^2 R}{(1,8 + R)^2} = \frac{20,25R}{(1,8 + R)^2} \quad (\text{Se figur})$$



b) Derivera med avseende på R $\frac{dP}{dR} = \frac{E^2(R_i - R)}{(R_i + R)^3}$.

För maximal effekt gäller $\frac{dP}{dR} = 0 \Rightarrow R = R_i$.

$$P_{\max} = 2,81 \text{ W för } R = R_i = 1,8 \Omega$$

Svar: b) Villkoret för maximal effektutveckling är $\frac{dP}{dR} = \frac{E^2(R_i - R)}{(R_i + R)^3} = 0$

som är uppfyllt då $R = R_i = 1,8 \Omega$.

2. a) Glimlampan tänder då spänningens maxvärde är 94 V och den effektiva spänningen blir då $\frac{94}{\sqrt{2}} \approx 66,5 \text{ V}$. På amperemetern avlästes

$I = 1,38 \text{ A}$. I spolen utvecklat joulskt värme är då

$R \cdot I^2 = 38 \cdot 1,38^2 \approx 72,4 \text{ W}$. Växelströmseffekten $P = UI \cos \varphi$ vilket ger

$$\cos \varphi = \frac{72,4}{66,5 \cdot 1,38} \Rightarrow \varphi = 37,9^\circ. \text{ Vidare är } \tan \varphi = \frac{L\omega}{R} \Rightarrow L = 0,094 \text{ H}.$$

b) En järnkärna medför virvelströms- och ommagnetiseringsförluster som i beräkningen måste adderas till det joulska värmets. Hade vi uppmätt samma värde på U och I i en spole med järnkärna med samma resistans skulle alltså $\cos \varphi$ ha varit större samt φ och L mindre än i a).

Svar: a) Färförskjutningen är $37,9^\circ$ och spolens induktans är 94 mH.

3. Eftersom jorden och månen befinner sig på praktiskt taget samma avstånd från solen får de samma belysning. Beteckna denna belysning E . Månen mottar då på den sida som är vänd mot jorden (och solen) totalt ljusflödet $E \cdot \pi r^2$ där r är månens radie. Enligt antagandet sprids detta jämnt i

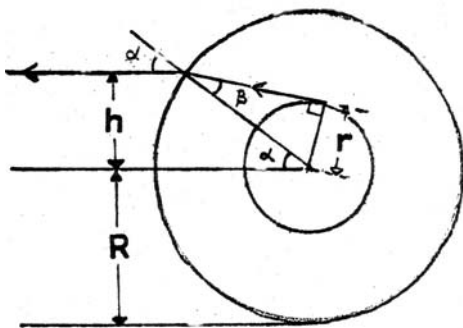
halvsfären och varje ytenhet på jorden mottar då $\frac{E \cdot \pi r^2}{2\pi R^2}$ där R är avståndet

mellan månen och jorden. Med tabellvärden insatta erhålles ungefär 1/100 000.

Svar: Dets sökta förhållandet är 1/100 000.

4. Direkt inses att gränsen mellan den ljusa och mörka delen av fotot bestäms av den utritade ljusstrålen och att tjockleken av det mörka skiktet med bredden $2h$ i verkligheten är $2r$. Vi får $\sin \alpha = \frac{h}{R}$ och $\sin \beta = \frac{r}{R}$

vilket ger $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{h}{r} \Rightarrow r = \frac{h}{n}$.



$$\text{Volymförhållandet} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2 - \pi r^2} = \frac{r^2}{R^2 - r^2} = \frac{h^2}{n^2 \left(R^2 - \frac{h^2}{n^2} \right)}$$

Ur mätningen på fotot fås $h = 6,0 \text{ mm}$, $R = 10 \text{ mm}$.

$$\text{Det sökta förhållandet blir då} = \frac{h^2}{n^2 R^2} = \frac{6^2}{1,38^2 \left(10^2 - \frac{6^2}{1,38^2} \right)} \approx 0,23$$

Svar: Det sökta förhållandet är cirka 0,23.

5.a) Ur gasmassan tas på tiden Δt ut en energimängd $E = \frac{\Delta m}{2} (v_0^2 - v^2)$ där

Δm är den gasmängd som på tiden Δt passerar snurran dvs.

$\Delta m = A \cdot v \cdot \Delta t \cdot \rho$ (A är snurrans area.)

Enligt texten var $v = \frac{v_0 + v_2}{2}$ (hastigheten vid snurran).

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4} A \rho (v_0 + v_2) (v_0^2 - v_2^2) \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4} A \rho v_0^3 (1 + x)(1 - x^2) \cdot \Delta t \quad \text{där } x = \frac{v_2}{v_0}$$

$$\frac{dE}{dx} = 0 \quad \text{då } x = \frac{v_2}{v_0} = \frac{1}{3} \quad \text{som ger}$$

$$E_{\max} = A \rho v_0^3 \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{9} \right) \cdot \Delta t = \frac{8}{27} A \rho v_0^3 \Delta t$$

b) Då vindhastigheten ökar från 7 m/s till 8 m/s förhåller sig de uttagna energimängderna som $\frac{8^3}{7^3} \approx 1,49$. Detta motsvarar en ökning med 49 %.

Svar: a) Snurran bör alltså utformas så att vindhastigheten vid passagen bromsas ned till en tredjedel av ursprungshastigheten.

b) En ökning med 49 %.

6. Studera händelsen i ett system som följer bilarna – hastigheten v . I detta system står bilarna stilla och hjulen roterar så att periferins hastighet är v . Då stenen lossnar är alltså dess hastighet v . För kastvidden gäller

$x = \frac{v^2}{g} \sin 2\alpha$. Eftersom denna skall vara mindre än 22,5 m blir

$x_{\max} = 22,5 \text{ m}$ för $\alpha = 45^\circ$. Detta ger $v = 15 \text{ m/s}$.

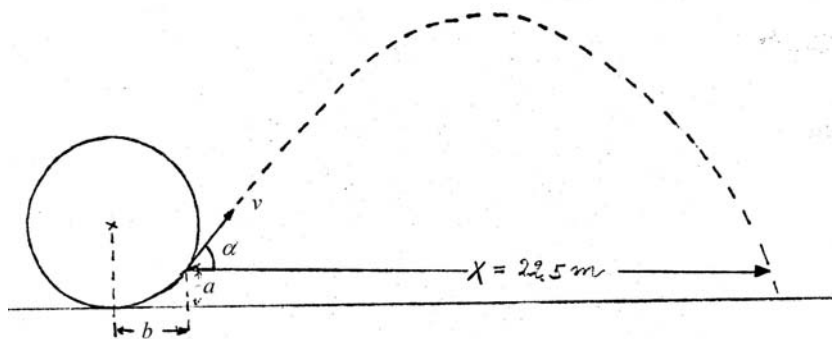


Fig 6

Sträckorna a och b i figuren är så små att den kan försummas.

Svar: Lastbilens hastighet är 15 m/s eller 54 km/h.

7. a) På ett vätskeelement på avståndet x från axeln verkar dels tyngdkraften mg dels centrifugalkraften $mx\omega^2$. Eftersom vätskeytan är vinkelrät mot

resultanten gäller $\tan \alpha = \frac{mx\omega^2}{mg} = \frac{x\omega^2}{g}$.

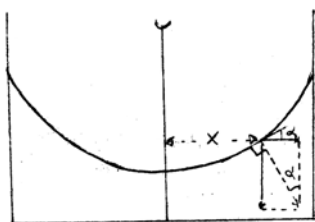


Fig. 7 a

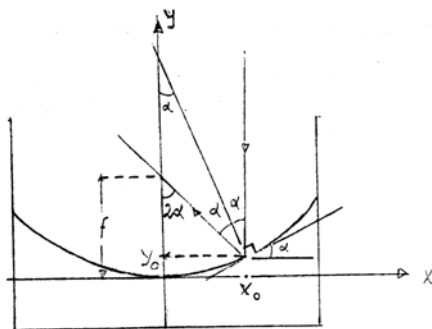


Fig. 7 b

b) $\frac{dy}{dx} = \tan \alpha = \frac{x\omega^2}{g} \Rightarrow y = \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{x^2}{2} + C$ efter integration. Ytan är en paraboloid.

c) Välj koordinatsystem så att $C=0$ ovan (fig. 7b) dvs. $y = 0$ för $x = 0$. En stråle som infaller parallellt med huvudaxeln på avståndet x_0 träffar den reflekterande ytan i en punkt y_0 . Enligt figuren fås då $f = \frac{x_0}{\tan 2\alpha} + y_0$.

Insätts $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ där $\tan \alpha = \frac{x_0 \omega^2}{g}$ enligt fig. 7a och

$$y_0 = \frac{x_0^2 \omega^2}{2g} \text{ enligt fig. 7 b fås } f = \frac{g}{2\omega^2} \text{ oberoende av } x_0.$$

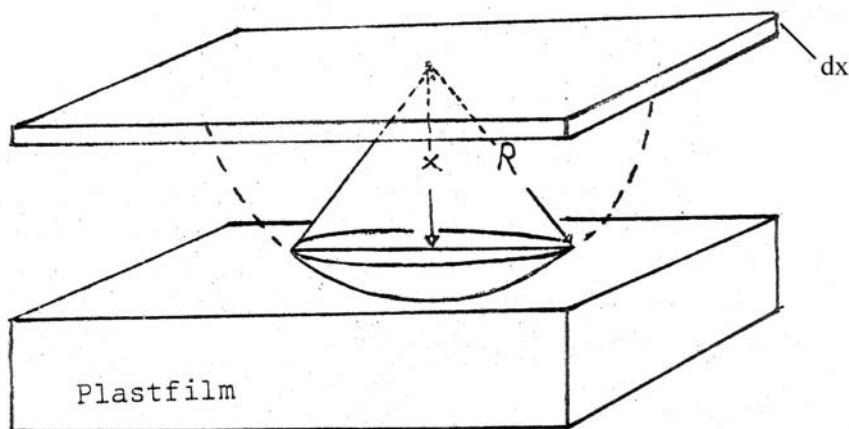
Med insatta värden $f = \frac{9,82}{2 \cdot \left(\frac{33 \cdot 2\pi}{60}\right)^2} \text{ m} \approx 0,41 \text{ m}$

Svar: a) Lutningen dvs. tangentens riktningskoefficient är $\frac{x\omega^2}{g}$.

b) Ytan är en paraboloid $y = \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{x^2}{2} + C$

c) Brännvidden är 0,41 m.

8. Om en radonkärna sönderfaller på avståndet x från ytan är sannolikheten $P(x)$ för att den skall ge ett spår i plasten lika med förhållandet mellan ytan av den sfäriska kalotten $2\pi R(R-x)$ (se fig.) och hela sfärens yta $4\pi R^2$ där R är räckvidden dvs. $P(x) = \frac{R-x}{2R}$.



Om halveringstiden är τ är sannolikheten att en partikel skall sönderfalla per tidsenhet $\lambda = \frac{\ln 2}{\tau}$.

Antag att vi har N radonkärnor/ m^3 . Antalet sönderfallande kärnor på tiden T i en skiva av tjockleken dx och arean A blir då $\lambda \cdot N \cdot A \cdot dx \cdot T$.

Om skivan befinner sig på avståndet x från plasten kommer

$N \cdot A \cdot \lambda \cdot dx \cdot T \frac{R-x}{2R}$ stycken sönderfall att ge spår i plasten. Totala antalet spår från radonsönderfall blir då

$$n = \int N \cdot A \cdot \lambda \cdot T \cdot \frac{R-x}{2R} \cdot dx = N \cdot A \cdot T \cdot \frac{\ln 2}{2R\tau} \int_0^R (R-x) dx = \frac{R \cdot N \cdot A \cdot T \cdot \ln 2}{4\tau}$$

som ger $N = \frac{4 \cdot n \cdot \tau}{R \cdot A \cdot T \cdot \ln 2}$.

Från radonsönderfall får vi enligt texten $n = \frac{160}{3} \text{ hål/cm}^2$.

Insatta värden ger radonkoncentrationen

$$N = \frac{4 \cdot 160 \cdot 10^4 \cdot 3,82}{3 \cdot 0,048 \cdot 1 \cdot 12 \cdot \ln 2} \text{ m}^{-3} \approx 2,3 \cdot 10^7 \text{ m}^{-3}.$$

Svar: Radonkoncentrationen var $2,3 \cdot 10^7$ atomer/ m^3 .

Lösningsförslag 1981.

1. Energitillförseln i det första fallet blir

$$0,295 \cdot 300 \text{ kJ} = 88,5 \text{ kJ}$$

och analogt för de andra.

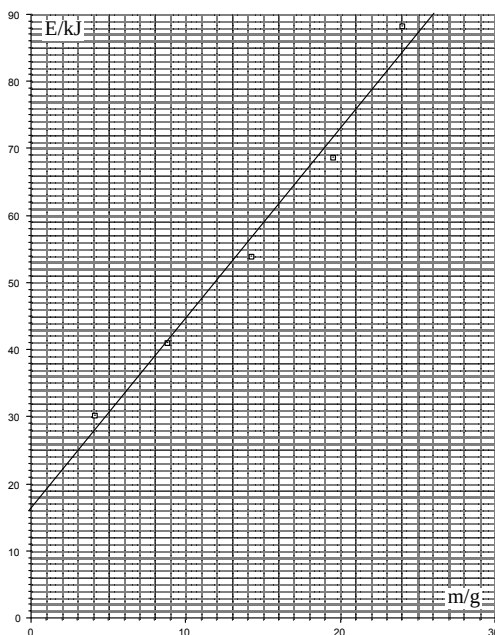
Avsätts tillförd energi, E som funktion av kondenserad vätska, m , erhålls vidstående diagram. Det gäller att tillförd energi = kondenserad vätska · ångbildningsentalpitivitet + värmeförluster.

Eftersom temperaturen hos kokkärlet är konstant (= kokpunkten) bör värmeförlusterna också vara det. Vi bör därför få en rät linje med riktningskoeff = ångbildningsentalpitiviteten.

Ur diagrammet får vi

$$c_a = \frac{90 - 16}{0,026} \text{ kJ/kg} \approx 2850 \text{ kJ/kg}.$$

Förutom fel på mätinstrumentet kan vi ha ojämn yttertemperatur och då också olika värmeförluster. Vidare kan vi ha ofullständig kondensation, avdunstning från kondensatet och icke förångad vätska som "stänker" ned i kondensationskärlet.



2. a) Med standardbeteckningar erhålls

$$\frac{Mv^2}{2} = P \cdot t \Rightarrow t = \frac{Mv^2}{2P} \approx 3,86 \text{ s}.$$

b) Låt f vara friktionstalet mellan bilens däck och vägbanan. Om bilen utvecklar en effekt P är vid hastigheten v den framåtdrivande kraften $F = P/v$ och v vid låg hastighet kan vi få för stor kraft och för en hastighet

mindre än $v_0 = \frac{P}{Mgf}$ kan vi ej utnyttja motorn maximalt. Villkoret för att

drivhjulen ej skall spinna är ju att den accelerande kraften ej är större än friktionskraften $F_f = Mgf$. Vi kan då maximalt få en acceleration

$a = F_f / M = gf$. För att nå hastigheten v krävs då minst tiden

$$t_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{gf} = \frac{P}{Mg^2 f^2} \cdot \text{Bilen har då en kinetisk energi}$$

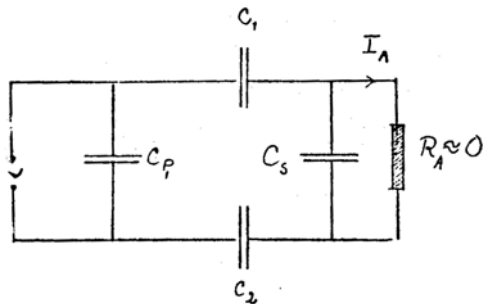
$$W_k = \frac{Mv_0^2}{2} = \frac{P^2}{2Mg^2 f^2} \cdot$$

Sedan vi uppnått hastigheten v_0 kan vi utnyttja hela motorns kapacitet. För att uppnå sluthastigheten v krävs då ytterligare en tid om t_2 sekunder som erhålls ur

$$\frac{Mv^2}{2} - \frac{P^2}{2Mg^2 f^2} = P \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{Mv^2}{2P} - \frac{P}{2Mg^2 f^2}$$

$$\text{Den totala tiden } t = t_1 + t_2 = \frac{Mv^2}{2P} + \frac{P}{2Mg^2 f^2} = 3,86 + 1,44 = 5,3 \text{ s.}$$

3. De båda kretsarna kan tänkas ersätta med en ekvivalent krets enligt figuren



Kapacitansen för en plattkondensator följer $C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$. Vi har

$$C_s = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{1,54 \cdot 10^{-2}}{0,12 \cdot 10^{-3}} = 4,09 \text{ nF}$$

$$C_1 = C_2 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{0,77 \cdot 10^{-2}}{0,12 \cdot 10^{-3}} = 2,04 \text{ nF}$$

$$C_p = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{0,77 \cdot 10^{-2}}{0,36 \cdot 10^{-3}} = 0,68 \text{ nF}$$

En kondensators reaktans är $X_C = \frac{1}{2\pi f C}$

Om amperemeterns resistans är försumbar går ingen ström genom C_s och

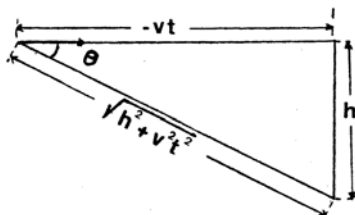
$$I_A = \frac{20}{2X_C} = 1,9 \text{ mA (effektivvärde)}$$

4. a) När satelliten närmar sig på långt håll är vinkeln $\theta = 0^\circ$, när satelliten avlägsnar sig på långt håll är vinkel 180° . Detta ger

$$\Delta f = f_0(1 + v/c) - f_0(1 - v/c) = 2f_0v/c \approx 850 \text{ Hz}$$

Med ur diagrammet avlästa värden får man ($f_0 = 15,48 \text{ MHz}$) $v \approx 8 \text{ km/s}$.
(Diagrammet i originalet var i större skala.)

b) Vi sätter tiden till noll då satelliten passerar rakt över observatören d v s $t_0 = 0$.



Ur figuren erhålls $\cos \theta = \frac{-vt}{\sqrt{h^2 + v^2 t^2}}$ vilket medför

$$f(t) = f_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cdot \frac{-vt}{\sqrt{h^2 + v^2 t^2}} \right). \text{ Deriveras detta uttryck med avseende på tiden}$$

$$t \text{ får vi } \left(\frac{df}{dt} \right)_{t=0} = -f_0 \frac{v^2}{hc} \text{ eller } h = -\frac{f_0 v^2}{c \left(\frac{df}{dt} \right)_{t=0}} \text{ vilket skulle visas.}$$

Inflexionspunktens tangent avläses ur diagrammet och ger

$$\left(\frac{df}{dt} \right)_{t=0} \approx -85 \text{ Hz/s som i sin tur ger } h \approx 40 \text{ km.}$$

5. a) Flödet från arean A som träffar objektivet är $\Phi = P \cdot A \cdot \omega_a$. Om bildens area är B blir då belysningen där $E = \Phi/B = PA\omega_a/B$.

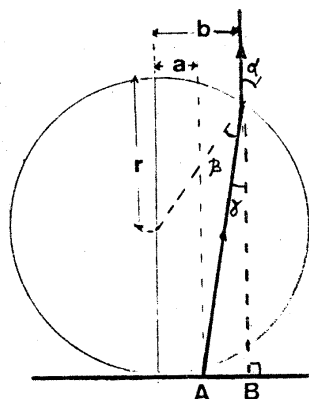
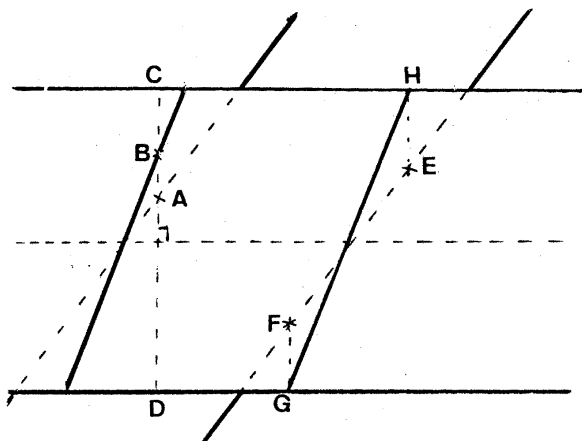
Enligt figuren gäller $A/B = (s/f)^2 = \omega_k/\omega_a$ vilket medför

$$E = P\omega_k = P \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{f} \right)^2.$$

b) En bromsilvermolekyl vänder en yta πR^2 mot det infallande ljuset. På tiden t infaller mot denna yta energin $W = E \cdot \pi R^2 \cdot t$. Detta skall vara lika med $W_0 = 10^{-19} \text{ J}$ vilket ger tiden

$$t = \frac{W_0}{E \cdot \pi R^2} = \frac{W_0}{P \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{f} \right)^2 \cdot \pi R^2} = 1,6 \text{ s}$$

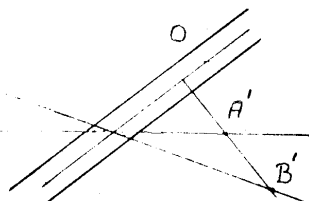
c) För en starkt belyst yta används exponeringstider om typiskt 0,01 s. Att vi likväl får en svärtning av filmen beror på att ljuset är en ström av fotoner motsvarande ett glest regn, ljuset är kvantiserat. En foton som träffar en bromsilveratom kan dissociera denna enda atom eftersom en foton i synligt ljus har en energi av storleksordningen några elektronvolt. Vid framkallningen av filmen tjänstgör sedan denna bromsilveratom som startpunkt för en vidare reduktion av närliggande opåverkade bromsilveratomer.



6. a) Betrakta avbildningen av en punkt A i figuren till vänster ovan. Naturligtvis kan bilden inte förskjutas i axelns riktning utan bilden måste falla någonstans på CD. Vinkelrätt mot axeln kommer däremot staven att verka som en lupp och bilden av A kommer att ligga längre bort från axeln i punkten B (se högra figuren). Detta medför att sträckan FE avbildas som GH.

b) Om A ligger nära axeln (centrala strålar) blir alla vinklar nedan små och det gäller $\alpha \approx \sin \alpha = b/r$. Vidare är $\beta = \alpha - \gamma$ och $\gamma \approx \sin \gamma \approx (b-a)/2r$ vilket ger $\beta = (b+a)/2r$. Brytningslagen ger

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2b}{b+a}$$



Om vi på fotot förlänger den lineära delen av bilden och sedan på lämpligt ställe drar en normal till cylinderaxeln enligt figuren nedan kan vi lätt avläsa sträckor OA' och OB' som är "likformiga" med a och b ovan. Vi finner $a = 11$ m, $b = 23,5$ mm som medför $n \approx 1,35$.

Om strålarna ej är centrala blir vinklarna ej små och beräkningen gäller ej. Denna "sfäriska" avvikelse gör att bilden inte blir en rät linje utan liknar ett integraltecken.

7. Den kinetiska energin alfapartikeln ursprungligen hade, omvandlas till potentiell energi. När partiklarna precis precis berör varandra har vi

$$W_k = W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_1 e \cdot Z_2 e}{r_1 + r_2}$$

Använder vi det givna uttrycket för kärnradierna har vi

$$W_k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-15} [\text{m}]} = 4,1 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 26 \text{ MeV}$$

8. En ideal våg registrerar momentant tryckkraften på vågskålen. I detta fall har denna kraft två orsaker:

1. Den från de fallande korvarna överförda rörelsemängden per tid: $F_1 = \frac{dp}{dt}$.
2. Tyngden av de korvar som redan ligger på vågskålen: $F_2 = mg$.

Korvarna rör sig som fritt fall, d v s en korv som ursprungligen var på höjden x har då den når vågskålen hastigheten $v = \sqrt{2gx}$. Beteckna längddensiteten med ρ och korvarnas sammanlagda längd med l . Massan blir då $m = \rho l$. Den överförda rörelsemängden per tid just då sista korven slår i blir

$$F_1 = \frac{dp}{dt} = \frac{dm}{dt} v = \rho \frac{dl}{dt} v = \rho v^2 = \rho \cdot 2gx = 2mg$$

Lägger vi därtill tyngden av de korvar som redan ligger på vågskålen får vi $3mg$.

Svar: Om han får m kg korv får han betala för $1,5m$ kg, d v s han får betala 50% för mycket.

Lösningsförslag 1982.

1. Avståndet till stjärnan betecknas med z . Belysningslagen ger

$$\frac{8,3^2}{z^2} = \frac{1}{50 \cdot 10^9} \text{ vilket medför}$$

$$z = 1,856 \cdot 10^6 \text{ ljusminuter} = 3,5 \text{ ljusår.}$$

Svar: Avståndet blir 3,5 ljusår. (Eftersom stjärnan har något större intensitet än solen är det riktiga avståndet 4,3 ljusår.)

2. En bil kör $\frac{15000 \cdot 3600}{55}$ sekunder på ett år.

$$\text{Därvid drar ljuset } \frac{15000 \cdot 3600 \cdot 2 \cdot 45 \cdot 0,80}{55} \text{ J} = 70,7 \cdot 10^6 \text{ J på dagtid.}$$

Antag att bilen drar x liter bensin för detta. Det innebär

$$0,8 \cdot x \cdot 0,25 \cdot 41 \cdot 10^6 = 70,7 \cdot 10^6$$

eller $x = 8,62$ liter/år vilket innebär en merkostnad på 32 kr/år.

Total förbrukning för landet blir $8,62 \cdot 2,3 \cdot 10^6$ liter $= 20 \cdot 10^6$ liter

Svar: Årskostnad för medelbilisten är 32 kr/år. Totalförbrukning för landet är 20 miljoner liter bensin.

3 a) För att lyfta massan m från djupet h fordras ett arbete

$$mgh = \frac{80}{60} \cdot 9,81 \cdot 4 \text{ J} = 52,3 \text{ J. Effekten blir alltså } 52,3 \text{ W.}$$

b) För a meters skottvidd krävs en utgångshastighet som ges av

$$a = \frac{v^2}{g} \sin(2 \cdot 45^\circ). \text{ Detta medför att } v^2 = ag. \text{ För att ge massan } m \text{ en}$$

hastighet v krävs en energi $\frac{mv^2}{2} = \frac{mag}{2}$. Det totalt arbete blir

$$mgh + \frac{mag}{2} = mg(h + a/2)$$

$$\text{Den totala effekten blir } \frac{80}{60} \cdot 9,81(4 + 12/2) \approx 130 \text{ W.}$$

Svar: Motorn bör utveckla 130 W.

4. I det aktuella intervallet följer strömstyrkan sambandet

$$I = 0,205U + 1,70$$

Tillsammans med villkoret $UI = 40$ erhålls då andragradsekvationen

$$U(0,205U + 1,70) = 40.$$

Denna ekvation har roten $U = 10,42$ (och $-18,4$). Detta värde kan man naturligtvis också få på många andra sätt.

Detta innebär att en strömstyrka om $I = 0,205 \cdot 10,42 + 1,70 = 3,84$ A skall passera lampan och alltså också förkopplingsresistorn. Samtidigt skall spänningsfallet över resistorn vara

$(12 - 10,42) \text{ V} = 1,58 \text{ V}$. Den sökta resistansen bör alltså vara

$$1,58/3,84 \Omega = 0,41 \Omega.$$

b) Utan förkopplingsresistor får vi en strömstyrka $I = 4,15$ A och således en effektutveckling $4,15 \cdot 12 = 49,8 \text{ W}$. Med förkopplingsresistor får vi effekten $3,84 \cdot 1,58 + 3,84 \cdot 10,42 = 46,08 \text{ W}$. Detta innebär minskning med 7,5%.

Svar: Resistorn bör ha resistansen $0,4 \Omega$. Effektminskningen blir cirka 8%.

5. Ur figuren får vi:

kraftbalans i horisontell led

$$F_1 \sin \varphi = F_2 \sin \theta$$

balans av vridmomentet:

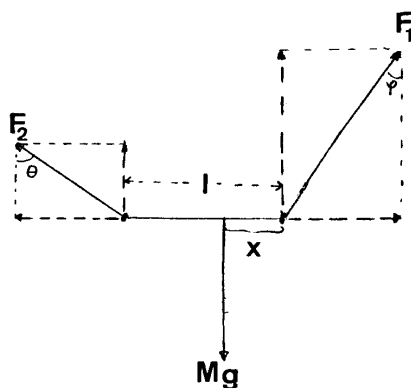
$$F_1 x \cos \varphi = F_2 (\ell - x) \cos \theta$$

Dividera vi dessa ekvationer ledvis får vi

$$\frac{\tan \varphi}{x} = \frac{\tan \theta}{\ell - x}$$

$$\text{vilket ger } x = \frac{\ell \tan \varphi}{\tan \varphi + \tan \theta} \approx 2,3 \text{ m}$$

Samma resultat erhålls om F_1 och F_2 förlänges bakåt. Deras skärningspunkt kommer då rakt under masscentrum. Detta ger direkt ekvation ovan.



Svar: Stavens masscentrum ligger 2,3 m från stavens högra ände.

6. Den rymdvinkel detektorn upptar, $\omega = \frac{0,0022}{1,5^2}$.

Totala antalet sönderfall per timme i hela rymdvinkeln (4π) blir

$$\frac{125 \cdot 400 \cdot 4\pi \cdot 1,5^2}{(1 - 0,93) \cdot 0,007 \cdot 0,0022} = 1,31 \cdot 10^{12}$$

På ett år får man $1,31 \cdot 10^{12} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 2600 = 1,15 \cdot 10^{16}$ sönderfall.

På vanligt sätt har man för radioaktivt sönderfall

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = -\lambda N \\ \lambda = \ln 2 / T_{1/2} \end{array} \right\} \Rightarrow N = 1,15 \cdot 10^{16} \cdot \frac{4,5 \cdot 10^9}{\ln 2} = 7,46 \cdot 10^{25}$$

uranatomer

Mängden uran blir då $\frac{7,46 \cdot 10^{25} \cdot 0,238}{6,023 \cdot 10^{23}} = 29,5 \text{ kg}$

Svar: Ubåten innehöll c:a 30 kg uran.

7. Ett skikt av metan med 1 cm tjocklek släpper igenom 0,02 av den aktuella strålningen. Är tjockleken x cm går då $0,02^x$ igenom. Genom jordatmosfären går enligt uppgift 0,0004 d v s $0,02^x = 0,0004$ vilket ger $x = 2$ cm. Om den betraktade arean är 1 m^2 väger skiktet $0,7168 \cdot 0,02 = 0,0143 \text{ kg}$. (Densiteten för metan är enligt tabell $0,7168 \text{ kg/cm}^3$.)

Normalt lufttryck är 0,1013 MPa. Med m för massan av jordatmosfären ovanför en m^2 gäller $mg = 1,013 \cdot 10^5$ som ger $m = 1,032 \cdot 10^4 \text{ kg}$.

Andelen metan blir då $\frac{0,0143}{1,032 \cdot 10^4} = 1,4 \cdot 10^{-6}$

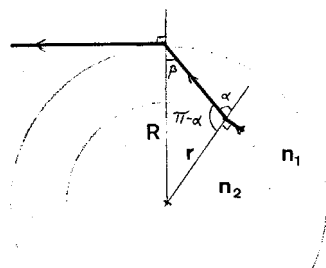
Svar: Andelen metan i atmosfären är 0,00014 %.

8. För att glasväggen ej skall synas krävs att strålar från vätskan skall kunna lämna cylindern i tangentens riktning (se figurerna). Vi får särskilja två fall

a) $n_1 > n_2$

Strålen i glaset måste då bilda en vinkel mot radien mindre än α där (brytning mot normalen)

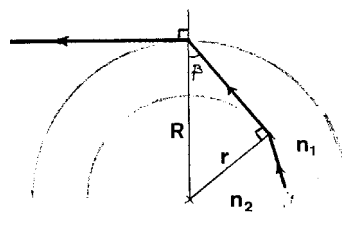
$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin \alpha &= n_2 \sin 90^\circ = n_2 \\ n_1 \sin \beta &= 1 \cdot \sin 90^\circ = 1 \\ \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{R} &= \frac{\sin \beta}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{n_2}$$



b) $n_1 < n_2$

Strålen i glaset kan då bli tangent till inre cylindern (gränsvinkeln för totalreflexion)

$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin \beta &= 1 \cdot \sin 90^\circ = 1 \\ \sin \beta &= \frac{r}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{n_1}$$



Svar: $\frac{r}{R} > \frac{1}{n_2}$ om $n_1 > n_2$ och $\frac{r}{R} > \frac{1}{n_1}$ om $n_1 < n_2$

Lösningsförslag 1983.

1. Energilagen ger $\frac{1}{2} \left(\frac{mv^2}{2} \right) = cmT$, där T är satellitens temperaturstegring

och c den specifika värmekapaciteten. Detta medför

$$T = \frac{v^2}{4c} = \frac{(8 \cdot 10^3)^2}{4 \cdot 448} \text{ K} = 35 \cdot 10^3 \text{ K}.$$

Eftersom det erhållna värdet är mer än 10 gånger högre än kokpunkten för järn kommer innan vi når den temperaturen en mängd nya effekter att bli betydelsefulla (smältning, förgasning, strålningsförluster o s v).

Beräkningen visar i alla fall att en normal satellit som utan speciella åtgärder tränger in i atmosfären med god marginal kommer att förgasas och brinna upp.

2. Beteckna resistanserna med R_1 respektive R_2 och tiderna med t_1 respektive t_2 samt spänningen med U . För den värmemängd Q som krävs får vi då

$$\frac{U^2}{R_1} t_1 = Q \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{Q} t_1, \quad \frac{U^2}{R_2} t_2 = Q \Rightarrow R_2 = \frac{U^2}{Q} t_2$$

Den tid t' som fordras för att få grytan att koka vid seriekoppling ges av

$$Q = \frac{U^2}{R} t' = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t' = \frac{U^2}{\frac{U^2}{Q} (t_1 + t_2)} t' \Rightarrow t' = t_1 + t_2$$

Med numeriska värden insatta får man $t' = 8,6$ minuter.

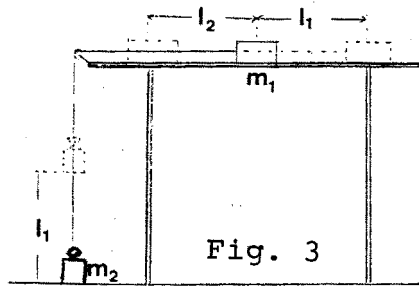
Motsvarande tid t'' vid parallellkoppling ges av

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow Q = \frac{U^2}{\frac{U^2}{Q} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)} t'' \Rightarrow t'' = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$$

Detta ger $t'' = 2,0$ minuter

3. Friktionstalet betecknas med f . Systemets hastighet omedelbart innan m_2 slår i golvet betecknas med v . Energilagen tillämpad på rörelsen omedelbart före stöten ger

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_2 g - m_1 g f) l_1.$$



Energilagen tillämpad på den retarderade rörelsen efter stöten ger

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g f l_2$$

Division ledvis av dessa ekvationer ger $\frac{m_1 + m_2}{m_1} = \frac{(m_2 - m_1 f) l_1}{m_1 f l_2}$. Om vi löser ut f får vi

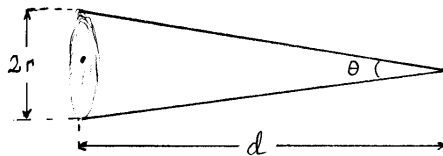
$$f = \frac{m_2 l_1}{m_1 l_2 + m_2 l_2 + m_1 l_1} \approx 0,54$$

4. Beteckningar:

avståndet till stjärnan = d

antal sekunder / år = N

ljushastigheten = c



Avståndet till stjärnan blir då, uttryckt i ljusår

$$d_{\text{lj}} = \frac{d}{cN}$$

Den observerade dopplerförskjutningen beror på att en gasmassa slungas ut från stjärnan med en hastighet $v = 1,7 \cdot 10^6$ m/s. År 1926, d v s 8 år senare, har denna gasmassa utvidgats så att dess radie $r = 8Nv$.

För synvinkeln $\theta = 16'' = 7,76 \cdot 10^{-5}$ radianer får vi enligt figuren:

$$\theta = \frac{2r}{d} \Rightarrow d = \frac{\theta}{2r} \Rightarrow d_{\text{lj}} = \frac{2r}{cN\theta} = \frac{2 \cdot 8Nv}{cN\theta} \approx 1,2 \cdot 10^3 \text{ ljusår}$$

vilket är avståndet till stjärnan.

5. a)

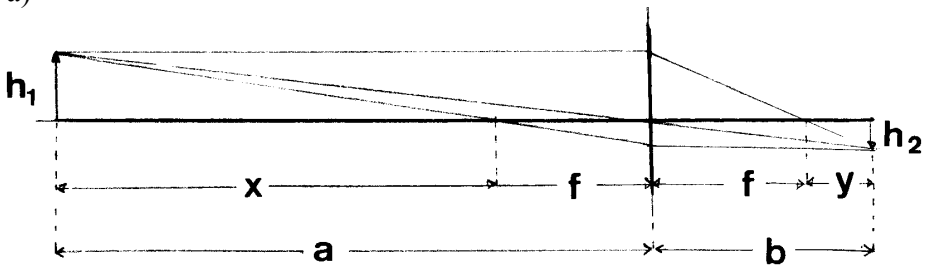


Fig. 5a

Linjalens "bredd" uppmäts på fotot till 13 mm.

Enligt figur 5a gäller med i figuren angivna beteckningar

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x}{f} = \frac{f}{y} \quad (1)$$

I: Med $x = f - a$ fås härur $\frac{h_1}{h_2} = \frac{a - f}{f}$ vilket ger en brännvidd $f = 100$ mm

II: Vidare får vi ur relationen (1) ovan $y = f \frac{h_2}{h_1}$ som ger $y = 52$ mm.

Avstånd från film till objektiv blir $f + y = 152$ mm

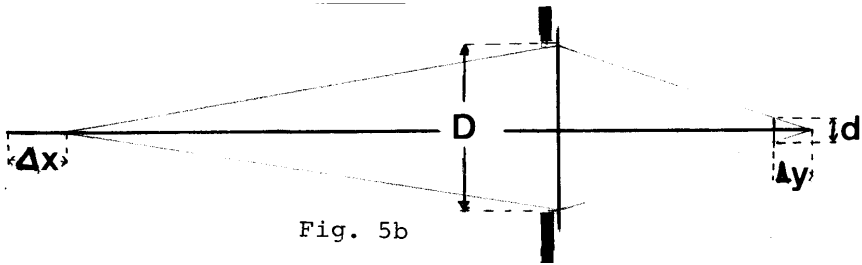


Fig. 5b

b) Enligt (1) gäller $y = \frac{f^2}{x}$.

Differentiering ger $\frac{dy}{dx} = -\frac{f^2}{x^2} \Rightarrow \Delta y \approx -\frac{f^2}{x^2} \Delta x$.

Med $\Delta x = 10$ mm fås $\Delta y \approx \frac{100^2}{192^2} 10$ som ger $\Delta y = 2,7$ mm. För

objektivdiametern gäller $f/D = 8 \Rightarrow D = 100/8 = 12,5$ mm. Enligt figur 5b gäller med god approximation för oskärpecirkeln

$$d/D = \Delta y / b \Rightarrow d = \frac{2,7 \cdot 12,5}{152} \approx 0,22 \text{ mm}$$

6. Då kulorna är i beröring med varandra urladdas kondensatorn genom $6,4 \Omega$ motståndet. Beteckna kapacitansen med C och spänningen med U_1 då urladdningen börjar och U_2 då den slutar. För medelströmmen under stöten får vi då $i = (U_1 + U_2)/(2R)$. Den laddning Q som lämnar kondensatorn under stöten ges av $Q = C(U_1 - U_2)$ och den tid t kulorna varit i kontakt ges av $Q = i \cdot t$. Detta medför

$$Q = i \cdot t = C(U_1 - U_2) \frac{2R}{U_1 + U_2} = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} \cdot 0,92 \cdot 10^3$$

För de olika stötarna gör vi en tabell där vi med ovanstående formel beräknar tiden t .

U_1 / V	U_2 / V	t / ms
7,7	6,0	0,114
4,7	3,55	0,128
2,85	2,2	0,118
1,8	1,4	0,115

Anmärkning. Med den noggrannhet som gäller här är en linjär approximation för urladdningen under stöten fullt tillräcklig.

Medelvärdet av stöttiderna blir 0,12 ms

7. För halveringstiden gäller $T = \ln 2 / \lambda$. Detta ger $\lambda = 0,02606 \text{ h}^{-1}$. Vid mätningen registrerades $2,3 \cdot 10^4$ sönderfall på 10 minuter. Antalet aktiva kärnor, N , i preparatet fås då ur $\left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$ som medför $N = 5,296 \cdot 10^6$. Då provet togs ut ur reaktorn innehöll det N_0 aktiva partiklar där N_0 fås ur $N = N_0 e^{-\lambda t}$ vilket ger

$$N_0 = 5,926 \cdot 10^6 e^{0,026067} = 6,356 \cdot 10^6$$

Totala antalet arsenikatomer i provet ges då av $\frac{6,356 \cdot 10^6}{4,8 \cdot 10^{-8}} = 1,324 \cdot 10^{14}$.

Dessa atomer väger

$$\frac{6,356 \cdot 10^6}{4,8 \cdot 10^{-8}} = 1,324 \cdot 10^{14} \cdot 75 \cdot 1,6603 \cdot 10^{-27} = 1,648 \cdot 10^{-11} \text{ kg}.$$

Uttryckt i ppm innehåller alltså provet $\frac{1,648 \cdot 10^{-11}}{12 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^6 \approx 1,4 \text{ ppm}$ arsenik.

8. För syreatomernas kinetiska energi får man $W_k = \frac{mv^2}{2}$. Sätter vi in numeriska värden kan deras fart beräknas och blir $1,076 \cdot 10^7$ m/s.

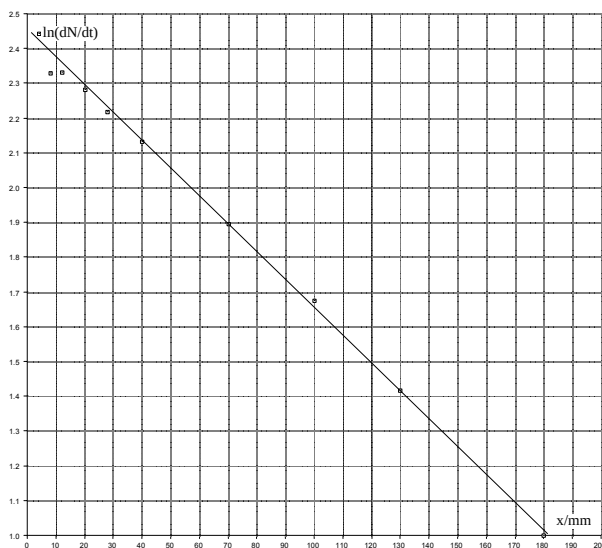
För sönderfallet gäller $N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \left| \frac{dN}{dt} \right| = N_0 \lambda e^{-\lambda t}$. Här är $t = x/v$ vilket

ger $\left| \frac{dN}{dt} \right| = N_0 \lambda e^{-\lambda x/v}$ där x är avståndet från folien. Logaritmerar vi

uttrycket får vi

$\ln \left| \frac{dN}{dt} \right| = \ln(N_0 \lambda) - \frac{\lambda}{v} x$. Plottar vi $\ln \left| \frac{dN}{dt} \right|$ (uttryckt i fotoner/s) mot x skall

vi alltså få en rät linje med riktningskoefficienten $-\lambda/v$.



Avläsning av diagrammet ger $\lambda/v = 8,0 \text{ m}^{-1}$. Härur fås $\lambda = 8,6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$. Halveringstiden blir slutligen $T = \ln 2 / \lambda = 8,1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 31 januari 1984

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGAR

1. Effektförbrukningen i lamporna blir $\frac{1}{5} \cdot 3 = 0,6$ W respektive

$\frac{4}{5} \cdot 3 = 2,4$ W. Eftersom den gemensamma strömstyrkan blir $3 / 6 = 0,5$ A

blir de efterfrågade märkspänningarna $0,6 / 0,5 = 1,2$ V respektive $2,4 / 0,5 = 4,8$ V.

Svar: 4,8 V/2,4 W fram och 1,2 V/0,6 W bak.

2. Låt x -axeln vara riktad rakt nedåt och låt x vara den bit som cylindern befinner sig under jämviktsläget. Då blir vätskans lyftkraft $F = \rho A(\ell_0 + x)g$ där ρ är vätskans densitet och A cylinderns basarea. Rörelseekvationen blir då med m för cylinderns massa

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F + mg$$

Sätter man in $m = \rho A \ell_0$ och F enligt ovan erhålls $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{g}{\ell_0} x$

vilket är differentialekvationen för en harmonisk oscillator med

vinkelfrekvensen $\omega = \sqrt{g / \ell_0}$ och frekvensen $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g / \ell_0} \approx 1,576$ Hz

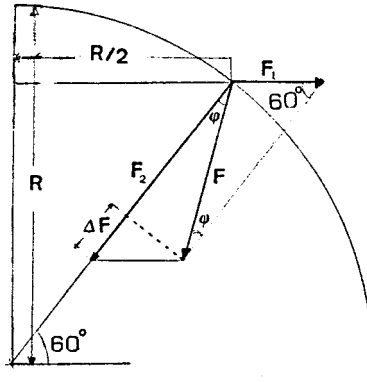
Svar: Frekvensen blir 1,6 Hz.

3. En partikel med massan m påverkas på jordytan av krafterna $F_1 = \frac{mv^2}{R/2}$

och $F = mg$ med $v = 2\pi \cdot \frac{R}{24 \cdot 3600} \cdot \frac{1}{24 \cdot 3600} = 232$ m/s.

a) I figuren kan man observera att F_2 ger riktningen till jordens medelpunkt som är den lodlinje vi skulle få om jorden stannade. F ger riktningen av vår normala lodlinje.

Sinusteoremet ger för vår sökta vinkel φ



$$\frac{F}{\sin 60^\circ} = \frac{F_1}{\sin \varphi}$$

vilket medför $\sin \varphi = \frac{2mv^2 \cdot \sin 60^\circ}{mgR} \approx 0,00148$ som ger $\varphi = 0,085^\circ$

Svar: Lodlinjen skulle alltså ändras med $0,085^\circ$

b) Ur figuren har vi

$$\frac{\Delta F}{F} \approx \frac{F_1 \cos 60^\circ}{F_2} = \frac{v^2}{gR} = 8,61 \cdot 10^{-4}$$

Svar: Tyngdaccelerationen skulle öka med $0,09\%$.

4. a) För spänningen $U (= 10 \text{ mV})$ mellan I och II har vi $U = E_y \cdot h$ och

$$A = h \cdot d \text{ som ger } U = \frac{IB}{ned} \text{ vilket medför } n = \frac{IB}{Ued} \approx 1,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}.$$

Regeln för avböjning av en elektrisk laddning i ett elektriskt fält visar att laddningstransporten sker med hål.

Svar: Koncentrationen av laddningsbärare är 10^{22} m^{-3}

b) Koncentrationen av kiselatomer är $n_{\text{Si}} = \frac{\rho}{M_{\text{Si}}} N_A \approx 5,04 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ där M_{Si}

är atomvikten för kisel och N_A är Avogadros konstant.

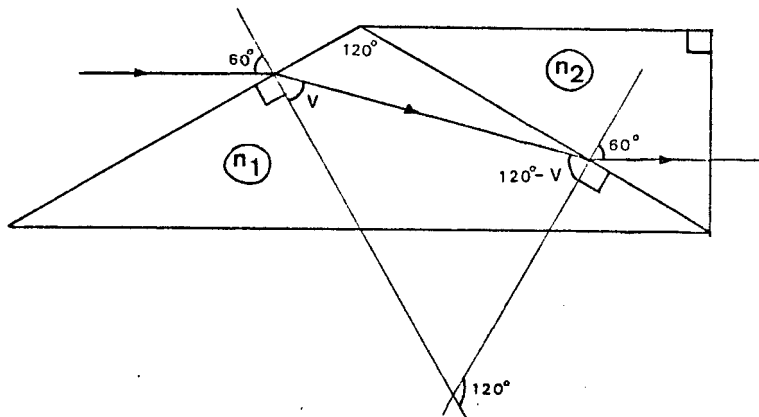
Svar: Det sökta förhållanden är 1 till $5 \cdot 10^6$.

c) På en laddning e verkar i y -led dels den magnetiska kraften F_M dels den elektriska kraften F_E . De två krafterna balanserar varandra.

$$\left. \begin{aligned} F_M &= evB \\ F_E &= +eE_y \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_y = vB$$

För strömmen gäller $I = Anev$ vilket medför $E_y = \frac{IB}{neA}$

5.



Brytningslagen ger $\sin 60^\circ = n_1 \sin v$ och $n_1 \sin(120^\circ - v) = n_2 \sin 60^\circ$. Detta ger

$$n_1 (\sin 120^\circ \cos v - \cos 120^\circ \sin v) = n_2 \sin 60^\circ$$

Använder vi att $n_1 \cos v = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 60^\circ}$ kan uttrycket förenklas till

$$n_1^2 - \sin^2 60^\circ = (n_2 - 0,5)^2$$

som med insatta uttryck för n_1 och n_2 ger $(1,5 + d)^2 - 0,75 = (1,20 + 3d)^2$.

Löser vi den uppkomna andragradsekvationen får vi rötterna

$$\begin{cases} d_1 = 0,0139 \\ d_2 = -0,539 \end{cases}$$

Endast den positiva roten är fysikaliskt meningsfull och ger våglängden

$$\lambda = \sqrt{5 \cdot 10^3 / d_1} \approx 600 \text{ nm}$$

6. Vi betecknar

avstånd preparat-skärm
antal scintillationer/mm²/s är
halveringstiden

$R = 80 \text{ mm}$
 $n = 0,80 \text{ mm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
 $T_1 = 1622 \text{ år.}$

Totala antalet α -partiklar per sekund från preparatet blir

$$4\pi R^2 \cdot n = 6,514 \cdot 10^5.$$

Antal sönderfall per år blir $\Delta N = 4\pi R^2 \cdot n \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 2,054 \cdot 10^{12}$

För radioaktivt sönderfall

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N \quad \text{där} \quad \lambda = \ln 2 / T_1 = 4,273 \cdot 10^{-4} \text{ år}^{-1}$$

Detta medför $N = \left| \frac{\Delta N}{\lambda \Delta t} \right| = 4,808 \cdot 10^{15}$ (med $\Delta t = 1$ år). Detta är antalet

atomer i 1,81 μg radium. Antalet atomer i en mol radium blir då

$$N_A = \frac{N \cdot 0,226}{1,81 \cdot 10^{-9}} = 6,0 \cdot 10^{23}.$$

Svar: Värdet på Avogadros konstant blir $6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

7 a)

plattavstånd $= d$

plattornas area $= A$

dielektricitetskonstant för plasten $= \epsilon_r$

strökapacitans $= C_s$

polspänning $U = 5,00 \text{ V}$;

Kapacitansen för plattkondensatorn ges av

$$C_1 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{\epsilon_r}{d} \cdot 2,727 \cdot 10^{-13}$$

Totala kapacitansen i kretsen blir då $C = C_1 + C_s = \frac{\epsilon_r}{d} \cdot 2,727 \cdot 10^{-13} + C_s$.

Vid varje urladdning passerar en laddning $q = U \cdot C$ galvanometern.

Eftersom detta upprepas 400 gånger varje sekund motsvarar detta en ström $i = 400 \cdot U \cdot C$. Sätter vi in värdet på $U = 5,00 \text{ V}$ och C enligt ovan får vi

$$i = 400 \cdot 5 \left(\frac{\epsilon_r}{d} \cdot 2,727 \cdot 10^{-13} + C_s \right)$$

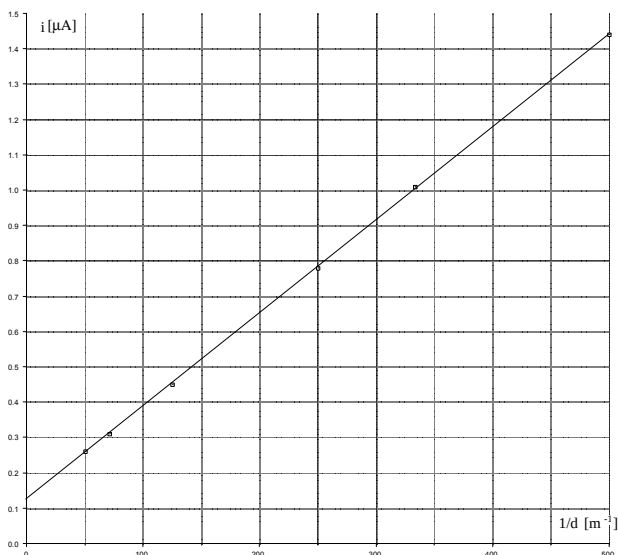
eller

$$i = \frac{\epsilon_r}{d} \cdot 5,45 \cdot 10^{-10} + 2000 C_s$$

I figuren har vi plottat i mot $1/d$. Skärningspunkten med i-axeln ger

$$2000 C_s = 0,12 \cdot 10^{-6}$$

eller $C_s = 60 \text{ pF}$.



Genom att bestämma riktningskoefficienten får vi

$$\frac{(1,44 - 0,12) \cdot 10^{-6}}{500} = 5,45 \cdot 10^{-10} \varepsilon_r \text{ vilket medför } \varepsilon_r = 4,84$$

b) Man finner genom insättning ovan $C_1 = 100 \text{ pF}$.

Den del av kondensatorns laddning som är kvar sedan den urladdats under 1 ms är $e^{-0,001/RC} \approx 10^{-40}$ av den ursprungliga laddningen vilket är helt försumbart. Detsamma gäller för uppladdningen.

8 a) Ur mätningar från figurerna får vi:

Avstånd mellan centra 1980: 7,84 millibågsekunder

Avstånd mellan centra 1977: 5,40 millibågsekunder

På tre år har avståndet ökat med $\theta = 2,44$ millibågsekunder

Beteckna antal sekunder per år med $N = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \approx$

$3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$.

Med $a = v_s \cdot 3N$, $\ell = N \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot c$ och $\theta = \frac{2,44 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{180}$ har vi

$$v_s \cdot 3N = N \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot c \cdot \frac{2,44 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{180}$$

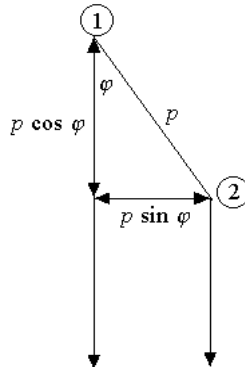
Detta ger $v_s = 11,8c$

b) Då de radiovågor som träffade jorden 1977 utsändes från kvasarens högra del befann denna sig i 1. Då det ljus som träffade jorden 3 år senare



utsändes, befann den sig i 2 . Om avståndet mellan 1 och 2 är p blir tidsskillnaden Δt mellan det att ljus från 1 och 2 träffar jorden

$$\Delta t = \frac{p}{v_0} - \frac{p \cos \varphi}{c}$$



Den skenbara hastigheten v_s fås då ur $v_s = \frac{p \sin \varphi}{\frac{p}{v_0} - \frac{p \cos \varphi}{c}}$ vilket ger

$$v_s = \frac{v_0 \sin \varphi}{1 - \frac{v_0}{c} \cos \varphi}$$

Man ser att $v_s > c$ om $v_0 > \frac{c}{\sin \varphi + \cos \varphi}$.

c) Uttrycket ovan ger $v_0 = \frac{v_s}{\sin \varphi + \frac{v_s}{c} \cos \varphi}$.

Vi får minimum för v_0 då nämnaren är maximum d $v_s \cos \varphi = v_0 / c$

Detta ger $v_{0,\min} = \frac{v_s}{\sqrt{1 + (v_s / c)^2}} \approx 0,9964c$ med $v_s = 11,8c$ enligt ovan.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 5 februari 1985

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGAR

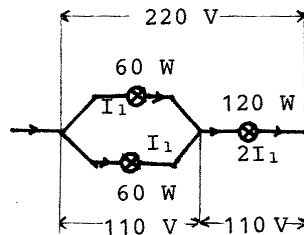
1. Strömmen genom 60 W lamporna är

$$I_1 = \frac{60}{110} \text{ A} = 0,545 \text{ A}$$

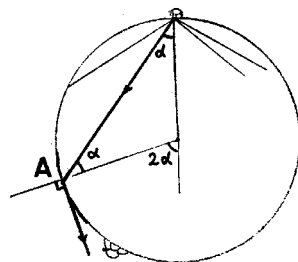
Strömmen genom 120 W lampan är

$$I_2 = \frac{120}{110} \text{ A} = 1,09 \text{ A} = 2I_1. \text{ Kopplingen i}$$

figuren uppfyller de ställda kraven.



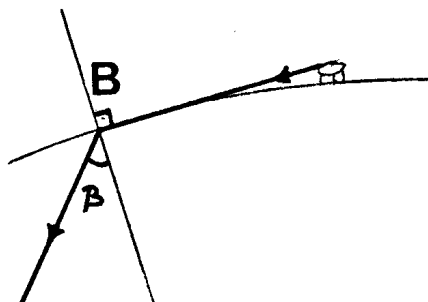
2. a) Anta att lusen befinner sig på "nordpolen" enligt figuren. Från lusen fötter som är i kontakt med glaset utsändes ljusstrålar i alla riktningar. För att ljuset skall tränga ut ur glaset vid A krävs att $n \sin \alpha = 1 \cdot \sin 90^\circ$ vilket medför $\alpha = 41,8^\circ$



b) För att ljus från luskroppen skall tränga in i glaset vid B krävs att

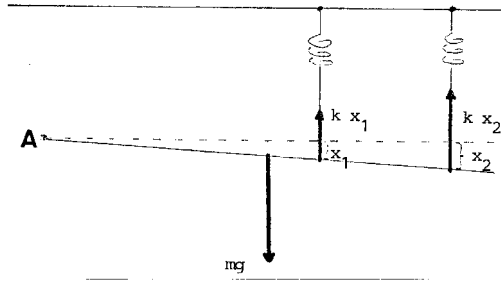
$$n \sin \beta = 1 \cdot \sin 90^\circ \text{ eller } \beta = 41,8^\circ.$$

Eftersom lusen är liten kommer denna stråle att vara nästan densamma som gränsstrålen i a) och således tränger den ut vid A som tidigare.



Sammanfattningsvis: Om lusen sitter på nordpolen kan spindeln se lusen om spindeln är längre "söderut" än $90^\circ - 2\alpha = 6,4^\circ$ "sydlig bredd" i båda fallen.

3. Anta dynamometrarna sträcks sträckorna x_1 respektive x_2 . Enligt figuren får vi då $x_1/x_2 = 2/3$. På dynamometrarna avläses krafterna kx_1 respektive kx_2 där k är den gemensamma fjäderkonstanten.



Momentlagen med avseende på A ger $4 \cdot g \cdot 0,5 = kx_1 \cdot 0,6 + kx_2 \cdot 0,9$
Tillsammans med tidigare villkor får vi

$$kx_1 = \frac{40}{39}g = 10,06 \text{ N}, \quad kx_2 = \frac{20}{13}g = 15,03 \text{ N}$$

Dynamometrarna visar alltså 10,1 N respektive 15,1 N.

4. Ett gram järn innehåller $\frac{10^{-3}}{0,056} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,07 \cdot 10^{22}$ atomer.

Totala laddningen hos kärnorna blir då

$$Q = 1,07 \cdot 10^{22} \cdot 26 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 4,4 \cdot 10^4 \text{ C}.$$

och elektronerna har samma men motsatt laddning. För kraftverkan gäller

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(4,4 \cdot 10^4)^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot (3,8 \cdot 10^8)^2} \approx 124 \text{ N}$$

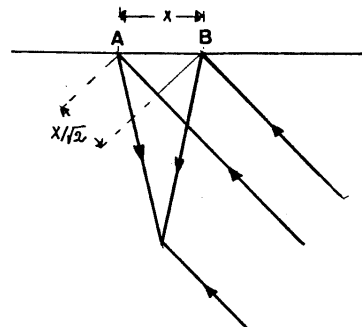
Kraften blir alltså cirka 100 N.

5. Fladdret uppkommer genom interferens mellan den direkt mottagna strålningen och den som återkastas av bussen. Anta att sträckan x är den väg bilen kör på en sekund. Om bilden skall fladdra 2 gånger per sekund måste sträckan $x/\sqrt{2}$ vara dubbla våglängden λ . Vi får vidare

$$\lambda = c/v = 3 \cdot 10^8 / 60 \cdot 10^6 = 5 \text{ m}.$$

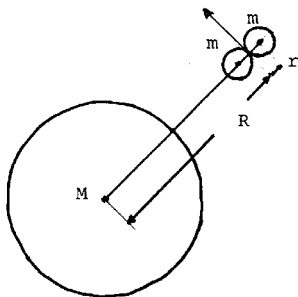
$$\text{Härur } x = 2\sqrt{2}\lambda = 14,14 \text{ m}.$$

Bussens fart blir 14,1 m/s ≈ 50 km/h.



6. Om den gemensamma vinkelhastigheten betecknas med ω gäller för den sammansatta kroppen om $R \gg r$

$$2m \cdot R\omega^2 = G \frac{M \cdot 2m}{R^2} \quad (1)$$



För den inre satellitens rörelse gäller

$$G \frac{Mm}{(R-r)^2} - G \frac{m^2}{(2r)^2} = m(R-r)\omega^2 \quad (2)$$

Sätter vi in värdet på ω från (1) i (2) får vi efter förenkling

$$M \left(\frac{R^3 - (R-r)^3}{R^3(R-r)^2} \right) = \frac{m}{4r^2} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3 \cdot 4r^2} = \frac{\pi r \rho}{3}.$$

Eftersom $R \gg r$ har vi $(R-r)^3 = R^3 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right) \approx R^3 \left(1 + 3 \frac{r}{R} \right) = R^3 + 3R^2r$

och $(R-r)^2 \approx R^2$ får man $\frac{3M}{R^3} \approx \frac{\pi \rho}{3}$ varur $R = \left(\frac{9M}{\pi \rho} \right)^{1/3}$ eller $Q = 9$

En behandling som inte tar hänsyn till centripetalaccelerationen ger $Q = 6$ (eller 12) och en fullständig härledning ger $Q = 11,10$.

7. Vi har för radioaktivt sönderfall $N = N_0 e^{-\lambda t}$ som ger $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$.

Vidare $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ som ger $N = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot \left| \frac{dN}{dt} \right|$. Med numeriska värden insatta

har vi

$$N = \frac{3600 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 5,26}{\ln 2} \cdot 1,5 \cdot 10^{13} = 3,6 \cdot 10^{21} \text{ atomer.}$$

$$\text{Mängd kobolt blir } m = \frac{3,6 \cdot 10^{21} \cdot 0,060}{6,022 \cdot 10^{23}} = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

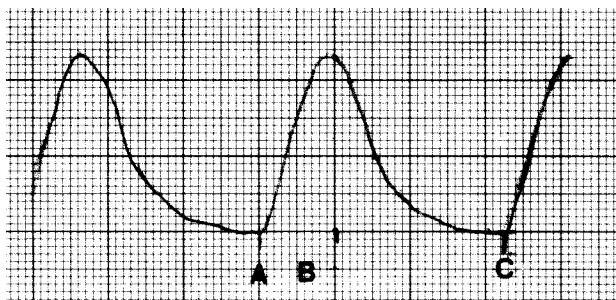
b) Antal sönderfall per kg järn och sekund är $\frac{1,5 \cdot 10^{13}}{7 \cdot 10^6} \approx 2 \cdot 10^6$

Antal sönderfall per cm^3 järn och sekund är då $2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 7,85 \approx 1,5 \cdot 10^4$.

c) Om bordsskivan är 1 cm tjock erhålles för fotonflödet strax utanför bordsskivan om vi räknar med att hälften av fotonerna går ut åt vardera hållet

$\sigma = \frac{1,5 \cdot 10^4}{2} = 0,75 \cdot 10^4$ fotoner per cm^2 och sekund. Den aktuella strålningens intensitet är högt, storleksordningen 10^4 över den tillåtna.

8.



8.

Sträckan AC ovan motsvarar en period och alltså 5 ms. Man får då direkt 1 skaldel = 1,5 ms.

Förloppet AB är en uppladdning av kondensator. Förloppet BC en urladdning genom resistorn R som alltså bör beskrivas av $U = U_0 e^{-t/RC}$ vilket medför "halveringstiden" $t_{1/2} = RC \cdot \ln 2$. Från figuren har vi $t_{1/2} = 0,5$ ms vilket ger $R = 7,21 \text{ k}\Omega$.

Medeleffekten ges av $\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U^2(t)}{R} dt$.

Numerisk integration (ruträkning) ger $\int_0^T U^2(t) dt = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \text{ s}$

varur $\bar{P} = 0,13 \cdot 10^{-3} \text{ W}$.

Medeleffektförbrukningen i resistorn är 0,13 mW.

Felen vid mätningarna på fotot och vid den numeriska integrationen är stora och slutresultatet har därför ett fel om uppskattningsvis 30-40%.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 21 januari 1986

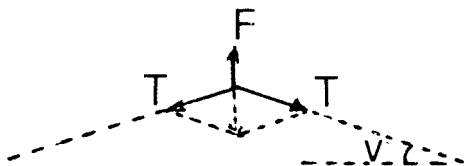
SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGAR

1. Anta att spänningen i repet är T . Kraftjämvikt ger

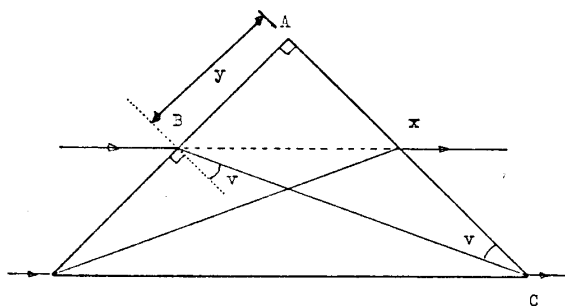
$$F = 2T \sin \nu \approx 2T \tan \nu = 2T \delta / a$$

$$T = \frac{Fa}{2\delta} = \frac{300 \cdot 0,125}{2 \cdot 0,012} \text{ N} \approx 1,6 \text{ kN}$$



Spänningen i repet är 1,6 kN.

2. a) De strålar som avgör hur mycket av prismet som kommer med visas i figuren.

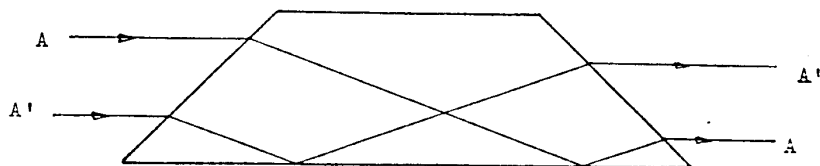


Brytningslagen ger $1 \cdot \sin 45^\circ = n \cdot \sin \nu$ med $n = 1,52$.

Den rätvinkliga triangeln ABC ger $y/x = \tan \nu = \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}} = 0,53$.

Den övre delen av prismet skall tas bort med ett snitt som delar kateterna enligt figuren.

b) Bilden blir omvänd. Prismet kan användas som bildvändande prisma.



3. Antag att aortas area är A och att blodet i aorta förflyttas sträckan d vid hjärtslaget. Kraften på blodet är $p \cdot A$. Det uträttade arbetet är då $p \cdot A \cdot d = p \cdot V$ där V är volymen blod i ett hjärtslag. Med $p = 16 \text{ kPa}$ och $V = 80 \text{ ml} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ blir arbetet $1,28 \text{ J}$.

Effekten blir då $1,28 \cdot \frac{70}{60} \text{ W} \approx 1,5 \text{ W}$.

Med ett rimligt antagande av area för aorta blir blodets rörelseenergi av storleksordningen $0,01 \text{ J}$, vilket i detta sammanhang kan försummas.

4. Beteckna avståndet energiverk–aluminiumverk med a , ledningens resistivitet med r och dess area med A . Ledningarnas totala resistens är då $R_L = 2ar / A$.

Kvoten mellan effektutveckling i ledningen och effekt i aluminiumverket blir då

$$\frac{R_L I^2}{R I^2} = \frac{R_L}{R} = 0,03$$

där I är strömmen i ledningen och R aluminiumverkets "resistans".

Med spänningen U i aluminiumverket blir den där utvecklade effekten

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{0,03 \cdot U^2 A}{2ar}$$

Massan av aluminiummetall i ledningarna är $2aA\rho$ där ρ är densiteten för aluminium.

Antalet atomer i ledningarna är då $\frac{2aA\rho N_A}{M}$ där M är atomvikten för aluminium och N_A Avogadros konstant. Energin som behövs för att framställa ledningen blir

$$\frac{2aA\rho N_A}{M} \cdot 15 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = P \cdot t$$

Detta ger tiden $t = \frac{4a^2 \rho N_A r}{U^2 M \cdot 0,03} \cdot 15 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ s} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ s} \approx 1,5 \text{ dygn}$

Det tar cirka $1,5$ dygn att framställa aluminium för ledningarna.

5. Vi har $\mu = m / \ell$ där m är fjäderns massa.

Hookes lag ger $F = k(\ell - \ell_0)$ med fjäderkonstanten k .

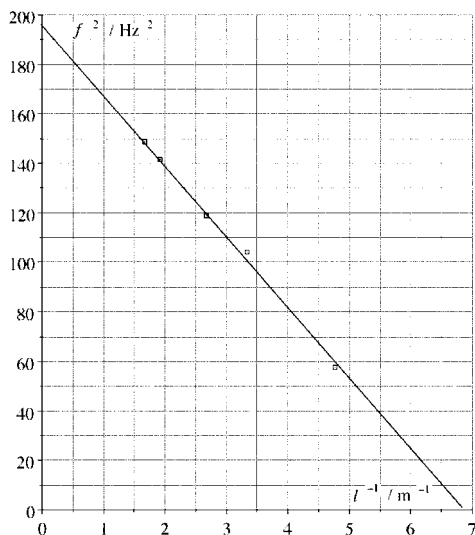
Detta ger $v = \sqrt{\frac{k\ell(\ell - \ell_0)}{m}}$. Vidare har vi för den stående vågens våglängd $\lambda = 2\ell$.

Detta medför att frekvensen $f = \frac{v}{\lambda} = \sqrt{\frac{k}{4m} \left(1 - \frac{\ell_0}{\ell}\right)}$.

När man jämför data med uttrycket ovan måste man, för att kunna dra några slutsatser, se till att sambandet grafiskt kan representeras av en rät linje. Vi har

$$f^2 = \frac{k}{4m} \left(1 - \frac{\ell_0}{\ell}\right).$$

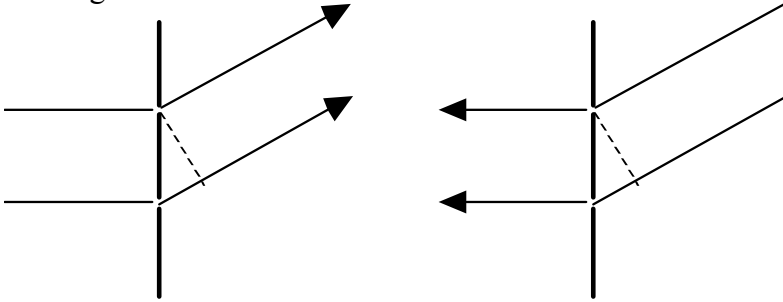
Om man på x -axeln avsätter $1/\ell$ och på y -axeln f^2 förväntar vi oss alltså att data i detta diagram skall ligga på rät linje vilket de också, med tanke på mätfel, gör.



Om man extrapolerar den räta linjen till $1/\ell = 0$ får vi $f_0^2 = \frac{k}{4m} \approx 200$ vilket ger $m = 12 \text{ g}$.

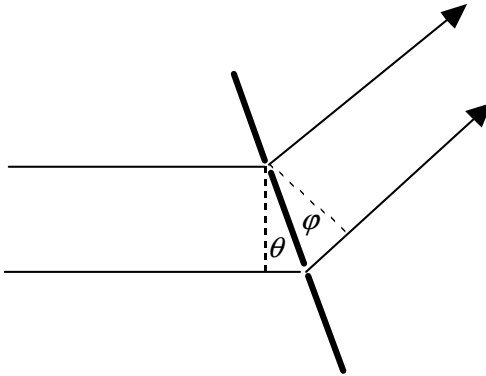
Extrapolation till $f = 0$ ger $1/\ell_0 = 6,8 \text{ m}^{-1}$ eller $\ell_0 = 0,15 \text{ m}$

6. a) Jämför figurerna nedan.



Ur strålgångens omvändbarhet följer att $\theta_1 = \theta_2$ det vill säga vridningen måste vara densamma som avlänkningen i andra ordningen vid vinkelrätt infall eller $2\lambda = d \sin \theta_1$ vilket medför $\theta_1 = 46,3^\circ$.

b)



Totala avlänkningen är $\alpha = \theta + \varphi$. Vidare har vi $d(\sin \theta + \sin \varphi) = 2\lambda$. Vi söker alltså minimum av α då $\sin \theta + \sin \varphi = \text{konst}$

Lösningalternativ 1.

Derivera α med avseende på θ . Vi har $\frac{d\alpha}{d\theta} = 1 + \frac{d\varphi}{d\theta} = 0$ vid minimum.

Derivera $\sin \theta + \sin \varphi = \text{konstant}$ med avseende på θ vilket medför

$$\cos \theta + \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{d\theta} = 0. \text{ Detta ger tillsammans med villkoret ovan}$$

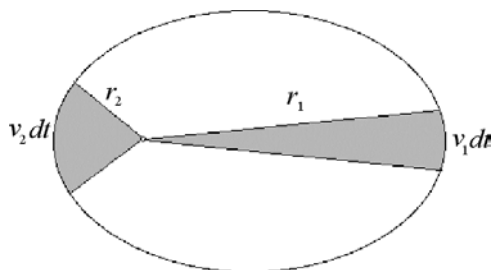
$$\cos \theta - \cos \varphi = 0$$

eller $\theta = \varphi$. Vi har alltså $d(\sin \theta + \sin \theta) = 2\lambda$ eller $d \sin \theta = \lambda$ som ger $\theta = 21,2^\circ$.

Lösningalternativ 2.

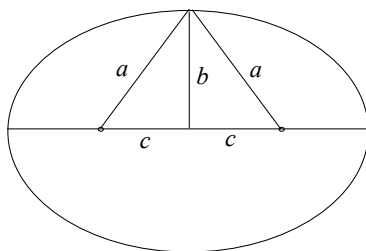
Uttrycken är symmetriska i θ och φ . Symmetripunkten måste motsvara ett extremvärde i detta fall ett minimum. Detta ger $\theta = \varphi$, som är samma resultat som ovan

7. a) Keplers lag ger $\frac{1}{2} v_1 r_1 dt = \frac{1}{2} v_2 r_2 dt$ vilket medför $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{35,3}{0,59} \approx 60$



Förhållandet mellan farterna är alltså ungefär 60.

b) Vi har $2a = 0,59 + 35,3 \text{ AE}$ dvs $a = 17,945 \text{ AE}$. Kalla avståndet från medelpunkten till brännpunkten för c .



Figur och Pythagoras' sats ger

$$b^2 = a^2 - c^2 = (a + c)(a - c) = 35,3 \cdot 0,59 \text{ AE}^2$$

eller $b \approx 4,564 \text{ AE}$.

$$\text{Ellipsens area} = \pi ab = 257,28 \text{ AE}^2$$

$$\text{Area/tid} = k = 257,28 \text{ AE} / 76,0 \text{ år} = 3,385 \text{ AE / år}.$$

Vi har $\frac{1}{2} v_1 r_1 dt = dA \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} v_1 r_1 = \frac{1}{2} v_2 r_2 = k$ (första figuren) vilket

medför

$$v_1 = 11,475 \text{ AE/år} = 54 \text{ km/s} \text{ och } v_2 = 0,191 \text{ AE/år} = 0,91 \text{ km/s}.$$

c) Avståndet mellan jorden och kometen är vid periheliepassagen $(1,0 + 0,59) \text{ AE} = 1,59 \text{ AE}$. Eftersom kometen rör sig med retrograd rörelse är jordens och kometens hastigheter parallella och riktade åt samma håll. Jordens fart är $2\pi \text{ AE/år}$. Relativt jorden kommer då kometen att ha farten $(v_1 - 2\pi) \text{ AE/år} \approx 5,192 \text{ AE/år}$.

Detta ger en vinkelhastighet på $5,192/1,59 \text{ (radianer)/år} \approx 0,5^\circ \text{ per dygn}$.

8. Elektronerna rör sig i cirklar vinkelrätt mot magnetfältet. Sättes centripetalkraften lika med Lorentzkraften får man $mv^2/r = evB$, där

m = elektronmassan

e = elektronens laddning

r = radien i cirkeln

B = flödestätheten.

Elektronerna har en de Broglievåglängd given av $\lambda = h/(mv)$ där h är Plancks konstant.

Det skall få plats ett helt antal våglängder på cirkelns omkrets vilket medför $2\pi r = n\lambda$ med $n = 1, 2, 3, \dots$. Våra tre ekvationerna ger för cirkelarean $\pi r^2 = A = nh/(2eB)$.

Den minsta cirkelarean blir för $n = 1$ som med $B = 5,0 \text{ T}$ blir $A = 4,1 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$.

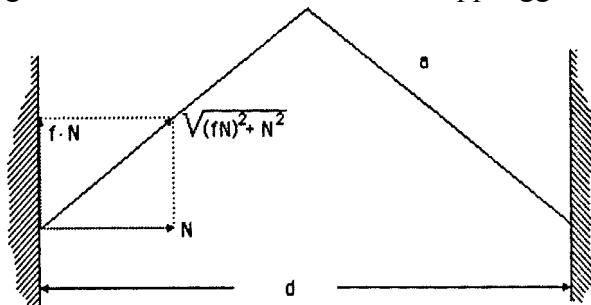
KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 20 januari 1987

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGAR

1. Kalla benlängden för a och avståndet mellan klippväggarna för d .



a) För att bergsklättraren skall kunna stå i angiven ställning skall reaktionskraften från vardera klippväggen vara riktad längs hennes ben. Geometrin i figuren ger:

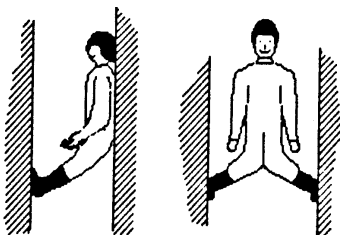
$$\frac{N}{\sqrt{(fN)^2 + N^2}} = \frac{d}{2a}$$

vilket medför $d = \frac{2a}{\sqrt{f^2 + 1}}$. Det största möjliga värdet på f är 1,2 d v s

$$d \geq \frac{2a}{\sqrt{1,2^2 + 1}} = 1,28a = 1,2\text{m}.$$

Vidare måste ju självklart $d \leq 2a = 1,8\text{ m}$

b) Figurerna till höger visar några alternativa ställningar som förslag att klara av andra avstånd.



2. Molekylernas medelenergi $mv^2/2 = \text{konstant}$. Molekylernas fart v är då proportionell mot $m^{-1/2}$. Molekylernas massa är proportionell mot molmassan d v s ljudfarten är omvänt proportionell mot roten ur molmassan. Härav fås

$$c_{\text{vätgas}} = c_{\text{luft}} \left(\frac{M_{\text{luft}}}{M_{\text{vätgas}}} \right)^{1/2} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ m/s},$$

där c är ljudfarten, $M_{\text{vätgas}} \approx 2$ och $M_{\text{luft}} \approx 0,8 \cdot 28 + 0,2 \cdot 32 = 28,8$.

3. Den inducerade spänningen i spolen är enligt induktionslagen tidsderivatan av det magnetiska flödet multiplicerad med antalet varv i spolen. Vi kan alltså bestämma flödet genom att ta reda på arean under oscilloskopkurvan. Varje skaldelsruta har arean $0,2 \cdot 5 \text{ mVs} = 1 \text{ mVs}$. Genom att räkna och skatta rutor och ta medelvärde av resultatet för de två foton får man flödet till $12 \text{ mVs} / 600$. Magnetens area vinkelrätt mot fältriiktningen är $8 \cdot 20 \text{ mm}^2$. Härur fås flödestätheten $B = 120 \text{ mT}$.

4. Pistongens area $A = 0,9^2 \pi \text{ m}^2$. Slagets längd $l = 3,0 \text{ m}$. Cylindervolym $V = A \cdot l$.

Lufttrycket $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Arbetet = Kraften $\cdot$ vägen = $p \cdot A \cdot l = pV = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,9^2 \pi \text{ m}^2 \cdot 3,0 \text{ m} \approx 0,773 \text{ MJ} \approx 0,8 \text{ MJ}$

Effekten = $0,773 \text{ MJ} / 6 \text{ s} \approx 130 \text{ kW}$

Mängden ånga m i cylindern fås ur gaslagen $pV = \frac{m}{M} RT$, där M är vattnets

molmassa. Detta ger $m = \frac{MpV}{RT}$. När ångan kondenserar avlämnar den en

energi av $W = m \cdot c_{\text{å}} = \frac{MpVc_{\text{å}}}{RT}$ med $c_{\text{å}} = \text{ångbildningsentalpin}$.

Verkningsgraden blir då det utträttade arbetet delat med denna energi eller $\frac{pV \cdot RT}{MpVc_{\text{å}}} = \frac{RT}{Mc_{\text{å}}}$. Med insatta numeriska värden får man en verkningsgrad på 8%.

Det kan vara värt att notera att verkningsgraden blir oberoende av maskinens dimensioner.

5. Kraften F på en ledare med längden d i ett magnetfält B är $F = I \cdot Bd$ där I är strömmen genom ledaren. Sambandet förutsätter att B , ledaren och kraften är vinkelräta mot varandra. Kraften på natriummetallen är riktad åt höger i figuren.

$$\text{Trycket blir följaktligen } p = \frac{F}{db} = \frac{IBd}{db} = \frac{IB}{b}.$$

Den höjd h , till vilken natriet kan pumpas fås ur $p = \rho gh$ eller

$$p = h = \frac{p}{\rho g} = \frac{IB}{\rho gb}.$$

Med insatta värden får man $h \approx 0,5$ m.

6. Approximera den belagda arean i Norrland med en rektangel med storleken $500 \cdot 250 \text{ km}^2$.

Approximera den belagda arean väster om Stockholm med en triangel med basen 400 km och höjden 150 km.

Härvid har medtagits obelagda areor så att man kan uppskatta medelbeläggningen mycket grovt till 10 kBq/m^2 . Detta ger en total beläggning av $1,5 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$.

För radioaktivt sönderfall har vi

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N, \text{ där } N \text{ är antalet radioaktiva kärnor och } \lambda \text{ är}$$

sönderfallskonstanten.

Detta ger $N = N_0 e^{-\lambda t}$ där N_0 är antalet kärnor då $t = 0$.

Då $t = T_{1/2}$, halveringstiden, har vi $N = N_0/2$ vilket ger sambandet

$$\lambda = \ln 2 / T_{1/2} \approx \frac{0,693}{30 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ s}^{-1} \approx 7,32 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

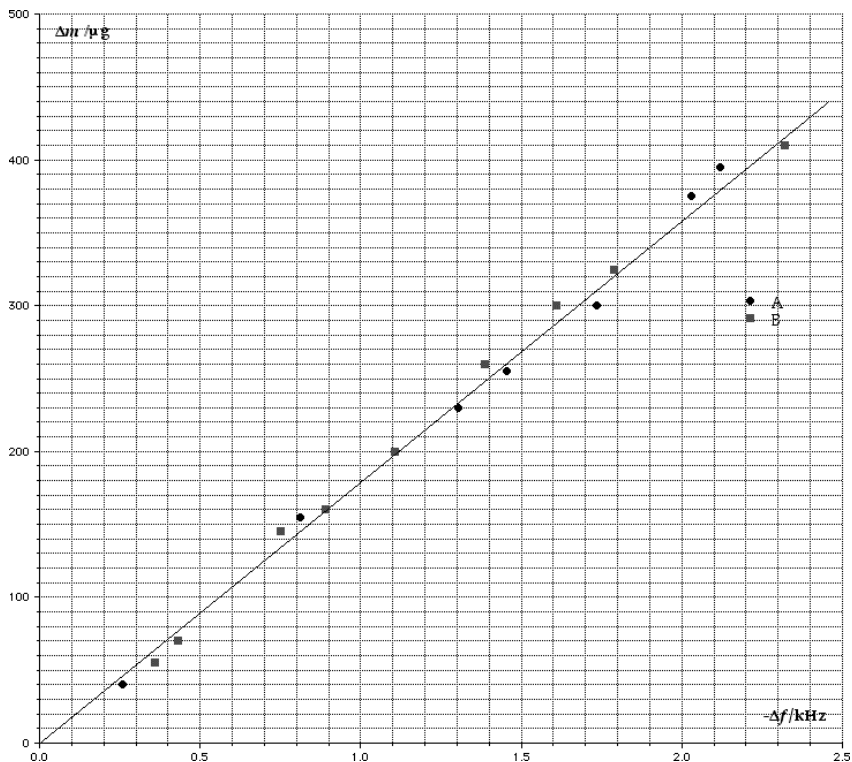
Vi har nu $\frac{dN}{dt} = -1,5 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$. Detta ger $N = 2,0 \cdot 10^{24}$ kärnor.

Med molmassan för cesium 137 ger detta totalt en massa

$$2,0 \cdot 10^{24} \cdot 137 / 6,02 \cdot 10^{23} \text{ g} \approx 0,5 \text{ kg}$$

Resultatet är naturligtvis mycket grovt och ger endast storleksordningen.

7.



a) Diagrammet ovan med massan mot frekvensändring för data i tabell A och B visar att man kan anta att det är ett linjärt samband mellan dessa två storheter. Diagrammet visar också att metoden inte särskiljer mellan de olika typerna av smuts. Ur diagrammet fås sambandet

$$\Delta m = 0,18 \mu\text{g} / \text{Hz} \cdot \Delta f$$

Ur diagrammet över mätningen i industrilokalen får man en beläggning av $16 \mu\text{g}/\text{h}$ i medeltal under arbetstid och $4 \mu\text{g} / \text{h}$ under icke-arbetstid. Man kan också se att föroreningen verkar avdunsta något under nattens senare del och att det tar ganska lång tid för partiklarna att "sätta sig".

b) Vi har för fjädrande svängning $f = 2\pi\sqrt{k/m}$. Detta ger

$$\frac{df}{dm} = -\frac{2\pi\sqrt{k/m}}{2m} = -\frac{f_0}{2m_0}$$

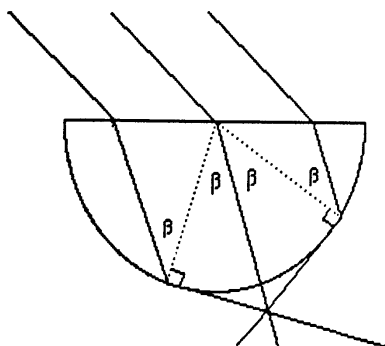
Låt $m = m_0$, den ursprungliga svängande massan och f_0 den ursprungliga egenfrekvensen. Vi får

$$\left(\frac{df}{dm}\right)_{m=m_0} = -\frac{f_0}{2m_0} \text{ eller } \Delta f = -\frac{f_0}{2m_0} \Delta m \text{ för små } \Delta m.$$

Alltså gäller $\frac{2m_0}{f_0} = 0,18 \mu\text{g}/\text{Hz}$. Med $f_0 = 1,6 \text{ MHz}$ får man $m_0 \approx 0,14 \text{ g}$.

Man ser att $\Delta m \ll m_0$ som sig bör.

8. På grund av totalreflexion kommer ljuset bara att komma igenom i ett begränsat område på den buktiga ytan. I figuren är randstrålarna inritade liksom den stråle som infaller mot medelpunkten.



Av figuren framgår att det ljusa området upptar en vinkel av 2β . Villkoret för totalreflexion ger $\sin\beta = 1/n$.

Vidare gäller (ljusa områdets längd) / (hela längden) = $2\beta/180^\circ$. Härav erhålles genom mätning i figuren $2\beta = 82^\circ$.

Detta ger $n = 1,52 \pm 0,02$.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 19 januari 1988

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGAR

1. Beteckna Tarzans massa med M , Janes massa med m , Tarzans fart innan stöten med V , Janes och Tarzans gemensamma fart efter stöten med v , Tarzans starthöjd med H och parets sluthöjd slutligen med h . Tarzans räddningsmanöver består av tre delar.

a) Färden ner till Jane. Här används energiprincipen som ger

$$\frac{MV^2}{2} = Mgh$$

b) Den oelastiska stöten med Jane i vilken rörelsemängden är bevarad vilket ger

$$MV = (M + m)v$$

c) Färden upp mot den räddande klipphyllan varvid energiprincipen ger

$$\frac{(M + m)v^2}{2} = (M + m)gh$$

Härur erhålles med i texten givna uppgifter $h = 4,1$ m. De klarar sig!

2. Den i spolen inducerade spänningen ges av Lenz' lag:

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} (BA \cos \theta_{BA}) = -NB\pi r^2 \frac{d}{dt} \cos \omega t = NB\pi r^2 \cdot 2\pi f \sin \omega t$$

Här är N antalet varv i spolen, r dess radie och f rotationsfrekvensen, $\omega = 2\pi f$. Toppvärdet av spänningen blir $u = NB\pi r^2 \cdot 2\pi f$. Man läser lämpligen från bilden av topp-till-toppspänningen u_{pp} . Man få sedan

$$B = \frac{u_{pp}}{2N\pi^2 r^2 f} \approx 62 \mu\text{T}$$

För att mäta horisontalkomponenten av magnetfältet skall spolens axel orienteras i vertikal led.

3. Jämviktsvillkor för translation ger

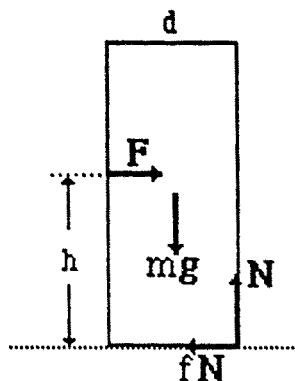
$$mg = N \text{ och } F = fN.$$

Jämviktsvillkor för rotation kring en axel genom nedre högra kanten ger

$$mgd = Fh$$

Ur dessa ekvationer får man $f = \frac{d}{2h}$

Mätningar på fotografiet ger $f \approx 0,3$.



4. Under framåtfasen av spänningen kommer

effektivvärdesspänningen 100 V ligga över 2 kΩ. Under

backspänningsfasen kommer 50 V att ligga över resistorn. Detta ger en medeleffekt av

$$P = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{100^2}{2000} + \frac{50^2}{2000} \right) \text{ W} = 3,1 \text{ W}$$

5. a) Volymen är här konstant. Massan av luften i rummet ges av $\frac{p_0 VM}{RT_0}$ där

$p_0 = 100 \text{ kPa}$, $V = 27 \text{ m}^3$ och $T_0 = 273 \text{ K}$. M är molmassan för luft vilken kan tas till 0,030 kg/mol. Energin att värma denna luftmängd vid konstant

volym blir $Q_1 = \frac{p_0 VM}{RT_0} \cdot c_v \Delta T = 0,51 \text{ MJ}$.

b) Massan av luft i ett visst ögonblick i rummet ges igen av $\frac{p_0 VM}{RT}$ men nu

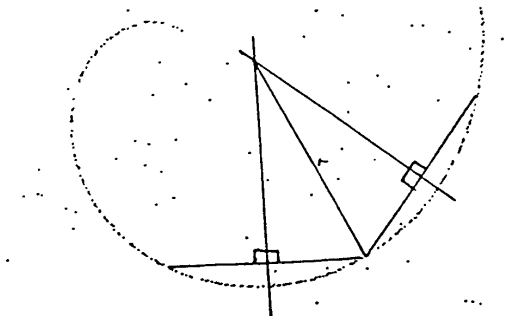
varierar T . Massan kommer alltså att minska efterhand som temperaturen stiger. Betrakta en infinitesimal temperaturökning dT . Den energi dQ som går åt att för denna ökning ges av

$$dQ = \frac{p_0 VM}{R} \cdot c_p \frac{dT}{T}$$

Integreras detta från $T = 273 \text{ K}$ till $T = 293 \text{ K}$ erhålles

$$Q_2 = \frac{p_0 VM}{R} \cdot c_p \ln \frac{293}{273} = 0,68 \text{ MJ}$$

6. Spårets längd är totalt cirka 170 mm långt. Detta ger en begynnelseenergi av 150 keV för partikeln. Krökningsradien bestäms i en lämplig punkt på spåret genom att man drar två kordor och bestämmer skärningen mellan kordornas mittpunktsnormaler.



Ur sambandet $p = eBr$ bestäms rörelsemängden medan rörelseenergin bestäms ur läget på spåret. Härur beräknas partikelns massa ur $m = \frac{p^2}{2W_k}$.

Man finner $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg. Partikelns laddning är positiv vilket medför att partikeln kan antas vara en proton.

7. Anta att neutronerna har rörelseenergin W_k . Kalla kvadratens sida för a . För en viss vridningsvinkel δ på kvadraten kommer den neutronvåg som går AB att ha en lägesenergi $mg a \sin \delta$ relativt den som går DC. Detta innebär med energiprincipen att den förra vägen kommer att ha en rörelseenergi $W_k - m g a \sin \delta = W_k - \Delta W$, därmed annan rörelsemängd p' och annan våglängd λ' . Vägarna OA och CB är ur vägsynpunkt ekvivalenta. Antalet våglängder utefter DC blir a / λ och utefter AB a / λ' d v s skillnaden i antalet våglängder, n , när vågorna möts i B blir

$$n = a(1/\lambda - 1/\lambda') = a \frac{p - p'}{h} \text{ där } h \text{ är Plancks konstant}$$

Vi får vidare

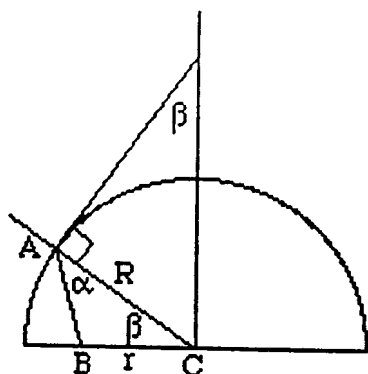
$$n = a(\sqrt{2mW_k} - \sqrt{2mW_k'})/h = \frac{a\sqrt{2mW_k}}{h} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta W}{W_k}}\right) \approx \frac{(ma)^2 g \sin \delta}{h\sqrt{2mW_k}}$$

eller

$$n = \left(\frac{ma}{h}\right)^2 \lambda g \sin \delta$$

När n är ett helt tal kommer vi att få förstärkande interferens och registrera ett stort antal neutroner medan om n är halvtaligt kommer interferensen att bli destruktiv och vi registrerar ett minimum i antal registrerade neutroner. Ur figuren får vi att $n = 3$ då $\delta = 20^\circ$. Insättes detta och övriga numeriska data får man $\lambda = 0,14$ nm vilket ger $p = 4,9 \cdot 10^{-24}$ kgm/s och $W_k = 7,0 \cdot 10^{-21}$ J = 0,044 eV, d v s termiska neutroner som man erhåller från en kärnreaktor.

8. Den punktformiga ljuskällan kommer att ge upphov till en upplyst cirkelyta på millimeterpappret under halvsfären. (Se figur A). Radien på denna cirkel fås genom att tillämpa sinusteoremet på triangeln ABC



Figur A

$$\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)}$$

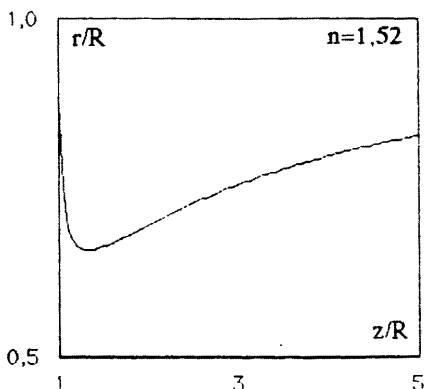
Detta ger $r = \frac{R}{n \sin(\alpha + \beta)}$ eftersom $n \sin \alpha = 1 \cdot \sin 90^\circ$ från brytningslagen.

För $\beta = 0$ d v s ljuskällan mycket långt bort blir $r = R$.

När ljuskällan tangerar halvklotets topp är $\beta = 90^\circ$ och $r = R \tan \alpha$. I båda dessa lägen är $\sin(\alpha + \beta) < 1$ i ena fallet därför att vinkeln $\alpha + \beta < 90^\circ$ i andra därför att $\alpha + \beta > 90^\circ$. Däremellan finns ett läge där $\alpha + \beta = 90^\circ$ d v s $\sin(\alpha + \beta) = 1$ och r alltså antar sitt minimivärde. Härvid är $r = R/n$ eller $n = R/r$.

Genom att mäta den upplysta cirkelns radie då den är så liten som möjligt kan alltså brytningsindex beräknas.

En alternativ men mindre god metod är att mäta ljuskällans höjd, z , över bordet vid minimum. På grund av att glödtråden sitter inne glödlampshöljet är det svårt att med större precision mäta denna höjd. Dessutom blir inte höjden särskilt välbestämd eftersom minimet är ganska brett (se figur B). Av samma skäl kan man inte utnyttja villkoret ovan då ljuskällan tangerar halvklotet.



Figur B

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 7 februari 1989

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGAR

1. Dålig voltmeter inkopplad.

Strömmen genom $10\text{ k}\Omega$ -resistorn är $\frac{(10 - 6,3)\text{V}}{10\text{ k}\Omega} = 0,370\text{ mA}$

Strömmen genom voltmeteren är $\frac{6,3\text{ V}}{22\text{ k}\Omega} = 0,286\text{ mA}$

Strömmen genom R är då $(0,370 - 0,286)\text{mA} = 0,084\text{ mA}$

Detta medför att resistansen $\frac{6,3\text{V}}{0,084\text{ mA}} = 75\text{ k}\Omega$

Bra voltmeter inkopplad.

Dess resistans kan betraktas som mycket stor jämfört med övriga resistanser
d v s vi kan försumma strömmen genom voltmeteren.

Spänningen över R blir $10\text{V} \cdot \frac{R}{R + 10\text{k}\Omega} = 8,8\text{V}$

Svar: Man mäter en spänning av $8,8\text{ V}$.

2. På sandkornet verkar dels tyngdkraften, dels en normalkraft. Newtons andra lag tillämpad på sandkornet ger (positiv riktning uppåt)

$$ma = N - mg.$$

Om membranets rörelse beskrivs av $x = A\sin\omega t$ blir sandkornets acceleration

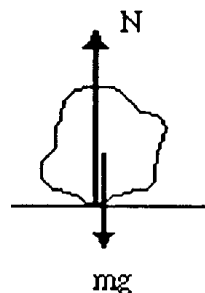
$$a = -A\omega^2 \sin\omega t.$$

Detta ger $N = mg - mA\omega^2 \sin\omega t > mg - mA\omega^2 \geq 0$.

Gränsfallet $N = 0$ när sandkornet släpper kontakten med membranet ger $A = g/\omega^2$.

Med insatta värden får man $A = 25\text{ }\mu\text{m}$.

Svar: Membranets amplitud är $25\text{ }\mu\text{m}$.



3. Energin i en laddad kondensator ges av

$$W = \frac{1}{2} CU^2$$

Från början har vi alltså energin

$$W_1 = \frac{1}{2} 8 \cdot 10^{-6} \cdot (100)^2 \text{ J} = 40 \text{ mJ}$$

Laddningen på den övre kondensatorn är

$$Q = CU = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ C} = 0,8 \text{ mC}$$

Strömbrytaren sluts. I den följande processen är laddningen bevarad. När strömmen i kretsen har blivit noll ligger samma spänning över de två kondensatorerna som alltså kan betraktas som seriekopplade med samma totala laddning som tidigare och med ersättningskapacitansen

$$8 \mu\text{F} + 2 \mu\text{F} = 10 \mu\text{F}.$$

Spänningen över kondensatorerna blir $\frac{0,8 \text{ mC}}{10 \mu\text{F}} = 80 \text{ V}$

Energin i kretsen blir då

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot (80)^2 \text{ J} = 32 \text{ mJ}$$

Energiskillnad

$$W_1 - W_2 = 8 \text{ mJ}$$

Svar: Energin i kretsen minskar med 8,0 mJ.

4. I figuren är N normalkraften och F friktionskraften. Med figurens beteckningar har vi vid jämvikt i vertikalled

$$2N \sin \alpha - 2F \cos \alpha - mg = 0$$

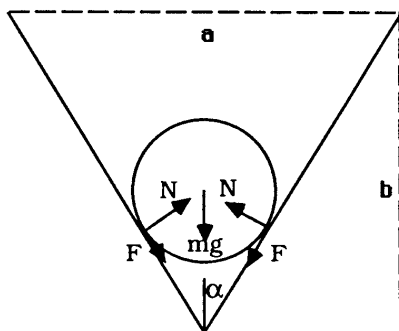
Med $F = fN$ där f är friktionstalet får vi

$$N = \frac{mg}{2(\sin \alpha - f \cos \alpha)}$$

Bollen fastnar när N växer över alla

gränser d v s $f = \tan \alpha$. Man bestämmer α genom att mäta på boken så långt som möjligt från "gångjärnet" för att få god noggrannhet och får då $f = a/(2b) = 0,22$.

Svar: Friktionstalet mellan bordtennisboll och boksida är 0,22.



5. a) Vid en viss temperatur kan högst ett visst antal elektroner lämna katoden. Vid låg spänning över anod–katod dras endast en del av dessa över till anoden. När spänningen ökar dras allt fler över men inte fler än det

maximala antalet som produceras per tid vid katoden. I - U -kurvan kommer därför att så småningom närma sig ett mättnadsvärde på strömmen.

b) Vi har

$$I_{\text{sat}} = K \cdot T^2 e^{-\frac{W}{kT}}, K \text{ konstant}$$

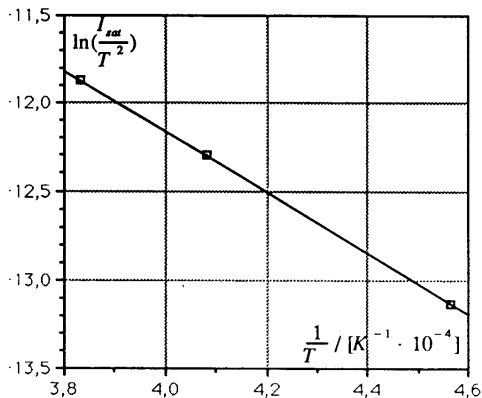
eller

$$\ln \frac{I_{\text{sat}}}{T^2} = K' - \frac{W}{kT}, K' = \ln K.$$

Om vi plottar $\ln \frac{I_{\text{sat}}}{T^2}$ mot $1/T$ skall detta samband vara en rät linje med riktningskoefficienten $-W/k$. Data ger följande tabell och graf.

Tabell

$\ln \left(\frac{I_{\text{sat}}}{T^2} \right)$	$\frac{1}{T} / [\text{K}^{-1}]$
-11,674	$3,83 \cdot 10^{-4}$
-12,082	$4,08 \cdot 10^{-4}$
-12,819	$4,57 \cdot 10^{-4}$



Enheten på strömmen kan väljas godtyckligt (t ex mA) eftersom detta endast förskjuter den räta linjen utan att ändra dess riktning.

Ur diagrammet får man $W/k = 1,54 \cdot 10^4 [\text{K}]$ eller $W = 2,13 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,3 \text{ eV}$.

Svar: Utträdesarbetet (work function) blir 1,3 eV.

6. Satellitens mot solen vända area är cirka 40 m^2 .

Kraften på solpanelen blir då

$$\frac{1,39 \cdot 10^3 [\text{W/m}^2]}{3 \cdot 10^8 [\text{m/s}]} \cdot 40 \text{ m}^2 = 0,185 \text{ mN}$$

Här har vi räknat med att ljusets absorberas av satelliten (och sedan sänds ut igen som värmestrålning symmetriskt i alla riktningar). Om ljuset i stället reflekteras blir kraften dubbelt så stor. Med tanke på att satellitens solpaneler är gjorda för att extrahera energi ur solljuset verkar det mest realistiskt att tänka sig att ljuset absorberas.

För att motverka strålningstrycket måste vi ge kvävgasen en rörelsemängdsändring per tid given av

$$\frac{dm}{dt} \cdot v = 0,185 \text{ mN},$$

där $\frac{dm}{dt}$ är utsprutat kvävgas per tid och v kvävgasens fart.

$$\text{Ur givna data har vi } \frac{dm}{dt} = \frac{1000[\text{kg}]}{6 \cdot 365 \cdot 86400[\text{s}]} = 5,28 \cdot 10^{-6} \text{ kgs}^{-1}$$

$$\text{Detta ger } v = \frac{0,185 \cdot 10^{-3}}{5,28 \cdot 10^{-6}} \text{ ms}^{-1} = 35 \text{ ms}^{-1}$$

Svar: Den utströmmande kvävgasen skall ha en fart av storleksordningen 50 m/s.

7. För härledningen låter vi linsen vara plan. Detta påverkar inte slutresultatet på något väsentligt sätt. För att få förstärkning i punkten P på avståndet f från linsen skall vägskillnaden mellan en stråle som går genom centrum och en som går genom ringen med radien r_n vara en multipel av våglängden

$$\sqrt{r_n^2 + f^2} - f = n\lambda$$

$$\text{Detta ger } r_n^2 + f^2 = (n\lambda + f)^2$$

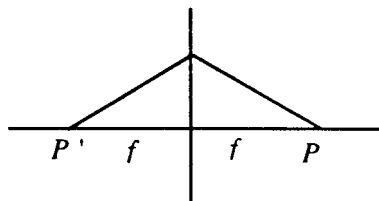
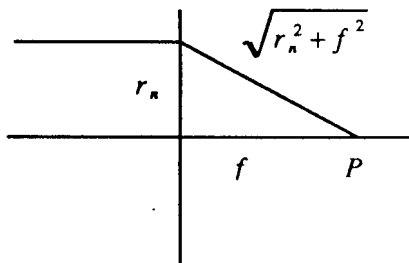
$$r_n = \sqrt{(n\lambda + f)^2 - f^2} = \sqrt{n^2 \lambda^2 + 2nf\lambda} = \sqrt{2nf\lambda} \cdot \sqrt{1 + \frac{n\lambda}{2f}} \approx \sqrt{2nf\lambda}$$

eftersom $n\lambda \ll f$.

För $n = 1$ och $n = 2$ får vi med insatt värde på våglängden

$$r_1 = 0,50 \text{ mm och } r_2 = 0,70 \text{ mm}$$

Man inser lätt att från en punkt P' symmetriskt belägen på andra sidan av linsen blir vägskillnaderna jämna multiplar av hela våglängder varför linsen avbildar P' skarpt i P .



Svar:a) De två innersta radierna är 0,50 mm respektive 0,70 mm.

b) En punkt 250 mm framför linsen kommer också att avbildas skarpt.

8. Vid horisontell flygning har vi att lyftkraften måste vara lika stor som tyngdkraften och att den framdrivande kraften måste vara lika stor som motståndskraften från luften. Om planets massa är m får vi:

$$mg = L = \frac{1}{2} c_L S \rho v^2$$

$$\frac{P}{v} = D = \frac{1}{2} c_D S \rho v^2$$

Detta ger

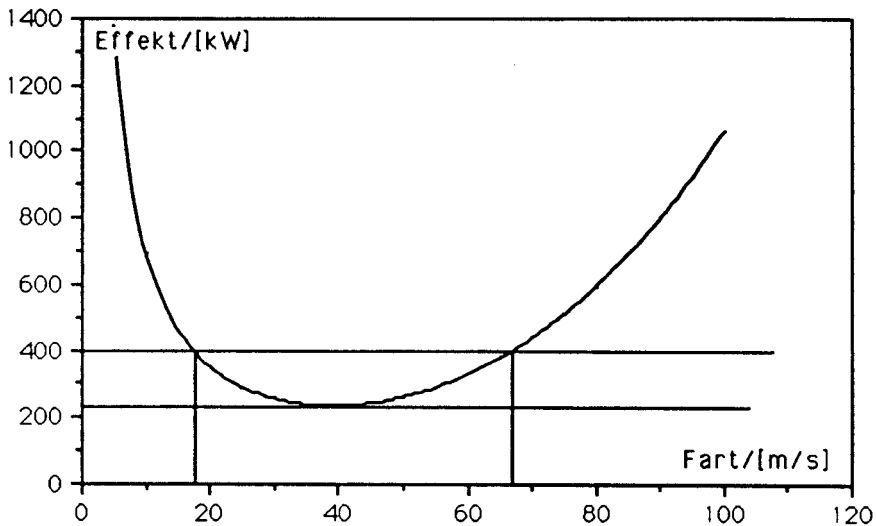
$$c_L = \frac{2mg}{S\rho v^2}, \quad c_D = \frac{2P}{S\rho v^3}$$

Används sambandet mellan c_L och c_D får man efter någon förenkling

$$P = \frac{1}{2} c_{D0} S \rho v^3 + \frac{2(mg)^2 A}{S \rho v}$$

Vi ser att effekten P blir stor då $v \rightarrow 0$ och då $v \rightarrow \infty$ med ett minimum emellan.

Med insatta värden på parametrarna får man följande diagram



Ur diagrammet avläses sedan de efterfrågade storheterna.

Svar:a) Den minsta möjliga effekten blir cirka 230 kW.

b) Farten måste vid maximeffekten 400 kW ligga mellan 17 och 67 m/s (60–240 km/h).

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

KVALIFICERINGS- och LAGTÄVLING

6 februari 1990

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET LÖSNINGSFÖRSLAG

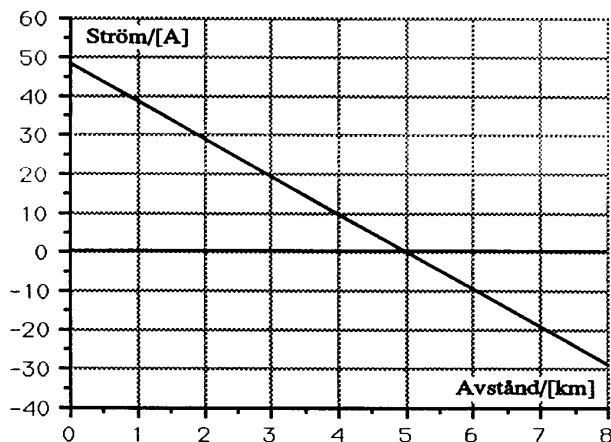
1. Den sökta energin är proportionell mot antalet atomer i materialet eller omvänt proportionell mot molmassan. Koppar har molmassan 63,54, zirkonium har 91,22. Detta ger direkt att zirkonium har värmekapacitivet $0,39 \cdot 63,54 / 91,22 \text{ kJ/(kg K)} = 0,27 \text{ kJ/(kg K)}$. Värmekapaciteten per mol för fasta ämnen är enligt denna princip konstant. Detta brukar kallas Dulong-Petits lag och stämmer ganska väl med tabellvärdet.

2. Anta att strömmen genom ackumulatoren är I riktad uppifrån och ned i figuren. Anta att spårvagnen befinner sig på avståndet x [km] från generatoren. Den sammanlagda resistansen i luftledning och spår är 0,10 ohm/km. Strömmen genom generatoren är då $I + 100 \text{ A}$. Om man vandrar ett varv i kretsen får man

$$550 - x \cdot 0,2 \cdot (I + 100) - (8 - x) \cdot 0,1 \cdot I - 500 - 0,24 \cdot I = 0$$

Detta ger $I = \frac{(50 - 10x)}{1,04}$.

Vi ser alltså att ackumulatoren börjar leverera ström då spårvagnen kommit 5 km från generatoren. På kortare avstånd får man en laddning av ackumulatoren.



3. Elektronerna kommer att röra sig i ett "tyngdkraftfält" med accelerationen eU/md . Deras bana kommer att vara en kastparabel. Man får

$$s = \frac{v^2 md}{Ue}$$

Med $W = \frac{1}{2}mv^2$ eller $v^2 = 2W/m$ får man

$$s = \frac{2Wd}{Ue} \text{ eller } W = \frac{Ues}{2d}$$

I en kastparabel med kastvinkeln 45° är den största höjden precis en fjärdedel av kastvidden.

Avståndet s kan alltså inte vara större än 80 mm annars slår elektronerna i den övre plattan.

4. Växelvekan mellan partiklarna är en oelastisk stöt. Den förlorade rörelseenergin går åt att excitera väteatomen från grundtillståndet till första exciterade nivån. För detta behövs en energi av 10,2 eV. Anta att vätejonen från början har en fart v och efter växelverkan en fart v' . Båda partiklarna har samma massa m . Lagen om rörelsemängdens konstant ger $mv = 2mv'$ eller $v' = v/2$.

Ändringen i rörelseenergi blir $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(2m)v'^2 = \frac{1}{4}mv^2$.

Förlusten i rörelseenergi blir alltså hälften av den ursprungliga rörelseenergin. Vätejonen måste då ha en energi av minst 20,4 eV för reaktionen skall kunna gå.

5. För radioaktivt sönderfall har vi att aktiviteten eller antalet sönderfall per tid, $\frac{dN}{dt}$, är proportionellt mot antalet kärnor. Antalet nukleoner i 1 kg

människokropp är ungefär $1/(1,67 \cdot 10^{-27})$. Vi får

$$100[\text{s}^{-1}] = \frac{\lambda}{1,67 \cdot 10^{-27}} \cdot \text{där } \lambda \text{ är sönderfallskonstanten.}$$

Detta ger

$$\lambda = 1,67 \cdot 10^{-25}[\text{s}^{-1}]$$

Halveringstiden T är relaterad till λ genom $T = \ln 2 / \lambda$.

Detta ger $T = 10^{17}$ år. Noggranna experiment med stora volymer vatten placerade djupt ner under jorden för att reducera annan strålning ger att $T > 10^{30}$ år.

6. Vi beräknar först den maximala magnetiseringen per volym för järnet.

Antalet järnatomer per volym är

$$\frac{7,86 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{0,0558}$$

$$0,0558$$

Detta ger $M = 7,86 \cdot 10^5 \text{ Am}^2$.

Den magnetiska flödestätheten blir alltså $B \approx 1 \text{ T}$. Detta resultat är intressant i sig själv. I vissa material kan man ha några bohrmagnetoner per atom men den starkaste icke-supraledande elektromagneten i världen kan inte ha en flödestäthet av mer än storleksordningen 10 T . Vi betraktar nu protonerna med massa m_p som rör sig i en cirkelbana med radien R och farten v i detta magnetfält. Centripetalkraften i cirkelbanan utgörs av Lorentzkraften

$$\frac{m_p v^2}{R} = evB$$

Härur får man $R = \frac{m_p v}{eB}$.

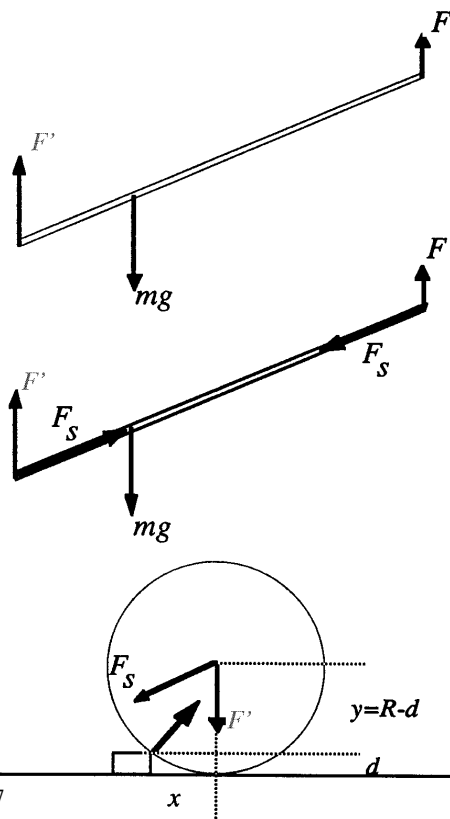
Med insatta värden får man $R \approx 0,5 \text{ m}$ d v s en diameter på cirka 1 meter.

7. Vi betraktar det allmännare

fallet att skottkärrans masscentrum inte ligger rakt över hjulets axel. Vi frilägger först skaklarna och tittar på de krafter som verkar på dessa när skottkärran vare sig skjuts eller dras. Vidstående bild visar detta.

F' är kraften varmed hjulaxeln påverkar skakeln, F kraften på den som håller skottkärran och mg är lastens tyngd. Om vi nu lägger till en kraft i skaklarnas riktning måste hjulaxeln trycka med en kraft i precis motsatt riktning annars skulle skaklarnas rotera eller translateras.

På hjulets axel verkar då motsvarande motkrafter. Vi har ingen normalkraft från marken i det ögonblick som skottkärran börjar gå över tröskeln, däremot



har vi en kraft med okänd storlek och riktning i kontaktpunkten mellan hjulet och tröskelkanten. Kraftsituationen på hjulet när man skjuter skottkärran visas till i figuren.

Vi väljer nu kontaktpunkten med tröskeln som vridningsaxel. Vid jämvikt skall vridmomentet kring axeln vara noll, detta ger med figurens

$$\text{beteckningar } F' \cdot x + F_s \cdot x \cdot \sin \alpha - F_s \cdot y \cdot \cos \alpha = 0$$

eller

$$F_s = \frac{F' \cdot x}{y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha}.$$

α är här vinkeln mellan F_s och F' .

Motsvarande överläggning när skottkärran dras ger

$$F_d = \frac{F' \cdot x}{y \cdot \cos \alpha + x \cdot \sin \alpha}$$

Kvoten mellan dessa uttryck blir

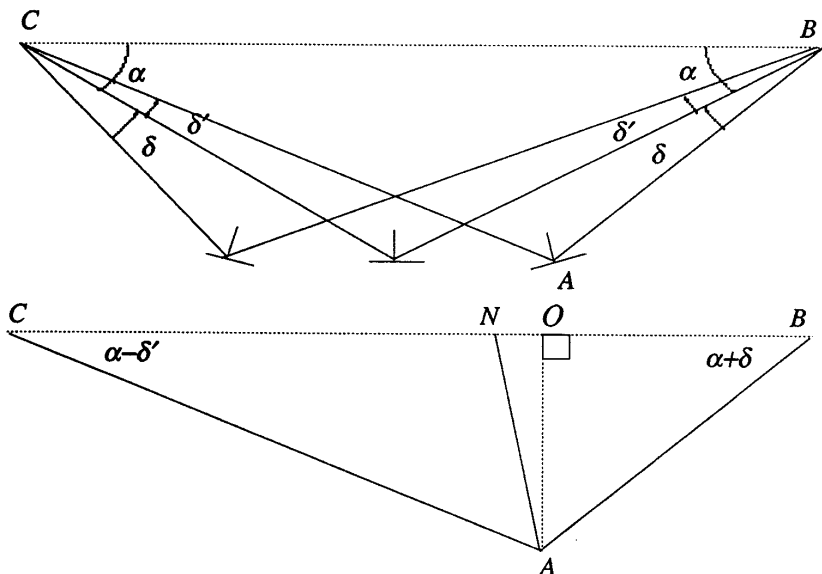
$$\frac{F_s}{F_d} = \frac{y \cdot \cos \alpha + x \cdot \sin \alpha}{y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha + q \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha - q \cdot \sin \alpha}$$

$$\text{med } q = x / y = \sqrt{\left(\frac{R}{R-d}\right)^2 - 1}$$

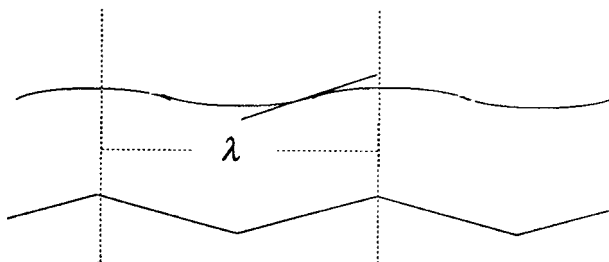
Vi ser att när vinkeln α är så stor att F_s är riktad rakt mot kontaktpunkten kan man naturligtvis inte skjuta skottkärran över hindret. Vi ser också att om $\alpha = 0$ blir som väntat $F_d = F_s$. Med aktuella värden får man att kvoten blir 2,1.

8. Vi tänker oss vattenytan som speglar med normaler som lutar något mot vertikallinjen. Betrakta figuren. Man finner följande samband mellan vinklarna

$$\begin{aligned} \angle BAC &= \pi - (2\alpha + \delta - \delta') \\ \angle BAN &= \frac{\angle BAC}{2} = \frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta'}{2} \\ \angle NAO &= \angle BAN - \angle OAB = \frac{\delta + \delta'}{2} \end{aligned}$$



Härur beräknar man den största avvikelserna för normalen från lodlinjen till 2° . Om man antar att vågorna är sinusformade, beskrivna av $y = A \sin 2\pi x / \lambda$, får vi att tangentens maximala lutning mot horisontalplanet skall vara 2° . Detta ger $y = A \cdot 2\pi x / \lambda = 2\pi / 180$ där vi utnyttjat att vinkeln är liten och omvandlat graderna till radianer. Man får $A = \lambda / 180$ eller med våglängden insatt $A \approx 1$ mm. Man kan också räkna med triangulära vågor enligt figuren. Detta ger också $A \approx 1$ mm. Det intressanta här är hur liten amplitud som behövs för att avsevärt förvränga bilden av lampan.



Uppgiften i problemtexten om att lampan befinner sig på samma höjd som ögat är onödig. Den observanta tävlingsdeltagaren inser att detta framgår av bilden eftersom lampan och horisontlinjen sammanfaller.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

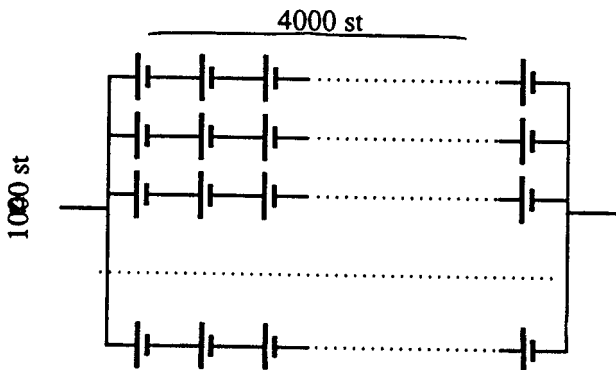
KVALIFICERINGS- och LAGTÄVLING

8 februari 1991

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET
LÖSNINGSFÖRSLAG

1. För att få spänningen 600 V måste $600[\text{V}] / 0,15[\text{V}] = 4000$ elektroplack vara seriekopplade.

För att få en strömstyrka på 1 A måste $1[\text{A}] / 0,001[\text{A}] = 1000$ elektroplack vara parallellkopplade. Detta ger $4 \cdot 10^6$ elektroplack totalt. Kopplingen framgår av figuren nedan.



2. a) Sträckan som en äрта har fallit efter tiden t är $s_1 = gt^2/2$. Efterföljande äрта har då fallit sträckan $s_2 = g(t - 0,01[\text{s}])^2/2$.

Differensen i sträcka blir då $\Delta s = g(0,02[\text{s}]t - 0,0001[\text{s}^2])/2$. Tiden när denna differens vuxit till 20 mm är $t = 0,205$ s vilket innebär att den första ärtan fallit 0,21 m. Dess fart är då

$$v_0 = 9,8 \cdot 0,205 \text{ m/s} = 2,0 \text{ m/s}.$$

b) Den elektriska fältstyrkan mellan plattorna är $25000/0,05 \text{ V/m}$. Den elektriska kraften på ärtan blir då 0,75 mN. Ur texten beräknar man massan på en äрта till 230 mg vilket ger en acceleration på grund av det elektriska fältet som är $3,26 \text{ m/s}^2$. För att avvikelser skall bli 40 mm i sidled måste ärtan falla en tid $\tau = (0,040 \cdot 2/3,26)^{1/2} \text{ s}$ eller $\tau = 0,157 \text{ s}$. Under denna tid faller den vertikalt en sträcka $v_0\tau + g\tau^2/2 = 0,44 \text{ m}$ vilket alltså är plattornas längd.

3. Ljudets fart i vatten är 4,3 gånger större än i luft. Vattnet är alltså ett "tunnare" medium för ljudvågorna än luften. Om ljudvågornas vinkel mot normalen till vattenytan blir för stor får man alltså totalreflexion. För luft-vatten har man totalreflexion om denna vinkel blir större än cirka 13° . (En mer omfattande analys visar att även ljud som skickas rakt ner mot vattenytan reflekteras till 99,94%.) Det är därför helt ofarligt att prata när man metar. Detta kan också lätt kontrolleras på badstranden, om man dyker under ytan försvinner alla ljud från luften.

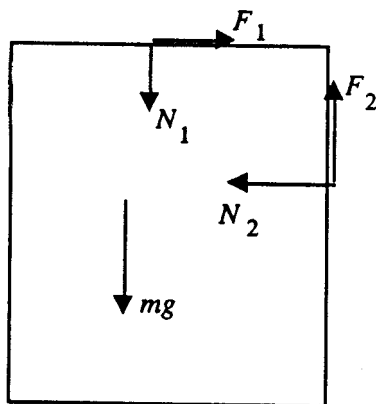
När det gäller ljusvågor är det tvärt om. Fisken kommer att kunna se allt som är över vattenytan hopträngt i ett cirkulärt område ovanför sig. Detta förutsätter dock att vattenytan är spegelblank, går det vågor blir sikten mycket dålig. Alltså behöver man inte heller i allmänhet sitta stilla. Om man har solen i ryggen bör man dock vara försiktig med sin skugga.

4. Figuren visar krafterna på lådan. Om vi låter friktionstalet vid fullt utbildad friktion vara f har vi följande ekvationer för jämvikt:

$$\begin{aligned} mg + N_1 &= F_2 && \text{vertikalled} \\ F_1 &= N_2 && \text{horisontalled} \\ F_1 &= f_1 N_1 && f_1 \leq f \\ F_2 &= f_2 N_2 && f_2 \leq f \end{aligned}$$

Detta ger

$$N_1 = \frac{mg}{f_1 f_2 - 1}, N_2 = \frac{mg f_1}{f_1 f_2 - 1}$$



Eftersom normalkraften måste vara större än noll får vi att $f^2 \geq f_1 f_2 \geq 1$ eller $f \geq 1$.

Totala vridmomentet kan alltid göras till noll genom lämplig placering av fingrarna utefter lådans sidor.

5. Skillnaden i optisk våglängd mellan de vågor som gått genom plexiglasets och de som går genom luften är $n \cdot x - x = x \cdot (n - 1)$ där x är skivans tjocklek och n dess brytningsindex. När signalen blir förstärkt har vi $x \cdot (n - 1) = p \cdot \lambda$ där $p = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ och λ är våglängden.

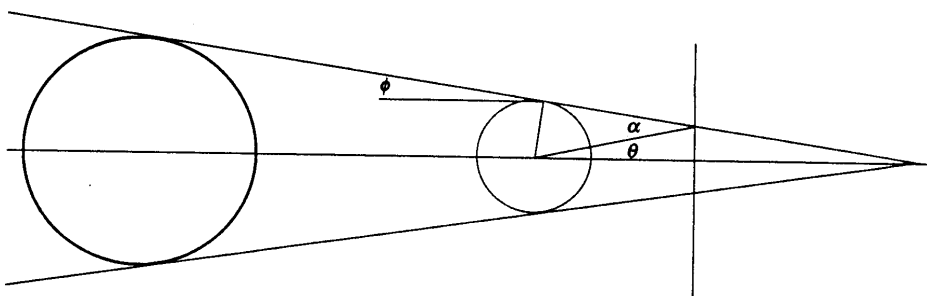
Ur uppgiftens text har vi att $\lambda = 3,0 \cdot 10^8 / 9,3 \cdot 10^9 [\text{m}]$. Vid första interferensmaximet är $x = 0,05 \text{ m}$, vid andra $0,10 \text{ m}$. Detta ger att brytningsindex n blir $1,65$.

6. Månens diameter på bilden är cirka 28 mm . Med hjälp av till exempel en passare kan man uppskatta jordskuggans diameter till cirka 80 mm . (Måttan gäller originalbilden.)

Radien på jordens skugga upptar alltså i månplanet en synvinkel av $0,5^\circ \cdot (80 / 28) / 2 = 0,7^\circ$. Ur figuren nedan ser vi då att från månen sett, upptar jordens radie en synvinkel av $\alpha = \theta + \phi = 0,7^\circ + 0,25^\circ \approx 1^\circ$.

Förhållandet mellan månens avstånd till jorden och jordradien blir då $1 / \tan 1^\circ \approx 60$.

Mätfelen är rätt stora och man kan uppskatta att värdet bör ligga mellan 55 och 65 . Denna mätning av avståndet till månen utfördes redan av de gamla grekerna.



7. a) Termosens totala area $A = 0,102 \text{ m}^2$. Energiförlusten per sekund blir då $P = 0,1 \cdot A \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4)$ där σ är Stefan-Boltzmanns konstant, T innertemperatur och T_0 yttemperatur. Med insatta värden får man $P = 6,9 \text{ J/s}$ eller ungefär 7 W .

b) Kalla värmeutstrålningen från innerväggen för P_1 kalla instrålningen från ytterväggen för P_2 . Den totala utstrålningen utan mellanvägg blir då

$$P_0 = P_1 - P_2.$$

Om en mellanvägg sätts in kommer denna att anta en mellanliggande temperatur och stråla ut effekten

P_m dels inåt mot innerväggen, dels P_m utåt mot

ytterväggen. Vi har då att effekten som strålar ut i det inre mellanrummet blir $P_1 - P_m$ medan i det yttre mellanrummet motsvarande effekt blir $P_m - P_2$.

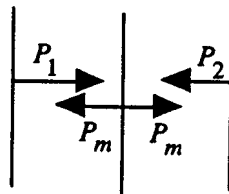
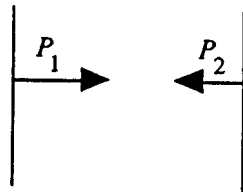
Dessa två effektlöden måste av kontinuitetsskäl vara lika d v s

$$P_1 - P_m = P_m - P_2 = P'$$

eller
$$P_m = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

Härav fås
$$P' = P_1 - P_m = P_1 - \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{P_1 - P_2}{2} = P_0 / 2$$

Man halverar alltså värmeförlusten genom att sätta in en extra mellanvägg!



8. För att trycka ihop bollen så att den får en plan ytan med radien r måste vi påverka den med en kraft

$F = \Delta p \cdot \pi r^2$ där Δp är skillnaden mellan atmosfärens tryck och trycket inne i bollen d v s övertrycket.

Vi har (Pythagoras' sats eller

kordasatsen) $r^2 = (2R - x)x$

Arbetet att trycka samman bollen tills den stannar i

$x = h$ blir då

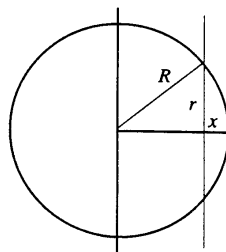
$$W = \int_0^h F \cdot dx = \int_0^h \pi \cdot \Delta p \cdot (2R - x)x \cdot dx = \pi \Delta p \int_0^h (2R - x)x \cdot dx \text{ eller}$$

$$W = \pi \Delta p (Rh^2 - h^3 / 3) = \pi \Delta p h^2 (R - h / 3)$$

Vi har här antagit att övertrycket inte förändras nämnvärt eftersom

volymändringen av luften i bollen är liten. Resultatet kan man också inses direkt eftersom arbetet (approximativt) är övertrycket multiplicerat med volymändringen d v s volymen av en klotkalott.

Eftersom $x \ll R$ kan vi försumma $h/3$ jämfört med R och likaså kan vi i kordasatsen försumma x jämfört med $2R$. Man kan också notera att i denna



approximation är kraften F proportionell mot h d v s är en fjäderkraft vilket är mycket rimligt eftersom vi har en liten avvikelse från ett jämviktsläge.

Arbetet kan alltså approximeras med $W = \pi \Delta p h^2 R$. Detta skall vara lika

med bollens rörelseenergi $\frac{1}{2}mv^2$ vilket ger $r_{\max} = \left(\frac{2Rm}{\pi \Delta p} \right)^{1/4} v^{1/2}$ där m är

bollens massa.

Vi finner alltså att i denna modell är $r_{\max}$ proportionell mot kvadratroten ur bollens fart.

Ur uppgiften i texten kan proportionalitetskonstanten bestämmas till $0,024 \text{ m}^{1/2} \text{ s}^{1/2}$. Denna ger i sin tur att vid 10 m/s blir diametern på intryckningen 0,15 m.

Det kan vara intressant att notera att om bollens massa och radie är känd kan övertrycket i bollen beräknas.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

KVALIFICERINGS- och LAGTÄVLING

Torsdagen 6 februari 1992

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG

1. För det första är vätgasen i molekylform vilket innebär att dess molekylvikt är hälften av heliets. För det andra är ballongens lyftkraft skillnaden mellan den av ballongen undanträngda luftens tyngd och gasens tyngd. Betrakta allmänna gaslagen

$$pV = nRT$$

där n är antalet mol av gasen. Vid samma volym, tryck och temperatur innehåller ballongen samma antal mol av gasen. Ballongens tyngd blir då proportionell mot molmassan. Luften har en medelmolmassa på 30, väte har 2 och helium 4. Förhållandet mellan lyftkrafterna blir alltså

$$\frac{30-4}{30-2} = 0,93$$

det vill säga en heliumballong har nästan samma lyftkraft som en vätgasballong. Nackdelen med helium är priset som är väsentligt högre än för vätgas.

2. Elektronen går runt i banan $\frac{v}{2\pi r}$ gånger per sekund. Detta ger en ström på

$$\frac{ev}{2\pi r} = \frac{eh}{4\pi^2 mr^2} \approx 1,05 \text{mA}$$

Magnetfältet i centrum på en cirkulär slinga ges av

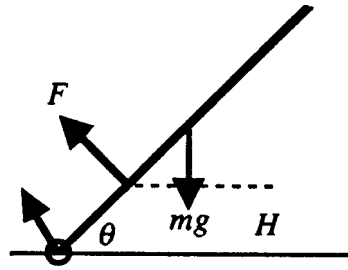
$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \approx 12 \text{T}$$

Detta är ett mycket kraftigt magnetfält av samma storleksordning som de man idag kan alstra med hjälp av supraledande magneter. I en kvantmekanisk beskrivning av atomen har dock elektronen i grundtillståndet en sfäriskt symmetrisk sannolikhetsfördelning och magnetfältet försvinner.

3. Vid jämvikt kan man ställa upp följande ekvation för vridmomentet med avseende på axeln

$$\frac{FH}{\sin \theta} - \frac{mgL \cos \theta}{2} = 0$$

eller
$$F = \frac{mgL \sin 2\theta}{4H}.$$



Denna har ett maximum då $\theta = 45^\circ$ och då är (om vi antar att axeln är 1,6 m över marken)

$$F_{\max} = \frac{mgL}{4H} \approx \frac{85 \cdot 10 \cdot 8}{4 \cdot 1,6} \approx 1100 \text{ N}$$

Man måste med andra ord vara ganska stark! Det lönar sig också att vara lång.

4. Arean på pistongen i en cykelpump är några $\text{cm}^2 \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Den kraft som man kan pressa ned pistongen med är ungefär 200 N. Detta ger ett tryck som är $200 \text{ N} / 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1 \text{ MPa}$ eller cirka 10 gånger atmosfärstrycket.

5. Sett ovanifrån kommer elektronstrålen att röra sig i en del av en cirkelbana med en radie R given av

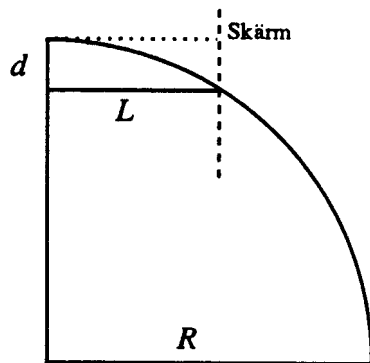
$$\frac{mv^2}{R} = evB$$

där m är elektronens massa, e dess laddning, v dess fart och B flödestätheten.

Ur geometrin i figuren får vi (kordasatsen)

$$L^2 = d(2R - d) \approx 2Rd$$

$(d \ll R)$



Vidare har vi att rörelseenergin W_k (12 keV) ges av
$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

Sammanställer vi dessa samband får man

$$d = \frac{eBL^2}{2\sqrt{2mW_k}} \approx 1,45 \text{ mm}.$$

Efter som monitorn redan är korrigerad (åt fel håll) med detta får man att den observerade avvikelsen på New Zealand bör bli dubbelt så stor d v s ungefär 3 mm.

Eftersom avvikelsen är liten kan man i detta fall naturligtvis också räkna med att man har en konstant kraft i sidled d v s en konstant acceleration vinkelrätt mot rörelseriktningen och att farten rakt fram är oförändrad. Detta leder till samma slututtryck för avvikelsen.

6. Det som avgör hur stor avplattningen blir, är förhållandet mellan tyngdaccelerationen g och centripetalaccelerationen. För ett klot med massan M och radien R har vi för tyngdkraften som verkar på en massa m på ytan på klotet $mg = G \frac{mM}{R^2}$ eller $g = G \frac{M}{R^2}$

Centripetalaccelerationen ges av $a = R\omega^2$. Förhållandet mellan dessa blir $\frac{R^3\omega^2}{GM}$.

Detta resultat kan också erhållas med dimensionsresonemang samt att rimligen avplattningen ökar med ökande rotationsfart.

För jorden har man: $R = 6,37 \cdot 10^6$ m, $\omega = 2\pi / T = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ och $M = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg

vilket ger $\frac{R^3\omega^2}{GM} = 3,45 \cdot 10^{-3}$

För pulsaren får man $\frac{R^3\omega^2}{GM} = 3,4 \cdot 10^{-7}$ d v s cirka 10 000 gånger mindre än för jorden. Pulsaren bör alltså vara väsentligt mindre avplattad än jorden. Den utstrålade effekten är

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) = I \omega \left| \frac{d\omega}{dt} \right| = I \frac{2\pi}{T} \left| \frac{d}{dt} \left(\frac{2\pi}{T} \right) \right| = I \frac{4\pi^2}{T^3} \frac{dT}{dt}$$

Med uppgifterna i texten är $I = 8 \cdot 10^{37} \text{ kgm}^2$, $T = 0,94$ s och

$$\frac{dT}{dt} = \frac{13,4 \cdot 10^{-9}}{365 \cdot 86400} \approx 4,25 \cdot 10^{-16}$$

vilket ger en effektutstrålning av $P = 1,6 \cdot 10^{24} \text{ W}$ vilket är en avsevärd effekt.

7. a) Ett rimligt antagande är att slipens lutning är 1:10. Fartyget drar i trossen med kraften $5 \cdot 10^5 / 10 \text{ N} = 50\,000 \text{ N}$. Trossen är lindad 2,5 varv kring kanonen. Kraften varmed Kap Matifou måste dra är alltså $50000 \cdot e^{-2,5 \cdot 2\pi \cdot 0,5} \text{ N} \approx 20 \text{ N}$

Använder man i stället textens "ett par hvarf" och tolkar detta som två varv får man ungefär 100 N. Trossen från fartyget bildar en vinkel med horisontalplanet vilket ger en liten ökning av den nödvändiga kraften som dock fortfarande blir mycket liten och inte alls kräver en Herkules styrka. Däremot var Kap Matifou snabbtänkt vilket är nog så viktigt. Man kan dock undra hur han hade tid att linda repet på det sätt som visas på bilden, lindningarna borde nog gått nerifrån och upp.

b) Ur figuren i texten har man vid kraftjämvikt

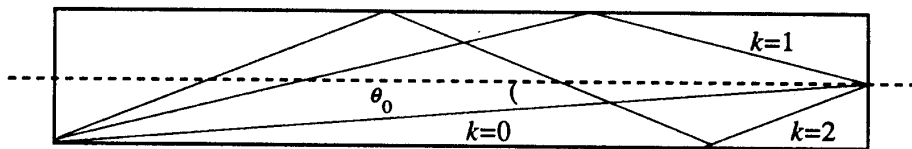
$$dN = F \sin \frac{d\theta}{2} + (F + dF) \sin \frac{d\theta}{2} \approx F \cdot d\theta$$

$$dF = -f dN$$

Detta ger $\frac{dF}{d\theta} = -fF$

som uppenbart har den sökta exponentiella lösningen.

8. Fenomenet beror på totalreflexion i rörets insida. För små vinklar (som på fotot), där man kan approximera sinus för vinkeln med vinkeln själv, kommer ringarna att få synvinklarna $\theta = n \cdot \theta_0 (2k + 1)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ där θ_0 är den undre öppningens synvinkel och n vätskans brytningsindex. Man kommer att få ekvidistanta, koncentriska ringar, reflexionsbilder av nedre gränsytan.

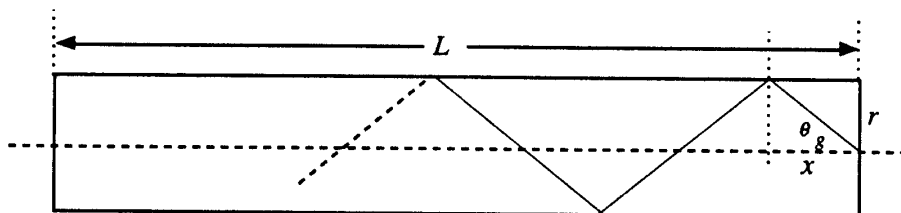


Gränsvinkeln för totalreflexion ges av $\sin \theta_g = 1/n$ vilket för glycerol ger $\theta_g = 43,2^\circ$.

Observera att eftersom brytningsindex för glycerol är större än $\sqrt{2}$, kommer gränsvinkeln för totalreflexion att sitta vid ändytan på röret. Den utgående strålen kommer då att stryka längs ändytan. För en vätska med brytningsindex mindre än $\sqrt{2}$ (vatten t ex) kommer gränsvinkeln att sitta vid platsen för den sista reflexionen och den utgående strålen stryker längs röret i dettas längdriktningen.

Med figurens beteckningar och $n > \sqrt{2}$ (glycerol) erhålles $x = r / \tan \theta_g$.

(För $n < \sqrt{2}$ hade man haft $x = r \cdot \tan \theta_g$.)



Maximala antalet reflexioner i röret ges då av antalet gånger strålen passerar cylindervägg till cylindervägg. k stycken reflexioner upptar en längd av minst $(2k+1)x$. Man får alltså

$$L \geq (2k+1)x$$

$$\text{eller } k \leq \frac{1}{2} \left(\frac{L}{x} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{L \tan \theta_g}{r} - 1 \right)$$

Antalet ringar man ser blir ytterligare en, man ser också den innersta, direkta bilden av bilden av bottenytan, svarande mot $k = 0$.

Med insatta värden ur texten får man $k \approx 5,38$. Man ser alltså högst sex ringar.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

KVALIFICERINGSTÄVLING

torsdagen 11 februari 1993

LÖSNINGSFÖRSLAG

1. Ur figuren har vi

$$F \cos \theta = mg$$

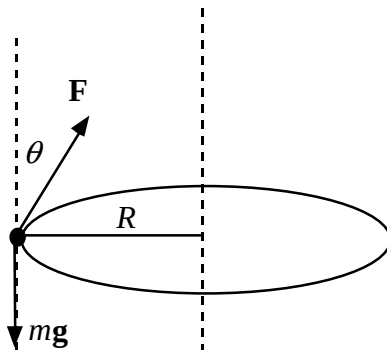
$$F \sin \theta = \frac{mV^2}{R}$$

$$2\pi R = VT$$

där F är vingarnas lyftkraft, R radien i cirkeln, V fågelns fart, T periodtiden i cirkeln och θ lutningsvinkeln. Ur ekvationerna får man

$$\tan \theta = \frac{V^2}{gR} = \frac{2\pi V}{gT} \quad \text{eller} \quad V = \frac{gT}{2\pi} \tan \theta.$$

Med insatta värden ur texten får vi farten till 6,1 m/s.



2. Ur texten har vi $\frac{mV^2}{2} = \frac{3}{2}kT$ där V^2 är medelvärdet av hastighetens kvadrat.

Om vi antar att detta medelvärde är proportionellt mot kvadraten på medelvärdet av beloppet på hastigheten får vi $V \propto V_{\text{ljud}} \propto \sqrt{T}$.

Om vi vidare antar att orgelpipans längd är väsentligen oförändrad, ändras inte våglängden. Frekvensen på ljudet, som är ljudhastighet dividerad med våglängden, kommer då att vara proportionell mot kvadratroten ur absoluta temperaturen. Om vi kallar den nya frekvensen, f , har vi då

$$\frac{f}{442} = \sqrt{\frac{273+22}{273+18}} = 1.00684940$$

vilket ger $f = 445$ Hz det vill säga en höjning av frekvensen med 3 Hz.

3. I hastighetsfiltret skall vi ha att den magnetiska och elektriska kraften precis upphäver varandra $qE = qVB$ eller $V = \frac{E}{B} = \frac{U}{d \cdot B}$, där E och B är de elektriska och magnetiska fältstyrkorna, U spänningen, d avståndet mellan plattorna och q partikelns laddning. För avböjningen i magnetfältet har vi $\frac{mV^2}{R} = qVB$ där R är radien i cirkelbanan och m partikelns massa.

Kombinerar dessa ekvationer får vi $R = \frac{mU}{qdB^2}$

Detta ger en separation

$$\Delta x = 2(R_H - R_D) = \frac{2U}{qdB^2}(m_H - m_D) \text{ eller}$$

$$B = \sqrt{\frac{2U}{qd \cdot \Delta x}}(m_H - m_D)$$

Med insatta värden får man $B = 57 \text{ mT}$.

4. Först konstaterar vi att kroppen består väsentligen av vatten och därför har ett högt värde på värmekapaciteten och en relativt god förmåga att leda värme. Trä däremot har ett lågt värde på värmekapaciteten samtidigt som värmeledningsförmågan är liten. Spiken som är gjord av metall har en mycket god förmåga att leda värme.

När vi sätter oss på träbänken kommer huden i kontaktytan mellan kroppen och bänken inte att värmas upp särskilt mycket eftersom den lilla värmemängd som kommer in i kroppen leds bort snabbt och inte orsakar så stor temperaturökning eftersom kroppens värmekapacitet är hög. Om vi däremot sätter oss på en spik så kommer det att ske en mycket snabb värmeledning från spiken som nästan momentant förlorar all sin energi. Kroppen får då en "värmepuls" som känns ordentligt.

5. Ur den givna formeln får man med

$$Q = 79 e \quad (e \text{ är elektronens laddning})$$

$$q = 2 \cdot e$$

$$W_k = 5 \text{ MeV}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = 1$$

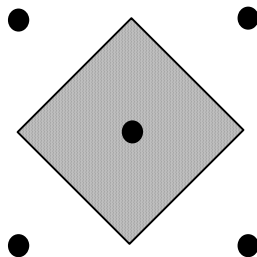
$$b = \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 W_k} = 9 \cdot 10^9 \frac{79e \cdot 2e}{2 \cdot 5 \cdot 10^6 e} = 2,22 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

De partiklar som kommer in inom ett "rör" med denna radie avböjs alltså mer än 90° .

Tvärsnittsarean av detta rör blir $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ m}^2$. Den area som "hör" till en kärna kan uppskattas som den skuggade arean i figuren med arean

$$\frac{a^2}{2} = \frac{(0,4 \cdot 10^{-9})^2}{2} = 8 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2.$$

Kvoten mellan dessa areor ger den sökta bråkdelen med ett ungefärligt värde 10^{-8} . Endast en alfapartikel på 100 miljoner kommer alltså att spridas bakåt.



6. a) Vi använder sambandet för radioaktivt sönderfall $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

Detta ger att halveringstiden $T_{\frac{1}{2}}$ är relaterad till λ genom $\lambda = \ln 2 / T_{\frac{1}{2}}$.

Vi har också $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$

$$\text{vilket medför } N = \left| \frac{T_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \frac{dN}{dt} \right| = \frac{30,1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2} 200 \cdot 10^9 = 2,74 \cdot 10^{20}$$

atomer.

Detta motsvarar en massa av $\frac{2,74 \cdot 10^{20} \cdot 0,137}{6,022 \cdot 10^{23}} \text{ kg} = 62 \text{ } \mu\text{g}$.

b) $0,85 \text{ fotoner/sönderfall} \leftrightarrow 0,85 \cdot 200 \cdot 10^9 \text{ fotoner/s}$

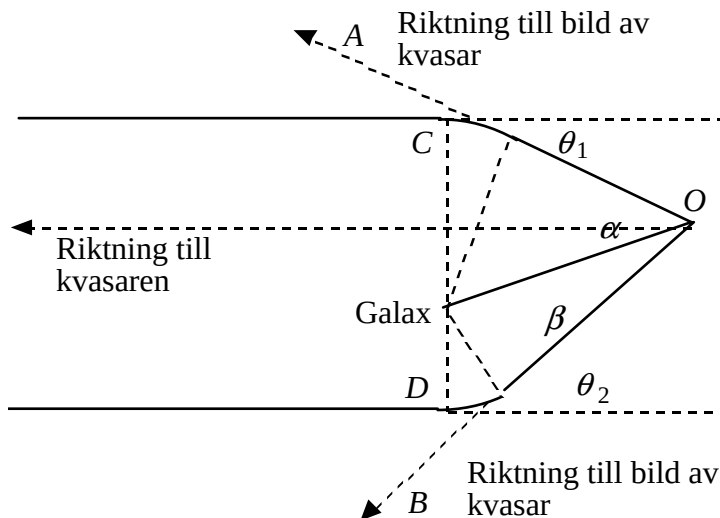
Fotonflödet på 10 mm avstånd blir

$$0,85 \cdot 200 \cdot 10^9 \frac{1}{4\pi \cdot 0,01^2} = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ fotoner}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}).$$

Detta motsvarar en dosekvivalentträt på $1,35 \cdot 10^{14} \cdot 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Sv/h} = 175 \text{ Sv/h}$

Bestrålningstiden blir alltså $\frac{75}{175}$ timmar ≈ 25 minuter.

7. Anta att avståndet till galaxen är x .



Vi vill beräkna vägskillnaden mellan de två ljusstrålarna från kvasaren.

Ur formeln $\theta = \frac{4GM}{dc^2}$ ser vi att de cirkelbågarnas längder $\theta d = \frac{4GM}{c^2}$ är lika

långa eftersom de bara beror av G , galaxens massa och ljusfarten.

Vägskillnaden $DO - CO$ blir alltså $x \cos \beta - x \cos \alpha$ vilket blir den totala vägskillnaden mellan ljusstrålarna från kvasaren. Ur uppgiften om tidsskillnaden Δt mellan uppflammandet kan denna vägskillnad också uttryckas som $\Delta t \cdot c$. Sätter vi dessa lika får vi

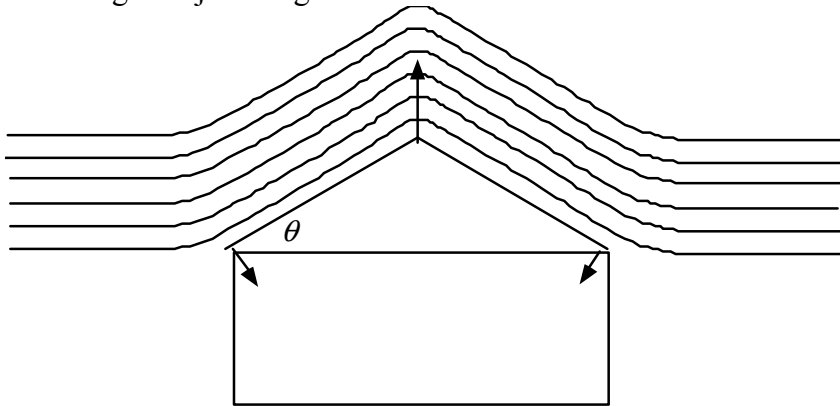
$$x \cos \beta - x \cos \alpha = \Delta t \cdot c$$

eller

$$x = \frac{\Delta t \cdot c}{\cos \beta - \cos \alpha} = \frac{\Delta t \cdot c}{-2 \sin\left(\frac{\beta + \alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)} \approx \frac{2 \Delta t \cdot c}{(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)} = 6 \cdot 10^8 \text{ ljusår}$$

där vi utnyttjat att vinklarna är mycket små.

8. a) För att ändra riktningen på luften måste luften påverkas av krafter från huset. Detta innebär att luften påverkar huset med lika stora och motriktade krafter. Detta ger följande figur:



b) Den luftmassa som på en sekund kommer in mot taket har en rörelsemängd som vi får genom att multiplicera dess massa med dess hastighet (vi antar att densiteten är $1,3 \text{ kg/m}^3$)

$$25 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 1,3 \cdot 25 \text{ kgm/s} = 6,1 \cdot 10^4 \text{ kgm/s}$$

Ändringen i rörelsemängd för luftmassan under en sekund vilket är lika med kraften på taket är

$$2 \cdot 6,1 \cdot 10^4 \sin \theta \text{ N} = 2 \cdot 6,1 \cdot 10^4 \cdot \frac{5}{\sqrt{5^2 + 6^2}} \text{ N} \approx 80 \text{ kN}$$

Uppskattningen är naturligtvis mycket grov, i verkligheten kommer luften inte att strömma på angivet sätt vid denna vindfart. Om taket ger sig kommer det att komma det sannolikt att fläkas utåt från taknocken.

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING

Kvalificerings- och lagtävling

10 februari 1994

SVENSKA DAGBLADET - SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG

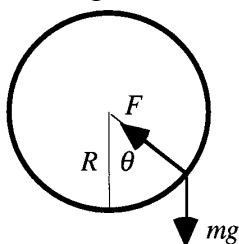
1. Med bildens beteckningar har vi

$$F \cos \theta = mg$$

Kraftjämvikt i vertikal led

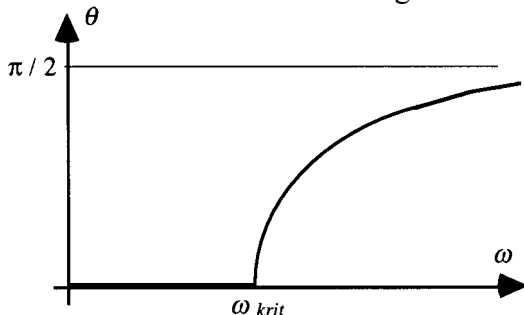
$$F \sin \theta = m \omega^2 R \sin \theta$$

Horisontella komponenten av F
fungerar som centripetalkraft



$$\text{Detta ger } \cos \theta = \frac{g}{R \omega^2}$$

När ω blir mindre än en viss kritisk vinkelhastighet $\omega_{krit} = \sqrt{g/R}$ så blir cosinus större än 1. Detta svarar fysikaliskt mot att den lilla ringen blir kvar längst ner i undre läget. För att alltså få ett vinkelutslag fordras att den stora ringen roterar med en viss minsta vinkelhastighet. Vi ser också att när vinkelhastigheten blir mycket stor så närmar sig vinkeln θ alltmer 90° . En graf över utslagsvinkeln som funktion av vinkelhastigheten kan se ut så här:



2. Vid ett slag av släggan får pålen en viss rörelseenergi. Vid inträngandet i marken utförs ett arbete = produkten av medelkraften och vägen varvid pålens rörelseenergi omvandlas till andra energiformer. En viss rörelseenergi behövs därför för att driva ner en påle. Beteckna släggans massa med m och pålens massa med M . Vi kan anta att $M \gg m$. Anta att släggans fart innan den träffar pålen är v och att pålens och släggans gemensamma fart efter den inelastiska stöten är V .

Vi använder lagen om rörelsemängdens bevarande i stöten mellan släggan och pålen:

$$mv = (M + m)V \approx MV$$

Pålens rörelseenergi efter slaget blir

$$\frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} M \frac{m^2 v^2}{M^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{M} m^2$$

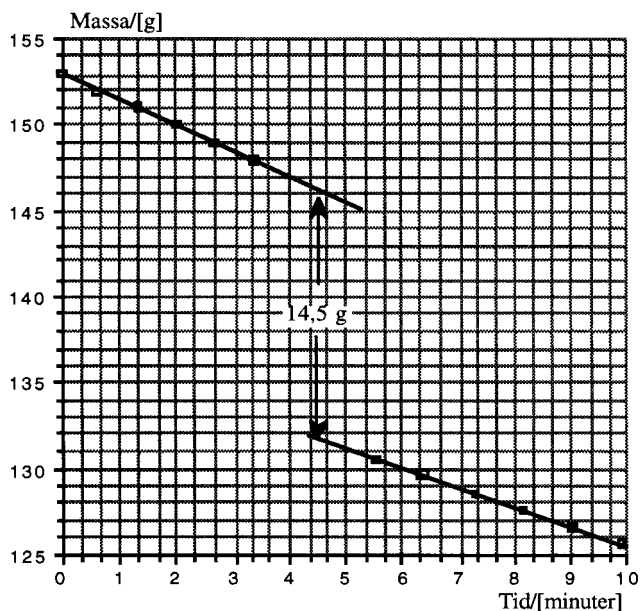
a) Eftersom släggornas farter är desamma ser vi att ett släggs slag ger pålen en rörelseenergi som är proportionell mot släggans massa i kvadrat. Detta innebar att den tyngre släggan ger fyra gånger större rörelseenergi per slag och alltså att man måste slå omkring fyra gånger så många slag med den lättare släggan.

b) Släggans rörelseenergi före stöten är proportionell mot dess massa.

Arbetet att ge släggan denna fart är alltså proportionellt mot dess massa.

Varje slag med den tyngre släggan kräver alltså dubbelt så stort arbete men i gengäld behöver man bara slå en fjärdedel så många slag. Man måste alltså uträtta totalt omkring dubbelt så stort arbete med den lättare släggan.

3. Ritas bägarens massa som funktion av tiden, med avdrag för aluminiumstyckets massa för data efter att detta lagts i, får man följande figur:



Ur figuren avläses att 14,5 g kväve förgasades vid kylningen av aluminiumbiten. Värdet beror något på var vi avläser den vertikala differensen mellan de räta linjerna. Vi skall nu beräkna hur mycket energi som aluminiumbiten avlämnat. Eftersom värmekapaciteten inte är konstant måste vi beräkna arean under kurvan för värmekapaciteten från 77 K till 294 K. Detta görs enklast genom att räkna rutor. Man får 308 rutor (glöm inte att räkna de rutor som inte visas i diagrammet, för c mellan 0 och 0,3). Varje ruta svarar mot $0,05 \cdot 10 \text{ J/g}$ det vill säga totalt 154 J/g . 19,4 g aluminium har då avgett $2,99 \text{ kJ}$ och det specifika ångbildningsvärmets för kväve blir $2,99 \text{ kJ}/14,5 \text{ g} = 0,21 \text{ MJ/kg}$. Mätningen av den förångade mängden kväve är den storhet som har minst noggrannhet och värdet på ångbildningsvärmets är osäkert med någon enhet i sista decimalen.

4. När blixten slår ner i marken bildas radiella strömmar radiellt ut i marken från nedslagsplatsen. Detta ger en elektrisk potential i marken som avtar radiellt utåt. Någotsånär stora fyrfotadjur kommer, om de står med kroppen radiellt ut från nedslagsplatsen att utsättas för en stor potentialskillnad och därmed stora strömmar genom hela kroppen och genom vitala organ såsom hjärtat. En tvåfoting som en människa eller en kyckling har ett ganska litet avstånd mellan beröringsytorna på marken och utsätts därigenom för mindre strömmar som också går in i ena benet och ut i det andra, sannolikt ganska obehagligt men med mindre påfrestning på hjärtat.

5. 4,0 g kalium är ganska precis 0,1 mol. Mängden ^{40}K i provet var alltså 10^{-5} mol. Mängden argon kan fås ur allmänna tillståndslagen

$$pV = nRT$$

Med insatta siffervärden får man mängden argon till 10^{-4} mol. Vid det radioaktiva sönderfallet omvandlas en kaliumkärna till en argonkärna. Den ursprungliga mängden kalium-40 i provet bör därför ha varit $(10^{-5} + 10^{-4})$ mol.

Problemtexten ger halveringstiden till $\tau_{1/2} = 1,2 \cdot 10^9$ år vilket ger en sönderfallskonstant $\ln 2 / \tau_{1/2}$. Vi får

$$10^{-5} = (10^{-5} + 10^{-4}) e^{-t \cdot \ln 2 / \tau_{1/2}} \text{ vilket ger } t = \frac{1,2 \cdot 10^9}{\ln 2} \ln 11 = 4 \cdot 10^9 \text{ år.}$$

6. a) Frekvensen på vågen förändras inte. Vi har därför för amplituderna A_1 och A_2 på vattendjupen h_1 respektive h_2

$$\sqrt{gh_1} A_1^2 = \sqrt{gh_2} A_2^2$$

eller

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{1/4}$$

Med insatta värden $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{4300}{10} \right)^{1/4} \approx 4,55$

Detta ger en vågamplitud på omkring 9 m.

En mer precis teori säger att vågens fart även beror på dess amplitud

$$c = \sqrt{g(h + A)}.$$

Man får samma storleksordning på resultatet med betydligt mera komplicerade räkningar.

b) Vågens fart blir omkring 210 m/s på öppet hav! Ett fartyg som utsätts för denna våg kommer om vi antar att vi kan approximera vågen med en harmonisk rörelse att röra sig i höjdled enligt

$$y = A \sin \omega t = A \sin 2\pi f t = A \sin 6,6 \cdot 10^{-3} [\text{s}^{-1}] t$$

Fartygets acceleration på vilken man skulle kunna märka vågen blir

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -A \omega^2 \sin \omega t$$

Maximala värdet på denna är $2 \cdot (6,6 \cdot 10^{-3}) \text{ ms}^{-2} \approx 8 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ vilket är av storleksordningen en milliondel av den normala tyngdaccelerationen och är inte märkbart.

7 a) Varje droppe visar upp en absorberande area som är πr^2 . Varje droppe har en volym som är $4\pi r^3 / 3$.

Antalet droppar n per kubikmeter luft som finns i volymen V vatten är då

$$n = \frac{3V}{4\pi r^3}$$

Betrakta nu ett skikt luft som har arean 1 m^2 och djupet L . Skiktet innehåller

$$n \cdot L \cdot 1 = \frac{3VL}{4\pi r^3} \text{ droppar.}$$

Dessa täcker en area (vi antar att de inte skymmer varandra i nämnvärd grad)

$$\frac{3VL}{4\pi r^3} \pi r^2 = \frac{3VL}{4r}$$

När denna area blir 1 m^2 kan vi räkna med att allt ljus som kommer in i skiktet absorberas. Detta ger

$$\frac{3VL}{4r} = 1 \quad \text{eller} \quad L = \frac{4r}{3V} \approx r/V \text{ för siktdjupet.}$$

Siktdjupet är alltså proportionellt mot dropparnas radie och omvänt proportionellt mot vattenmängden per volymsenhet luft. En droppstorlek av $0,01 \text{ mm}$ och med en vattenmängd av 1 cm^3 (1 ml) per m^3 ger ett siktdjup av storleksordningen 10 m dvs ganska tät dimma.

Man kan göra en mer exakt beräkning på följande sätt. Betrakta ett luftskikt med den infinitesimala tjockleken dx och arean 1 m^2 . Detta skikt innehåller ett antal droppar som uppvisar en absorberande area

$$n \cdot dx \cdot 1 \cdot \pi r^2 = \frac{3V}{4\pi r^3} \pi r^2 \cdot dx = \frac{3V}{4r} dx$$

Den relativa intensitetsändringen på ljuset ges då av (minus eftersom intensiteten I minskar)

$$\frac{dI}{I} = -\frac{3V}{4r} dx \quad \text{eller} \quad \frac{dI}{dx} = -\frac{3V}{4r} I$$

Detta är differentialekvationen för exponentiellt avtagande med lösningen

$$I = I_0 e^{-\frac{3V}{4r} x}, \text{ där } I_0 \text{ är den ursprungliga intensiteten på ljuset.}$$

Man kan nu definiera siktdjupet som det värdet på $x = L$ som gör exponenten till 1 varvid man får samma resultat som med det enklare resonemanget ovan. En annan möjlighet är att definiera siktdjupet som den skiktjocklek som gör att intensiteten går ner till hälften. Detta innebär endast en faktor $\ln 2$ i siktdjupet som dock blir av samma storleksordning som tidigare.

b) När dropparnas linjära utsträckning blir mindre än ljusets våglängd kommer ljuset inte att "se" dropparna. Vi kan alltså förvänta att den enkla geometriska modellen ovan bryter samman då dropparnas radie blir av storleksordningen några tiondels μm .

8. Dela upp det jordmagnetiska fältet i dess vertikala och horisontella komponenter. Den vertikala komponenten inducerar uppenbart ingen ström i ringen eftersom den inte ger något flöde genom ringen. Beteckna det jordmagnetiska fältets horisontalkomponent med B . Anta att ringen roterar med vinkelhastigheten ω . Det magnetiska flödet genom ringen blir då

$$\phi = \pi r^2 B \cos \omega t$$

där r är ringens radie och ωt är vinkeln mellan normalen till ringplanet och B .

Den i ringen inducerade spänningen, e , blir då (vi bryr oss inte om tecknet)

$$e = \frac{d\phi}{dt} = \pi r^2 B \omega \sin \omega t$$

Strömmen i ringen, i , blir $i = \frac{e}{R} = \frac{\pi r^2 B \omega}{R} \sin \omega t$ där R är ringens resistans.

Strömmen i ringen ger upphov till ett magnetfält B_1 som i cirkelns centrum har storleken

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2r} = \frac{\mu_0 \pi r B \omega}{2R} \sin \omega t .$$

Detta magnetfält är riktat längs normalen till ringens plan och roterar med denna. Dela upp detta fält i en komponent utefter B 's riktning och en riktning vinkelrätt däremot.

Parallellfältet blir $\frac{\mu_0 \pi r B \omega}{2R} \sin \omega t \cdot \cos \omega t$. Detta fält har tidsmedelvärdet noll.

Det vinkelräta fältet blir $\frac{\mu_0 \pi r B \omega}{2R} \sin^2 \omega t$ med tidsmedelvärdet

$$\langle B_{\perp} \rangle = \frac{\mu_0 \pi r B \omega}{4R}.$$

Detta fält strävar att dra magnetnålen vinkelrätt bort från den ursprungliga riktningen. Kalla vinkelavvikelsen från ursprungsriktningen för α . Vi har

$$\tan \alpha = \frac{\langle B_{\perp} \rangle}{B} = \frac{\mu_0 \pi r \omega}{4R} = \frac{\mu_0 \pi r \cdot 2\pi f}{4R}$$

Stoppas textens sifferuppgifter in får man $R = 0,18 \text{ m}\Omega$.

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 9 februari 1995

SVENSKA DAGBLADET SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG

1. För att upphetta 1 kg vatten från 20 °C till 100 °C åtgår en energi av

$$4,2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 80 \text{ J} = 336 \text{ kJ}$$

Den tillförda energin är

$$1,5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 60 \text{ J} = 450 \text{ kJ}$$

Medeleffektförlusten är alltså

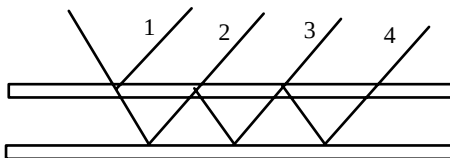
$$(450 - 336) / (5 \cdot 60) \text{ kW} = 0,38 \text{ kW}$$

En del energi åtgår för att värma upp själva kastrullen men denna kan man uppskatta och den blir ganska liten. Större delen av energiförlusten sker till omgivningen. Denna energiförlust blir större ju större temperaturskillnaden med omgivningen är. Effektförlusten vid 100 °C är därför möjligen dubbelt så stor som medeleffektförlusten eller kanske något mindre eftersom kastrullen nu inte behöver värmas upp. En rimlig uppskattning kan vara att effektförlusterna är runt 0,5 – 0,6 kW, då blir den tillförda effekten vid kokningen cirka 0,9 kW. Detta ger en tid för att förångat vattnet helt som är

$$t = \frac{c_a \cdot m}{P} \approx \frac{2,26 \cdot 10^6 \cdot 1}{0,9 \cdot 10^3} \text{ s} = 2500 \text{ s} \approx 40 \text{ minuter}$$

En verklig mätning gav 37 minuter vilket innebär att förlusterna något har överskattats.

2.



Anta att intensiteten på det infallande ljuset är I . Intensiteten på det ljus som reflekterats en gång, vid 1, är då IR . Ljuset vid 2 har transmittats en gång, reflekterats en gång och sedan transmittats ytterligare en gång. Dess intensitet är därför $ITRT$. Intensiteten vid 3 blir $ITRRRT$ och vid 4

$ITRRRRRT$ osv. Den totala intensiteten ges därför av

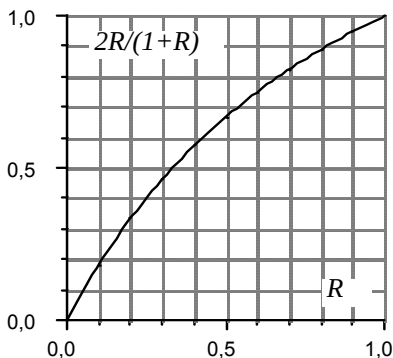
$$IR + ITRT + ITRRRT + ITRRRRRRT + \dots =$$

$$IR(1 + T^2[1 + R^2 + R^4 + \dots])$$

Summerar vi den geometriska serien får vi

$$IR\left(1 + T^2 \frac{1}{1 - R^2}\right) = IR \frac{1 - R^2 + (1 - R)^2}{1 - R^2} = IR \frac{2(1 - R)}{1 - R^2} = I \frac{2R}{1 + R}$$

Grafen nedan visar den totala reflektansen



Två lager papper reflekterar bättre än ett lager. En intelligent gissning är att när antalet lager ökar kommer kurvan att stiga all brantare från noll och all snabbare närma sig den horisontella linjen 1,0. Detta kan också verifieras med en analys som dock blir ganska komplicerad.

3. "Stjärnan" måste vara en planet. Eftersom den befinner sig väsentligen mitt emot solen på stjärnhimlen måste den vara en yttre planet. Vi har alltså att välja på Mars, Jupiter eller Saturnus. Eftersom planeten efter ett år går upp två timmar senare har den sedd från jorden flyttat sig 30° under ett år. Mars har en omloppstid på omkring två år. Om den stod mitt emot solen för ett år sedan står den alltså nära solen ett år senare. Återstår Jupiter och Saturnus. Saturnus har en omloppstid på 30 år dvs flyttar sig 12° på ett år runt solen. Dess avstånd från jorden är som närmast 8,5 gånger avståndet jorden-solen. Sedd från jorden kommer den då att röra sig något mer än 12° på himlen under ett år. Jupiters omloppstid är cirka 12 år och dess närmaste avstånd från jorden är 4,2 gånger avståndet jorden-solen. Sedd från jorden kommer den då under ett år att flytta sig något mer än 30° på himlen vilket stämmer med texten i uppgiften. Jupiter har ett medelavstånd från solen av 5,2 gånger avståndet jorden-solen.

4. Vi har brytningslagen

$$\sin \alpha = n \sin \beta$$

Optisk väglängd för stråle 2 blir

$$2n \frac{d}{\cos \beta} = 2nd \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{2n^2 d}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

Optisk väglängd för stråle 1 blir

$$s = 2d \tan \beta \sin \alpha = \frac{2d \sin^2 \alpha}{n \cos \beta} = \frac{2d \sin^2 \alpha}{n \sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{2d \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

Vid stråle 1:s reflektion mot ett tätare medium får man en extra vägskillnad på $\lambda/2$. De våglängder som släcks ut skall därför uppfylla

$$\frac{2n^2 d}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} - \frac{2d \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = p\lambda, \quad p \text{ heltal}$$

Våglängderna uppfyller

$$\lambda = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{p} = \frac{1298[\text{nm}]}{p}$$

För $p = 2$ och 3 får vi våglängder inom det synliga området och respektive våglängder blir 650 nm (rött) och 432 nm (blått). Det reflekterade ljuset (vitt - rött - blått) kommer att se gulgrönt ut.

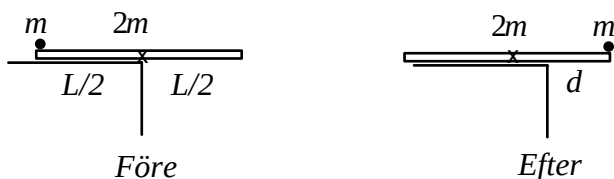
5. Vi antar att glaset i flaskan är någon millimeter tjockt vilket är avståndet d mellan kondensatorplattorna. "Plattarean", A , i kondensatorn är ungefär handens area dvs omkring 10^{-2} m^2 . Glas har enligt tabell ett dielektricitetstal på omkring 7. Vi använder sambandet

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} = 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{10^{-2}}{10^{-3}} \text{ F} = 600 \text{ pF}$$

Energiinnehållet ges av

$$\frac{1}{2} CU^2 \approx \frac{1}{2} 600 \cdot 10^{-12} \cdot 10^8 = 30 \text{ mJ}$$

6. Eftersom det inte är någon friktion mellan röret och bordet kommer masscentrum att ligga stilla. Kalla flugans massa för m . Vi använder beteckningar enligt figuren



Vi lägger ett koordinatsystem utefter bordet med positiv riktning åt höger. Masscentrums koordinat ges då av

$$x = \frac{2m \cdot 0 + m \left(-\frac{L}{2} \right)}{2m + m} = -\frac{L}{6}$$

Masscentrum flyttar sig inte. Detta ger om vi räknar på sluttillståndet

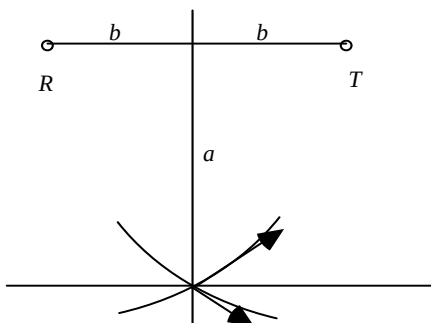
$$\frac{2m\left(-\frac{L}{2} + d\right) + md}{2m + m} = -\frac{L}{6} \text{ eller } d = \frac{L}{6}$$

Anta att den nya flugans massa är $a \cdot m$.

Gränsvillkoret för att röret precis tippas är då att vridmomenten med avseende på bordskanten är i jämvikt $3m \frac{L}{6} = am \frac{L}{6}$

Detta ger $a = 3$ det vill säga den andra flugans massa kan högst vara 3 gånger den första flugans.

7. Beteckningar enligt figur. S-ledningen ger ingen vertikal magnetfältskomponent. För de två andra får man vardera en komponent som är riktad snett relativt marken. Se figur!



De vertikala komponenterna räknade positiva uppåt blir respektive

$$B_R = \frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)}{2\pi\sqrt{a^2 + b^2}} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)}{2\pi} \frac{b}{a^2 + b^2}$$

$$B_T = -\frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t - 2\pi/3)}{2\pi\sqrt{a^2 + b^2}} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = -\frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t - 2\pi/3)}{2\pi} \frac{b}{a^2 + b^2}$$

Addera och utveckla sinustermerna

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{b}{a^2 + b^2} (\sin(\omega t + 2\pi/3) - \sin(\omega t - 2\pi/3)) =$$

$$\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{b}{a^2 + b^2} \left(\sin \omega t \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \omega t \cdot \sin \frac{2\pi}{3} - \sin \omega t \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \omega t \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{b}{a^2 + b^2} 2 \cos \omega t \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{b}{a^2 + b^2} 2 \cdot \cos \omega t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{\sqrt{3}b}{a^2 + b^2} \cos \omega t$$

Magnetfältets amplitud blir alltså

$$\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{\sqrt{3}b}{a^2 + b^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,3 \cdot 10^3}{2\pi} \frac{\sqrt{3} \cdot 9,0}{11,5^2 + 9,0^2} \text{ T} \approx 19 \mu\text{T}$$

Den horisontella komponenten kan beräknas på liknande sätt. Den blir mycket mindre.

8. Anta att i jämvikt trycket i flaskan är p och att volymen under proppen är V . Om volymen ändras till $V + \Delta V$ så blir trycket $p + \Delta p$. Boyles lag ger då $p \cdot V = (p + \Delta p) \cdot (V + \Delta V) = p \cdot V + p \cdot \Delta V + V \cdot \Delta p + \Delta p \cdot \Delta V$

Vi försummar den sista termen som är en produkt av två små storheter.

Detta ger

$$\Delta p = -\frac{p \cdot \Delta V}{V}$$

Kraften på proppen blir då $F = -\frac{p \cdot \Delta V \cdot A}{V}$ där A är proppens tvärsnittsarea.

Vidare är ju $\Delta V = A \cdot \Delta x$ där Δx är proppens förflyttning.

Detta ger $F = -\frac{p \cdot A^2}{V} \Delta x$ dvs en "fjäderkonstant" $k = \frac{pA^2}{V}$

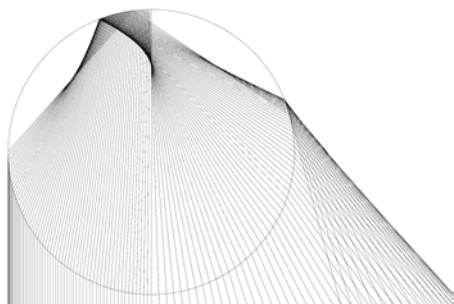
Proppens massa är $m = \rho \cdot A \cdot \ell$, ℓ är proppens längd och ρ luftens densitet.

Vibrationsfrekvensen blir då

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{pA}{\rho \ell V}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^5 \cdot \pi (9 \cdot 10^{-3})^2}{1,3 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}} \text{ Hz} \approx 90 \text{ Hz}$$

Experimentellt finner man att frekvensen blir något högre (ungefär 110 Hz) vilket beror på att modellen med Boyles lag inte är korrekt. I stället bör man använda att sambandet mellan tryck och volym är *adiabatiskt* d v s

$p \cdot V^\gamma = \text{konstant}$ med $\gamma = 1,4$ vilket medför att frekvensen ovan multipliceras med roten ur 1,4. Detta ger mycket god överensstämmelse med det experimentella värdet.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

8 februari 1996

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Kalla första avsatsens höjd över marken för h_1 , den andra avsatsens höjd för h_2 , Janes fart före stöten med Tarzan för v , deras gemensamma fart efter stöten för v' , Janes och Tarzans massor för M och m respektive. Energilagen för ner- och uppfärd samt rörelsemängdens bevarande i den inelastiska stöten ger

$$\frac{1}{2} Mv^2 = Mgh_1$$

$$\frac{1}{2} (M + m)v'^2 = (M + m)gh_2$$

$$Mv = (M + m)v'$$

Detta ger
$$M = \frac{m}{\sqrt{\frac{h_1}{h_2}} - 1} \approx 85 \text{ kg}$$

Jane väger alltså cirka 85 kg.

2. Man kan göra en tröghetsvåg genom att fästa astronauten vid en lätt platta som är fastgjord i rymdskeppet med en fjäder med känd fjäderkonstant k . Om vi antar att rymdskeppet är mycket tyngre än astronauten vilket verkar rimligt kommer, om astronauten och plattan sätts i svängning,

svängningstiden att ges av $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ där m är astronautens massa. Genom

att mäta T kan alltså m beräknas. Man kan även tänka sig andra

arrangemang: Astronauten kan kasta iväg ett föremål med känd massa och man kan mäta astronautens rekylfart.

3. a) Sätter vi samman ekvationerna får vi $\Delta T = \frac{aA}{mc}(T - T_0)\Delta t$

Ur problemtexten får vi $\Delta T = (73,7 - 66,2) \text{ K} = 7,5 \text{ K}$ och

$$m = 0,01 \cdot 0,01 \cdot 0,1 \text{ m}^3 \cdot 8,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 8,96 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

Som värde på T i ekvationen väljer vi medeltemperaturen under avsvälningen, $70,0^\circ \text{C}$.

$$\text{Detta ger oss } aA = \frac{mc\Delta T}{(T - T_0)\Delta t} = \frac{8,96 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 385 \text{ J/kg} \cdot 7,5 \text{ K}}{(70,0 - 21,0) \text{ K} \cdot 100 \text{ s}} \approx 5,28 \cdot 10^{-2} \text{ J/s}$$

(Eftersom arean är densamma i de två fallen bestämmer vi bara produkten aA .)

Anta att temperaturen för aluminiumstaven sjunker med ΔT . Som innan tar vi T som medeltemperaturen under avsvälningen det vill säga

$$T = T_{\text{start}} - \frac{\Delta T}{2}. \text{ Detta ger oss}$$

$$\Delta T = \frac{aA}{mc} \left(T_{\text{start}} - \frac{\Delta T}{2} - T_0 \right) \Delta t$$

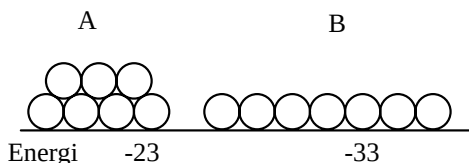
eller

$$\Delta T = \frac{aA(T_{\text{start}} - T_0)}{mc + \frac{aA\Delta t}{2}} = \frac{5,28 \cdot 10^{-2} (73,7 - 21,0) \cdot 100}{10^{-5} \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot 903 + 5,28 \cdot 10^{-2} \cdot 100 / 2} \text{ K} \approx 10,3 \text{ K}$$

Aluminiumstavens sluttemperatur blir alltså $63,4^\circ \text{C}$.

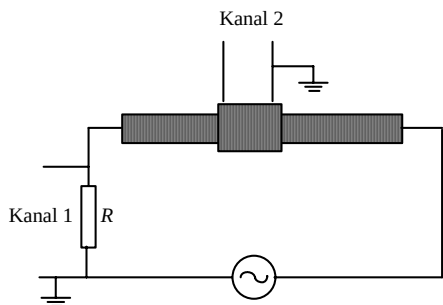
b) För att få stor avsvälning skall tydligen produkten $m \cdot c$ vara liten. För aluminium är denna produkt $2,7 \cdot 10^3 \cdot 903 \text{ J/K} = 2,43 \text{ MJ/K}$. Vi kan till exempel välja bly där denna produkt är $11,35 \cdot 10^3 \cdot 130 \text{ J/K} = 1,48 \text{ MJ/K}$.

4. Partiklarna arrangerar sig på ett sådant sätt att energin blir minimal. Genom att till exempel börja med alla partiklarna i en rad på linjen (bordet) och sedan flytta upp en i taget kan man lätt finna energiminimum. Lösningarna blir:



Jämför med en droppe kvicksilver och en droppe alkohol på ett bord.

5.



Figuren visar en lämplig koppling. Anta att den långa spolen har n_1 varv, den korta n_2 varv. Anta att växelströmmen $i = \hat{i} \cos \omega t$ går genom resistorn och den långa spolen. $\omega = 2\pi f$ där f är växelspänningens frekvens.

Spänningen över resistorn som visas på kanal 1 på oscilloskopet blir då $u_1 = R\hat{i} \cos \omega t$ dvs har ett toppvärde $\hat{u}_1 = R\hat{i}$. Magnetfältet i den långa spolen ges av

$$B = \mu_0 \frac{i \cdot n_1}{l} = \mu_0 \frac{\hat{i} \cos \omega t \cdot n_1}{l} \text{ där } l \text{ är spolens längd. Flödet genom den}$$

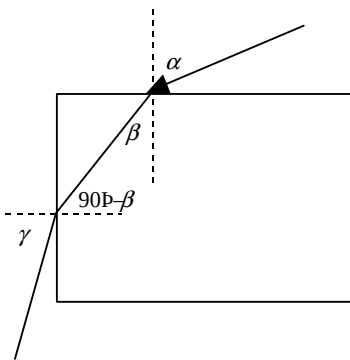
korta spolen blir då $\Phi = B \cdot A = B \cdot \pi r^2$ där A är den långa spolens tvärsnittsarea och r dess radie. Den inducerade spänningen över den korta spolen blir $u_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} = -n_2 \cdot \pi r^2 \cdot \frac{dB}{dt} = n_2 \cdot \pi r^2 \cdot \mu_0 \frac{n_1 \hat{i} \omega \sin \omega t}{l}$ det vill

säga dess toppvärde är $\hat{u}_2 = n_2 \cdot \pi r^2 \cdot \mu_0 \frac{n_1 \hat{i} \omega}{l} = n_2 \cdot \pi r^2 \cdot \mu_0 \frac{n_1 \hat{u}_1 \omega}{lR}$ som

visas på kanal 2. Ur detta kan μ_0 lösas uttryckt i lätt mätbara

$$\text{storheter, } \mu_0 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} \frac{l \cdot R}{n_1 n_2 \cdot \pi r^2 \cdot 2\pi f}$$

6. Vi undersöker under vilka omständigheter A kan se B.



Ur figuren får genom brytningslagen

$$\sin \alpha = n \sin \beta$$

$$n \sin(90^\circ - \beta) = n \cos \beta = \sin \gamma$$

Om vi inte skall få totalreflexion när strålen går ut genom hörnet har vi $\sin \gamma \leq 1$. Detta ger

$$n \sin \beta = \sin \alpha$$

$$n \cos \beta \leq 1$$

Kvadrera och addera dessa samband vilket medför $n^2 \leq 1 + \sin^2 \alpha \leq 2$

Brytningsindex måste alltså vara mindre $\sqrt{2}$ än för att A skall kunna se B det vill säga är i den aktuella situationen större än $\sqrt{2}$.

7. Vi antar att grafitstiftet i blyertspennan har en diameter av cirka 1 mm.

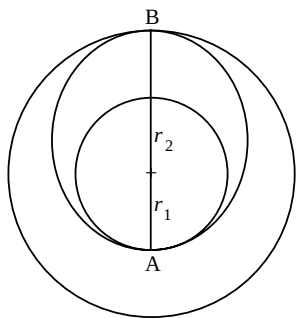
När man ritar en linje lossnar lager efter lager i stiftet och fastnar på pappret. Streckets tjocklek måste vara minst ett atomlager, detta är en kraftig underskattning men ger oss en övre gräns på streckets längd.

Typiska atomavstånd i fasta ämnen är några hundratal pikometer, detta kan även uppskattas genom att använda data för grafit från tabell. Grafit har en densitet på ungefär 2200 kg/m^3 . Molmassan är $0,012 \text{ kg}$. En mol grafit har då en volym av $5,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ och innehåller $6 \cdot 10^{23}$ kolatomer. Om vi tänker oss atomerna lagrade i ett kubiskt gitter (vilket inte är riktigt sant men det ger rätt storleksordning på resultatet) har vi $8,4 \cdot 10^7$ atomer på en kubkantlängd av $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Detta ger ett atomavstånd på 200 pm .

Pennans längd är av storleksordningen $0,1 \text{ m}$. Detta innebär att stiftet innehåller 10^9 atomlager. Varje lager räcker att skriva ett 1 mm långt streck det vill säga totalt 10^6 m . Detta är säkert en kraftig överskattning, troligtvis behövs $100 - 1\,000$ atomlager för att strecket skall bli synligt. Ekvatorns längd är $4 \cdot 10^7 \text{ m}$, alltså kan vi säkert säga att pennan inte räcker.

Man kan också notera att för ett normallångt ord åtgår cirka 0,1 meter blyerts. En sida innehåller av storleksordningen några hundra ord det vill säga använder några tiotal meter blyerts. En penna räcker säkert att skriva 100 sidor, antagligen 1000 sidor, knappast 10 000 sidor. Detta ger oss en uppskattad strecklängd på några tiotal kilometer, maximalt säg 100 km, vilket även detta är för kort för ekvatorn. Uppskattningen stämmer väl med den tidigare med antagandet om cirka 100 atomlager i strecket.

8. Idén är att först omvandla den cirkulära banan till en elliptisk bana som tangerar de två cirkulära banorna.



Detta gör vi genom att öka satellitens fart i banan med en lämplig raketknuff i hastighetens riktning (det vill säga raketens utblåsning riktas i motsatt riktning) i punkt A. Detta ändrar farten men ej hastighetens riktning. Banan blir elliptisk. När satelliten efter ett halvt varv i den elliptiska banan kommer till punkt B ökar vi igen satellitens fart med

en ny raketknuff i hastighetens riktning så att den får rätt hastighet för att röra sig i en cirkulär bana.

Vi kan även göra en kvantitativ räkning. Enklast blir det om vi tar ett specifikt exempel där vi stoppar in siffror. Anta att radien r_1 i den inre cirkelbanan är 1 i någon lämplig enhet. Anta att radien r_2 på den yttre cirkelbanan i samma enheter är 2. Respektive ”storaxlar” blir då 2 och 4. Storaxeln i ellipsen blir då 3. Perioderna i banorna blir proportionella mot storaxlarna i potens $3/2$. Perioden i den inre cirkelbanan blir då $T_1 = 2^{3/2} \approx 2,83$ om vi mäter tiden i någon lämplig tidsenhet. På samma sätt beräknar vi perioden i den yttre cirkeln till $T_2 = 4^{3/2} \approx 8$. Perioden i ellipsen blir $T_3 = 3^{3/2} \approx 5,20$. Arealen på den inre cirkeln blir $A_1 = \pi r_1^2 \approx 3,14$. Den yttre cirkelns area är på samma sätt $A_2 = \pi r_2^2 \approx 12,56$.

Vi beräknar nu ellipsens area. Vi har $a = 3/2 = 1,5$. Man ser lätt att avståndet mellan brännpunkterna är $2c = r_2 - r_1$ dvs $c = \frac{r_2 - r_1}{2} = 0,5$. Härur beräknas

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{1,5^2 - 0,5^2} \approx 1,41. \text{ Ellipsen area blir alltså } A = \pi ab = 6,64.$$

Vi beräknar nu areahastigheterna W genom att dividera areorna med perioderna. Detta ger

Inre cirkeln

$$W_1 = \frac{3,14}{2,83} \approx 1,11$$

Yttre cirkeln

$$W_2 = \frac{12,56}{8} \approx 1,57$$

Ellipsen

$$W = \frac{6,64}{5,20} \approx 1,28$$

Areahastigheten i en punkt i en bana ges allmänt av produkten av hastigheten i banan multiplicerad med avståndet till brännpunkten (radius vector). Detta gör att vi kan räkna ut hastigheten i banan för de olika fallen.

Inre cirkeln i A:

$$v_1 = \frac{W_1}{r_1} = \frac{1,11}{1} \approx 1,11$$

Ellipsen i A:

$$v_A = \frac{W}{r_1} = \frac{1,28}{1} \approx 1,28$$

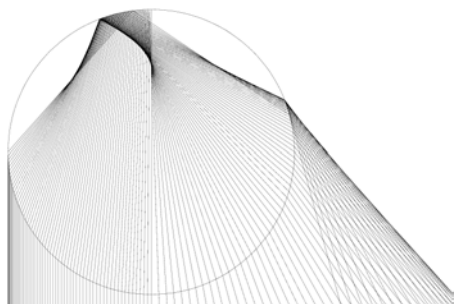
Ellipsen i B:

$$v_B = \frac{W}{r_2} = \frac{1,28}{2} \approx 0,64$$

Yttre cirkeln i B:

$$v_2 = \frac{W_2}{r_2} = \frac{1,57}{2} \approx 0,79$$

Härav ser vi att hastigheten i A skall ökas från 1,11 till 1,28 för att banan skall bli elliptisk. Vi kan nu lätt beräkna den impuls som erfordras från raketmotorn. På samma sätt skall hastigheten i B ökas från 0,64 till 0,79 för att banan åter skall bli cirkulär.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

6 februari 1997

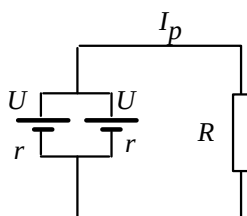
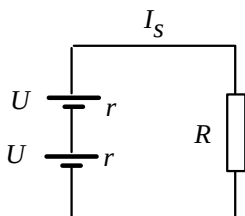
LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Seriekretsen ger $I_s = \frac{2U}{R+2r} \approx \frac{U}{r}$

Parallellkretsen ger

$$I_p = \frac{U}{R+r/2} = \frac{2U}{2R+r} \approx \frac{2U}{r}$$



Parallellkretsen ger alltså störst ström och då störst effektutveckling i koppartråden.

2. Vi antar att en lastbil kan ta 5 ton snö. Smältvärmets för snö (is) är 334 kJ/kg. För att smälta snön behövs alltså $5000 \cdot 334 \text{ kJ} = 1,6 \text{ GJ}$. Om man i stället skall köra bort den måste snön lyftas upp på lastbilens flak, låt oss säga ett lyft på 2 m. För detta åtgår en ungefärlig energi $5000 \cdot 10 \cdot 2 \text{ J} = 0,1 \text{ MJ}$. För att köra bort snön, säg 10 km och sedan återvända med bilen, åtgår, om bilen antas dra 2 liter bränsle/mil, $4 \cdot 30 \text{ MJ} = 120 \text{ MJ}$. Lyftarbetet är då i detta sammanhang försumbart. Energikostnaden att smälta bort snön är alltså omkring en tiopotens större än att köra bort snön. Slutsatsen är mycket okänslig för variationer i modellen.

3. De kolkorn som fastnar på stora svarta ytor kommer att skärma den positiva laddningen på pappret. Det blir därför svårare för senare anlända kolkorn att attraheras till pappret. Vid gränsen mellan vitt och svart kan kolkorn bara fastna på den svarta sidan, vilket ger mindre skärmning.

4. Kalla lampans avstånd till linsens plana yta för L , linsens radie för $R = \text{halva diametern}$, linsens tjocklek för d och brytningsindex för n .

Vi kan utan att förändra problemet anta att linsens kanttjocklek är noll. Optiska vägen för en ljusstråle som går till kanten på linsen blir

$$\sqrt{L^2 + R^2}$$

Optiska vägen gör en stråle som går genom linsens centrum blir

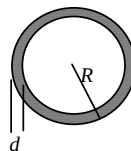
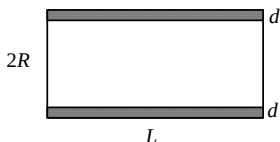
$$L - d + n \cdot d$$

Villkoret att ljuset går ut parallellt är att dessa optiska vägar är lika vilket direkt ger

$$d = \frac{\sqrt{L^2 + R^2} - L}{n - 1}$$

Sätter man in siffror får man $d = 12 \text{ mm}$.

5. Anta att ”trycket” i korven är p . Kraften som verkar på längdsnittet blir då $p \cdot 2R \cdot L$



Kraften per area av skinnet blir då $\frac{p \cdot 2R \cdot L}{2 \cdot d \cdot L} = \frac{pR}{d}$

Kraften som verkar på tvärsnittet är $p \cdot \pi R^2$

Kraften per area av skinnet blir nu $\frac{p \cdot \pi R^2}{2\pi R \cdot d} = \frac{pR}{2d}$

Korvskinnet utsätts för dubbelt så stor påfrestning i längdsnittet.

6. Vi använder energilagen på meteoriten. Summan av gravitationell lägesenergi och rörelseenergi är konstant. Långt bort från solen är både rörelseenergin och lägesenergin noll. Om solens massa är M , meteoritens m , ger energilagen följande samband mellan meteoritens fart v och avståndet r = jordavståndet från solen.

$$\frac{\mu v^2}{2} - \frac{GM\mu}{r} = 0 \text{ eller } v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Beteckna jordens massa med m . Vi antar att jorden rör sig i en cirkelbana med farten V . Solens gravitation skall då ge jorden en centripetalacceleration och vi har

$$\frac{mV^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \text{ eller } V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Sedd från jordens vilosystem kommer då meteoriten att förefalla ha en hastighetskomponent v rakt mot solen och en hastighetskomponent V vinkelrätt däremot.

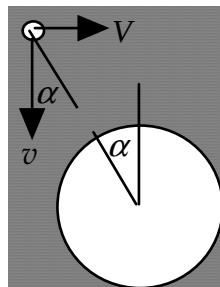
Vinkeln α får vi lätt ut förhållandet mellan meteoritens och jordens hastigheter. Vi får

$$\alpha \approx 35^\circ$$

Midnatt har vi på jordytan där den lodräta linjen från jordens centrum skär jordytan. Översätter vi nu vinkeln till tid får vi

$$\frac{35}{360} \cdot 24 = 2 \text{ timmar } 20 \text{ minuter}$$

Jorden roterar kring sin axel i samma led som den roterar kring solen d v s den angivna tiden blir efter midnatt. Man kan fråga sig om man också måste ta hänsyn till jordens rotation kring sin axel för beräkningen av meteoritens relativa hastighet. Detta bidrag blir dock litet. Rotationsfarten vid ytan är omkring 0,5 km/s medan jordens fart i banan är omkring 30 km/s. Detta ger en korrektion i tiden av storleksordningen några minuter.



7. För enkelhets skull kan vi anta att fotonerna absorberas av livsfröet. Varje foton ger då fröet en rörelsemängdsändring av W/c . Anta att vi har N stycken fotoner per tid och area. Kraften på fröet blir då

$$\frac{NW}{c} \cdot \pi R^2$$

där R är fröets radie. Produkten NW är solstrålningens effekt/area. Eftersom solen strålar lika i alla riktningar blir effekten per area på avståndet r från solen

$$NW = \frac{P}{4\pi r^2}$$

där P är solens totala effektutstrålning. Detta ger oss

$$\frac{P}{4\pi r^2 c} \cdot \pi R^2$$

Gravitationskraften på ett frö med radien R och densiteten ρ på avståndet r från solen blir

$$\frac{GM}{r^2} \left(\frac{4\pi R^3}{3} \rho \right)$$

där M är solens massa. Sättes krafterna lika får vi (oberoende av avståndet från solen)

$$R = \frac{3P}{16\pi GM\rho c} \approx 0,6 \text{ mm.}$$

8. Kalla antalet roddare för n och båtens fart för v . Den totala framdrivande effekten blir då proportionell mot n . Den framdrivande kraften F multiplicerad med farten ger den totala effekten d v s F proportionell mot n/v eller $F \propto n/v$. Den av skrovet undanträngda vattenvolymen är proportionell mot roddarnas massa d v s mot n . Den våta arean blir då proportionell mot $n^{2/3}$ eftersom volymen är kuben på längskalan och arean kvadraten på längdskalan. Motståndskraften på båten blir därmed proportionell mot $v^2 \cdot n^{2/3}$. Vid kraftjämvikt har vi alltså

$$\frac{n}{v} \propto v^2 n^{2/3}$$

Detta ger

$$v \propto n^{1/9}$$

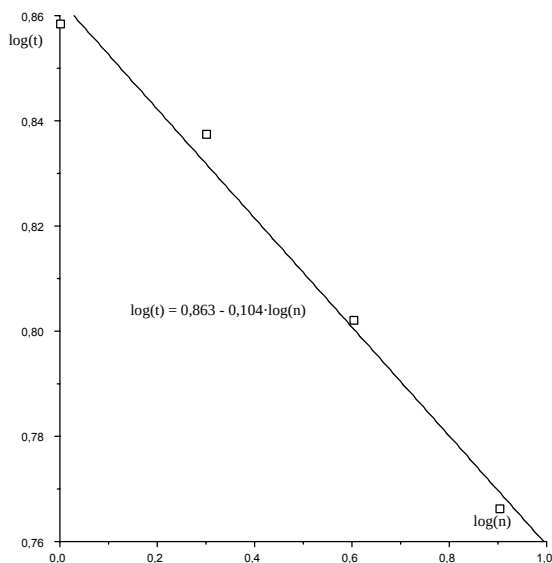
Tiden T för ett lopp är omvänt proportionell mot farten d v s vi har

$$T = C \cdot n^{-1/9} \text{ eller } \log T = \log C - \frac{1}{9} \log n$$

med någon konstant C . Den sista formeln är lämplig att testa modellen med eftersom vi får en rät linje med riktningskoefficienten $-1/9 \approx -0,11$.

Vi behandlar nu data. Vi tar medelvärden för de fyra loppen och får tabellen nedan. Plottar vi nu data logaritmiskt får vi följande diagram

n	T
8	5,84
4	6,34
2	6,88
1	7,22



Riktningskoefficienten på den passade räta linjen stämmer väl med modellen, möjligen kan man ana att den stämmer mindre väl för $n = 1$.

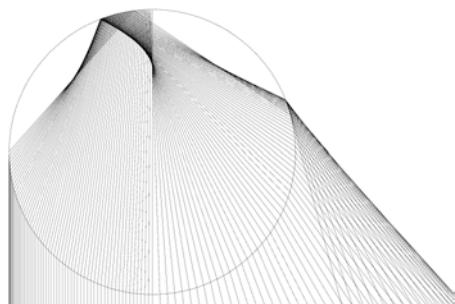
FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

5 februari 1998

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



1. Den vanliga modellen när en kropp glider på ett underlag är att man har en friktionskraft som är proportionell mot normalkraften mellan massan och underlaget. Vi betecknar normalkraften med N , glidsträckan med s och friktionstalet med f . Alla massorna startar med samma fart v . Vi har då energirelationen

$$\frac{mv^2}{2} = fN \cdot s = fmg s$$

Detta ger oss glidsträckan $s = \frac{v^2}{2fg}$

d v s samma glidsträcka oberoende av massa. Tittar vi på mätdata ser vi att med tanke på att massorna varierar med en faktor 20, varierar glidsträckan mycket litet. Den modell vi använt för friktionen måste alltså i detta fall betecknas som god.

2. Rikskilogrammet har på vågen en tyngd av $1 \cdot g - \frac{1}{\rho_{\text{Pt}}} \rho_{\text{luft}} g$ där

$V = \frac{1}{4} \pi d^3$ är kilogrammets volym med $d = 39$ mm. Vi använder Archimedes' princip.

Aluminiumblocket har en tyngd av $m_{\text{Al}} \cdot g - \frac{m_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Al}}} \rho_{\text{luft}} g$

Sättes dessa lika har vi $m_{\text{Al}} \cdot g - \frac{m_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Al}}} \rho_{\text{luft}} g = 1 \cdot g - \frac{1}{\rho_{\text{Pt}}} \rho_{\text{luft}} g$

eller

$$m_{\text{Al}} = \frac{1 - \frac{\rho_{\text{luft}}}{\rho_{\text{Pt}}}}{1 - \frac{\rho_{\text{luft}}}{\rho_{\text{Al}}}}$$

Det relativa felet blir

$$\frac{m_{\text{Al}} - 1}{1} = \frac{\frac{\rho_{\text{luft}}}{\rho_{\text{Al}}} - V \cdot \rho_{\text{luft}}}{1 - \frac{\rho_{\text{luft}}}{\rho_{\text{Al}}}} = \rho_{\text{luft}} \frac{1 - V \cdot \rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Al}} - \rho_{\text{luft}}}$$

Tabellen ger i allmänhet luftens densitet vid 0 °C, 1,293 kg/m³. Vid 20 °C blir luftdensiteten

$$1,293 \cdot \frac{273}{293} \approx 1,205 \text{ kg/m}^3. \text{ Eftersom } \rho_{\text{Al}} \gg \rho_{\text{luft}} \text{ och } V \cdot \rho_{\text{Al}} \approx 0,126, \text{ får vi}$$

$$\text{det relativa felet } \frac{1,205}{2700} \cdot 0,874 \approx 4 \cdot 10^{-4}$$

3. Den av hjärtat utvecklade effekten blir

$$5 \cdot 10^{-3} \cdot 13 \cdot 10^3 / 60 \text{ W} = 1,08 \text{ W}$$

Den i bilbatteriet tillgängliga energin är 12 · 48 · 3600 · 50% J

$$\text{Den tid batteriet kan driva hjärtat blir } \frac{12 \cdot 48 \cdot 3600 \cdot 0,5}{1,08} \text{ s} \approx 11 \text{ dagar}$$

4. En normal människa gör storleksordningen 10 andetag om cirka 2 liter per minut d v s omsätter 0,00033 m³ luft per sekund eller omkring 0,4 g luft per sekund. Om vi antar att luften värms upp från omkring 20 °C till omkring 40 °C och använder att luftens specifika värmekapacitet är 1,00 kJ/(kg·K), kommer andningsluften att uppta omkring 10 W.

Andningsluften klarar alltså inte av kylningen och därmed verkar Aristoteles modell vara dålig. Vi bör dock ta hänsyn till att utandningsluften innehåller vattenånga från vatten som förångats i lungorna. Låt oss anta att inandningsluften är helt torr och utandningsluften mättad med vattenånga. Mättad vattenånga av 40 °C innehåller enligt tabell omkring 50 g vatten per m³ d v s vi andas då ut cirka 15 mg vatten. Vattnets ångbildningsvärme är 2,26 MJ/kg d v s utandningen av vattenånga innebär en energiavgång med omkring 30 J/s. Inte heller detta räcker för effekten 200 W. Aristoteles modell kan alltså inte vara riktig. (För en hund, som inte kan svettas, är däremot utandningen av vattenånga ett väsentligt sätt att reglera temperaturen, hunden flämtar när den är varm.)

5. Ur figuren har vi

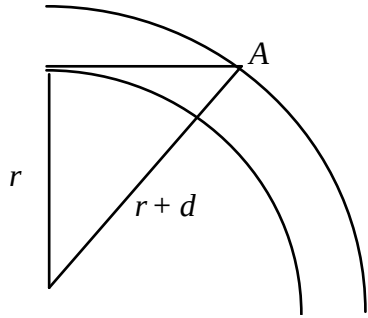
$$\sin A = \frac{r}{r+d}$$

För att fibern skall fungera som ljusledare måste vi ha totalreflexion vid A d v s

$$\sin A = \frac{r}{r+d} > \frac{1}{n}$$

eller

$$r > \frac{d}{n-1}$$



6. Låt oss starta med en vattenkub med en sida av 0,1 m d v s med en massa av 1 kg. Arealen av denna kub är $6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$. Låt oss nu dela upp denna volym i ett antal småvolymmer vardera med kantlängden L . Vardera av dessa småvolymmer har arean $6 \cdot L^2$. Vi får $0,1^3 / L^3$ stycken småvolymmer d v s den

$$\text{totala arean blir } \frac{0,1^3}{L^3} \cdot 6 \cdot L^2 = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{L}$$

Ökningen i area vid uppdelningen i småvolymmer blir alltså

$$\frac{6 \cdot 10^{-3}}{L} - 6 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{L} - 10 \right) \approx 6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{L}$$

eftersom L kan antas vara mycket litet. Ökningen i ytenergi skall vara lika

$$\text{med vattnets ångbildningsvärme vilket ger } 6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{L} \cdot 0,072 = 2,26 \cdot 10^6$$

eller $L \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, vilket alltså blir vår uppskattning av vattenmolekylens storlek. Resultatet är av rimlig storleksordning.

7. Den i slingan inducerade spänningen blir

$$U = \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt} = 3,14 \cdot 0,1^2 \cdot \frac{5-0}{0,4} \text{ V} = 0,4 \text{ V}$$

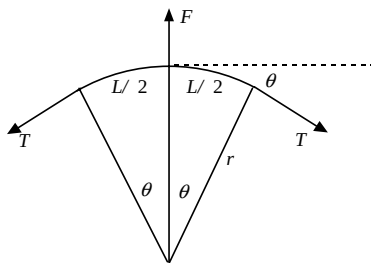
a) Strömmen i slingan blir då 4 A.

b) Det magnetfält som denna ström ger upphov till (riktat åt samma håll som det yttre pålagda magnetfältet eftersom detta minskar) blir

$$B_{\text{ind}} = \frac{\mu_0 I}{2r} \approx 25 \mu\text{T}$$

vilket i sammanhanget är försumbart. Om magnetfältet är riktat in i pappret kommer strömmen i slingan att gå medsols i figuren nedan.

c) Det yttre magnetfältet kommer på grund av strömmen att medföra att slingan påverkas med en radiell kraft utåt. Denna kraft blir maximalt (i början) $4,5 \text{ N} = 20 \text{ N}$ per längd. Studera en liten bit av slingan med längden L enligt figuren



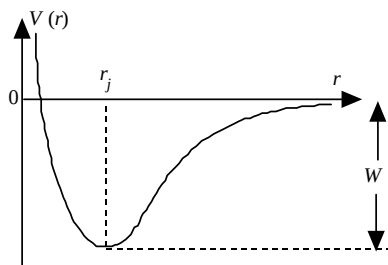
Vi har vid kraftjämvikt $2T \sin \theta = F$ eller eftersom vi kan välja vinkeln θ liten

$$2T\theta = 2T \frac{L}{2r} = F$$

$$\text{eller } T = \frac{F}{L} r = 20 \cdot 0,1 \text{ N} = 2,0 \text{ N}$$

Slingan håller.

8. Vi skissar den potentiella energin



Jämviktsavstånd har vi när potentialen har minimum eller

$$0 = \frac{dV}{dr} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{9C}{r^{10}} \quad \text{eller} \quad C = \frac{e^2 r_j^8}{36\pi\epsilon_0}$$

där r_j är jämviktsavståndet givet i texten.

Energien W att bryta bindningen blir

$$\begin{aligned} W &= 0 - V(r_j) = \\ &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_j} - \frac{C}{r_j^9} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_j} - \frac{e^2 r_j^8}{36\pi\epsilon_0 r_j^9} = \frac{2e^2}{9\pi\epsilon_0 r_j} = 6,8 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,3 \text{ eV} \end{aligned}$$

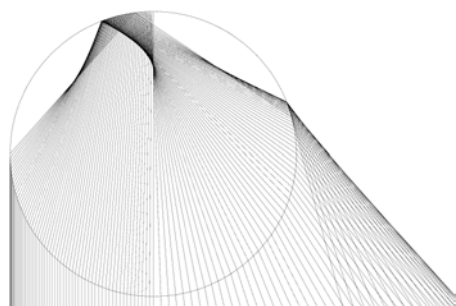
FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

4 februari 1999

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



1. Hela bredden av ljudspåren är av storleksordningen 3-4 cm. Informationen på CD-skivan läses av med laserljus vilket innebär att avståndet mellan spåren måste vara av storleksordningen ljusets våglängd. Man kan också se detta genom att ljudspåren i CD-skivan i reflekterat ljus visar spektralfärger, den fungerar som ett gitter vilket också innebär att avståndet mellan spåren är av samma storleksordning som ljusets våglängd. Vidare är speltiden av en CD-skiva av storleksordningen någon timme. Avståndet mellan spåren blir då av storleksordningen $3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} / (4000 \text{ s} \cdot 10 \text{ varv/s}) \approx 1 \mu\text{m}$.

2. Vi kan göra följande tabell

Antal vikningar	Längsta sidan/mm	Tjocklek/mm
0	297	0,1
1	210	0,2
2	148	0,4
3	105	0,8
4	74	1,6
5	52	3,2
6	37	6,4
7	26	12,8
8	18	25,6
9	13	50
10	9	100

Vi ser att efter 7 vikningar blir tjockleken på det vikta pappret av samma storleksordning som papprets längsta sida och det blir omöjligt att fortsätta. Ur tabellen framgår också att om pappret har tjockleken 0,01 mm kommer antalet maximala vikningar att bli omkring 9.

3. Anta att antalet synliga galaxer av typ A och B är respektive N_A och N_B . Vi har

$$Q = \frac{N_A}{N_B}$$

N_B är då antalet ljussvaga galaxer innanför en sfär med radien d_B . Eftersom antalet galaxer är proportionellt mot volymen eller radien i kub kommer antalet galaxer innanför en sfär med radien d_a att vara

$$N_{B,\text{kor}} = N_B \frac{d_A^3}{d_b^3}$$

och den verkliga kvoten mellan antalet galaxer att vara

$$Q_{\text{kor}} = \frac{N_A}{N_{B,\text{kor}}} = \frac{N_A}{N_B} \cdot \frac{d_B^3}{d_A^3} = Q \cdot \frac{d_B^3}{d_A^3}$$

4. Klossens acceleration nedför taket kommer, om friktionstalet är f , att vara $g \sin \alpha - gf \cos \alpha$

Sträckan den skall glida är $\frac{B}{2 \cos \alpha}$

Om vi kallar tiden att glida denna sträcka för t , har vi, eftersom klossen startar från vila

$$\frac{B}{2 \cos \alpha} = \frac{g \sin \alpha - gf \cos \alpha}{2} \cdot t^2$$

eller

$$t = \sqrt{\frac{B}{g}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}}$$

Vi skall nu minimera t . Eftersom detta ger besvärliga räkningar *maximerar* vi i stället funktionen

$$F(\alpha) = \cos \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha - \frac{1}{2} f (1 + \cos 2\alpha)$$

Villkoret $\frac{dF}{d\alpha} = 0$ ger direkt $\cot 2\alpha = -f$.

Insättning av $f = 0,1$ ger $\alpha \approx 48^\circ$. Numerisk lösning på t ex grafitande räknare är naturligtvis fullt acceptabel. Resultatet är ganska okänsligt för värdet på friktionstalet, om detta ligger i intervallet $[0; 0,2]$ kommer takvinkeln att ligga i intervallet $[45^\circ; 51^\circ]$ vilket gör att man kan tro att modellen trots all kan fungera ganska bra.

5. Avplattningen beror på att i ett system som följer med i jordens rotation har vi en centrifugalkraft vid ekvatorn som inte finns vid polen. Beräknar vi kvoten mellan denna centrifugalkraft och gravitationskraften för en masspunkt med massan m på ekvatorn har vi

$$\frac{4\pi^2 R_j m}{T_j^2} \bigg/ \frac{GmM_j}{R_j^2} = \frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 GM_j}$$

där R_j är jordradien, M_j jordens massa, T_j jorddygnets längd och G gravitationskonstanten. Stoppa vi in siffror får denna storhet värdet 0,0034 d v s ganska noga 1/300.

Studera nu pulsaren.

Solmassan = pulsarens massa är cirka $3 \cdot 10^5$ gånger jordmassan.

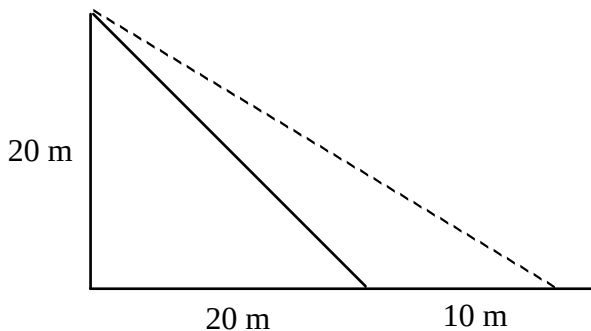
Pulsarens radie är $10^4 / 6,37 \cdot 10^6 \approx 1,6 \cdot 10^{-3}$ av jordens radie

Rotationstiden $20 \cdot 10^{-3} / 86\,400 \approx 2,3 \cdot 10^{-7}$ av jordens. Avplattningen kan då uppskattas till

$$\frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 GM_j} \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-3})^3}{(2,7 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 3 \cdot 10^5} = 0,2 \cdot \frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 GM_j}$$

d v s trots den snabba rotationen kan pulsaren förväntas ha en avplattning som är 1/5 av jordens.

6. Informationen i texten medför att höjden och djupet på ett trappsteg kan beräknas till 0,22 m. För att få en reflex från understa trappsteget skall detta avstånd motsvara en halv våglängd hos ljudet. Om vi antar en ljudfart på 340 m/s blir frekvensen cirka 770 Hz. Tiden för ljuset att gå fram och tillbaka blir 60 ms. Vi studerar nu ljudets reflexion från de översta trappstegen



Avståndet till det översta trappsteget blir med Pythagoras sats

$$\sqrt{20^2 + 30^2} \approx 36,06 \text{ m} . \text{ Avståndet till det näst översta steget blir}$$

$$\sqrt{(20 - 0,22)^2 + (30 - 0,22)^2} \approx 35,75 \text{ m} . \text{ Våglängden på det reflekterade}$$

Ljudet blir då $(36,06 - 35,75) \text{ m} = 0,31 \text{ m}$ vilket ger en frekvens av cirka 550 Hz. Tiden för ljudet att gå fram och tillbaka blir omkring 210 ms. Ekot kommer alltså att börja som en ton med en frekvens av cirka 770 Hz som efterhand sjunker i tonhöjd och slutar med en frekvens av 550 Hz. Hela förloppet tar cirka 0,15 sekunder.

7. a) Resistansen i det ledande materialet mellan plattorna ges av $R = \rho \frac{d}{A}$ där ρ är materialets resistivitet, d avståndet mellan plattorna och A plattornas area. Eftersom plattkondensatorns kapacitans är $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ får vi direkt $R = \frac{\epsilon_0 \rho}{C}$.

b) Spänningen mellan kulorna ges av $U = \frac{|q|}{2\pi\epsilon_0 r}$ vilket innebär att kapacitansen blir $C = \frac{|q|}{U} = 2\pi\epsilon_0 r$.

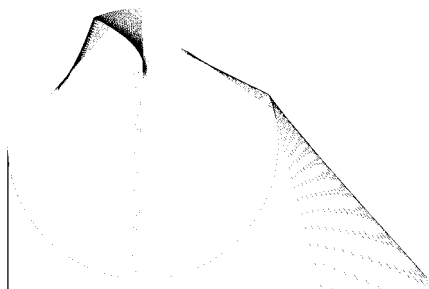
Sättes detta in i sambandet i a) får man $R = \frac{\epsilon_0 \rho}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho}{2\pi r}$

eller $\rho = 2\pi rR$. Resistiviteten är direkt proportionell mot den uppmätta resistansen.

8. Den i slingan inducerade spänningen blir $U = \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$ där r är slingans radie och B den magnetiska flödestätheten i slingan. Strömmen i slingan blir då $I = \frac{U}{R} = \frac{\pi r^2}{R} \cdot \frac{dB}{dt}$, där R är slingans resistans. Den inducerade strömmen kommer att ha en riktning sådan att den horisontella komponenten av magnetfältet försöker lyfta ringen. Lyftkraften blir

$$B \cdot \sin 10^\circ \cdot 2\pi r \cdot I = \sin 10^\circ \cdot \frac{2\pi^2 r^3}{R} \cdot B \cdot \frac{dB}{dt} = \sin 10^\circ \cdot \frac{2\pi^2 r^3}{R} \cdot k^2 \cdot t$$

När lyftkraften blir lika stor som tyngdkraften lyfter ringen. Insättning av numeriska värden ger $t = 12 \text{ ms}$.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

3 februari 2000

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. a) Den vattenmängd som passerar slangen per sekund måste också passera något av de 18 hålen.

Den vattenmängd som passerar slangen per sekund ges av

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v \approx \pi \cdot 0,005^2 \cdot 0,5 \approx 3,93 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Denna vattenmängd passerar också de 18 hålen med hastigheten v

$$V = 18 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v \approx 18 \cdot \pi \cdot 0,001^2 \cdot v$$

Detta ger $v = 0,694 \text{ m/s}$ som alltså utgör vattnets hastighet då det strömmar ut ur hålen i duschmunstycket.

Svar: $0,69 \text{ m/s}$

b) Den kinetiska energin före är

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2} = \frac{1000 \cdot 3,93 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5^2}{2} \approx 4,9 \text{ mJ}$$

för den vattenmängd som passerar slangen per sekund.

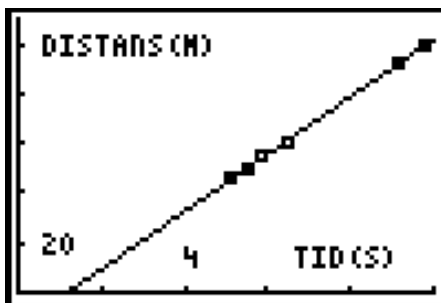
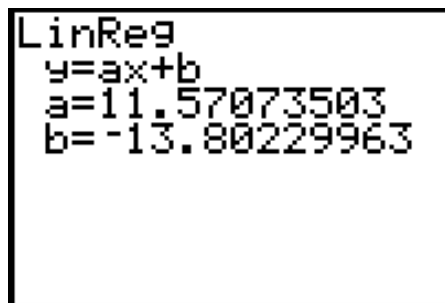
Den kinetiska energin efter blir

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2} = \frac{1000 \cdot 18 \cdot \pi \cdot 0,001^2 \cdot 0,693 \cdot 0,693^2}{2} \approx 9,4 \text{ mJ för}$$

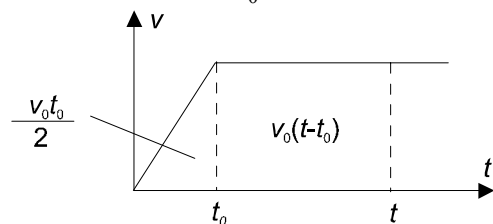
samma vattenmängd.

Svar: Den kinetiska energin hos vattnet har ökat på grund av det arbete som vattentrycket har utövat på det då det pressats ut ur duschen.

2. Rita distansen som funktion av tiden och anpassa en rät linje till punkterna. Riktningkoefficienten för denna linje motsvarar den konstanta hastigheten $v_0 = 11,57 \text{ m/s}$. Bilderna nedan på det grafiska fönstret av en räknare visar resultaten.



För att bestämma t_0 och a använder vi oss av följande diagram.



Distansen, s , blir enligt diagrammet $s = \frac{v_0 t_0}{2} + v_0(t - t_0) = v_0 t - \frac{v_0 t_0}{2}$.

Eftersom värdet på b i $s = v_0 t - \frac{v_0 t_0}{2}$ motsvarar $-\frac{v_0 t_0}{2}$ och $v_0 = 11,57 \text{ m/s}$ kan nu t_0 beräknas till 2,4 s.

Slutligen beräknas accelerationen $a = \frac{v_0}{t_0} = \frac{11,57}{2,4} \approx 4,8 \text{ m/s}^2$.

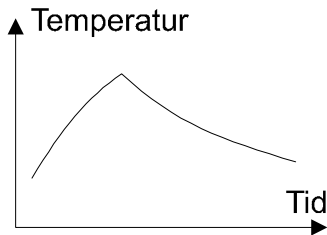
Svar: $v_0 = 11,6 \text{ m/s}$, $t_0 = 2,4 \text{ s}$ och $a = 4,8 \text{ m/s}^2$.

3. Lutningen på grafen strax före "brytpunkten" gör det möjligt att bestämma ett värde på den instrålade nettoeffekten $P_{\text{netto}} = P_{\text{in}} - P_{\text{ut}}$. Lutningen på grafen efter brytpunkten gör det möjligt att bestämma den utstrålade effekten P_{ut} . Vi kan beräkna $P_{\text{netto}} = \frac{\Delta W_{\text{netto}}}{\Delta t} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T_1}{\Delta t}$ där c är kaffets specifika värmekapacitet, m kaffets massa och ΔT_1 temperaturhöjningen under tiden Δt . På samma sätt kan vi bestämma den utstrålade effekten

$P_{\text{ut}} = \frac{\Delta W_{\text{ut}}}{\Delta t} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T_2}{\Delta t}$. Det är lämpligt att välja förhållandevis små temperaturskillnader eftersom beräkningarna förutsätter linjära förlopp.

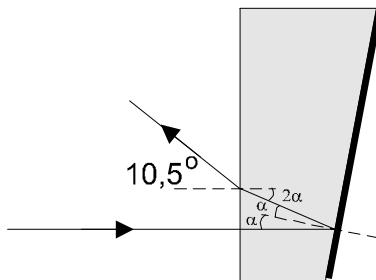
Den instrålade effekten kan beräknas ur $P_{\text{in}} = P_{\text{netto}} + P_{\text{ut}}$.

Den area av provröret som utsätts för strålningen blir $A = d \cdot h$ där d är provrörets diameter och h är kaffepelarens höjd.



Instrålningens effekt per kvadratmeter ges av $\frac{P_{\text{in}}}{A}$.

4. Följ en infallande stråle som är vinkelrät mot den främre glasytan.



Då denna möter den bakre reflekterande glasytan blir infallsvinkeln, α - densamma som vinkeln mellan de båda glasytorna. Efter reflexionen mot den speglade baksidan når strålen den främre glasytan med infallsvinkeln 2α . Brytningsvinkeln i denna ytan är $10,5^\circ$. Då ger brytningslagen

$$n \cdot \sin(2\alpha) = \sin 10,5^\circ \quad \text{som ger} \quad \sin(2\alpha) = \frac{\sin 10,5^\circ}{1,5} \quad \text{vilket motsvarar}$$

$$\alpha \approx 3,5^\circ.$$

Anmärkning: Eftersom vinklarna är små kan vi med god noggrannhet säga att den sökta vinkeln är en tredjedel av den uppmätta vinkeln $10,5^\circ$.

Svar: Vinkeln mellan de båda sidoytorna är $3,5^\circ$.

5. Energiprincipen ger $mg y + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$ d v s $y = \frac{1}{2g}(v_{\max}^2 - v^2)$

Enligt texten är $x = A \sin \omega t \Rightarrow v_x = A \omega \cos \omega t \Rightarrow v_{x \max} = A \omega$

För små svängningar gäller $v \approx v_x$ och $v_{\max} = v_{x \max}$.

Detta ger

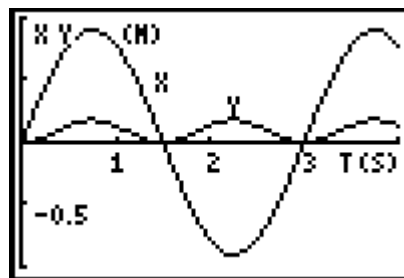
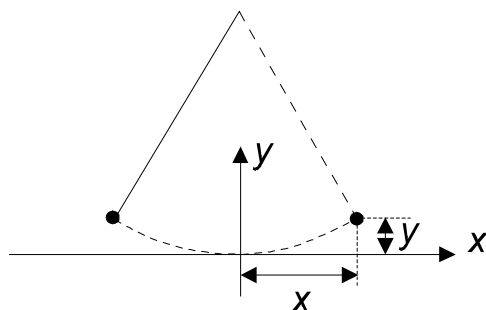
$$y = \frac{1}{2g}(A^2 \omega^2 - A^2 \omega^2 \cdot \cos^2 \omega t) = \frac{A^2 \omega^2}{2g}(1 - \cos^2 \omega t) = \frac{A^2 \omega^2}{2g} \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

I det sista ledet har övergång till dubbla vinkeln skett.

Det erhållna uttrycket förenklas så till sist till

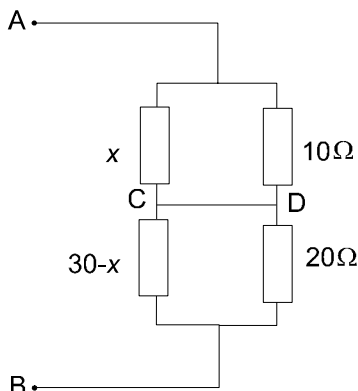
$$y = \frac{A^2 \omega^2}{4g}(1 - \cos 2\omega t) \approx 0,090(1 - \cos 4,19t) \text{ m}$$

Diagrammet visar de båda graferna för läget i x-led respektive y-led.



Svar: $y = 0,090(1 - \cos 4,19t) \text{ m}$

6. Kopplingen är likvärdig med nedanstående kopplingsschema.



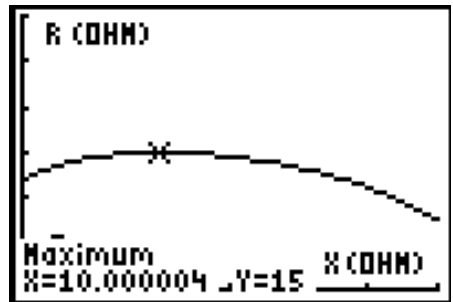
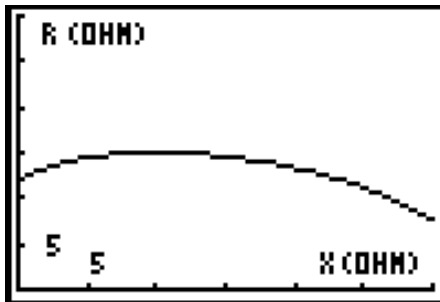
Eftersom punkterna C och D har samma potential kan vi se kretsen som en seriekoppling av två parallellkopplingar. För de två parallellkopplingarna gäller

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{10} \quad \text{och} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{(30-x)} + \frac{1}{20}$$

som tillsammans ger

$$R = R_1 + R_2 = \frac{10x}{10+x} + \frac{(30-x) \cdot 20}{50-x}$$

Om denna grafen ritas erhålls diagrammet nedan. Maximum bestäms med hjälp av räknaren. Resultatet framgår av den högra bilden.



Svar: Den maximala resistansen blir 15 Ω och erhålls då x väljs till 10 Ω.

Vi kan naturligtvis också lösa problemet genom att derivera R med avseende på x .

$$\frac{dR}{dx} = \frac{100}{(10+x)^2} - \frac{400}{(50-x)^2}$$

Om derivatan sätts lika med noll fås lösningarna $x_1 = 10$ och $x_2 = -70$. Av dessa lösningar är det endast den första som är intressant. Om funktionsvärdet på R undersöks för x lika med noll, 10 respektive 30 Ω kan vi också övertyga oss om att det är ett maxvärde då x är 10 Ω.

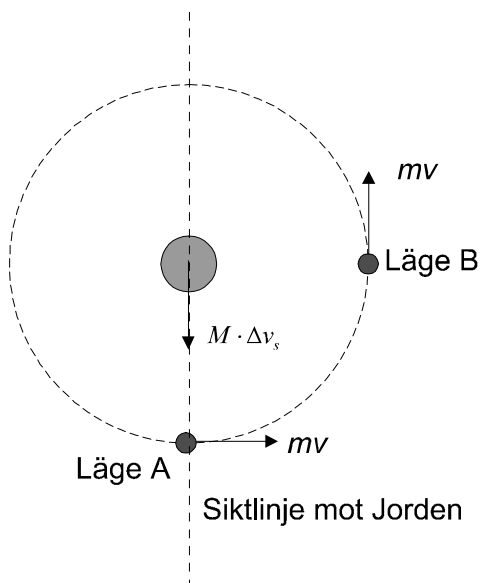
$x(\Omega)$	$R(\Omega)$
0	12
10	15
30	7.5

7. Med hjälp av gravitationen, som utgör centripetalkraft i planetens rörelse kring Gliese 86 kan planetens avstånd, r , till stjärnan bestämmas med hjälp av gravitationslagen. Planetens massa är m och Gliese har massan M som enligt texten är 0,79 solmassor vilket enligt tabellverk motsvarar $1,57 \cdot 10^{30}$ kg.

Vi utnyttjar också att planetens omloppstid T är 15,8 dygn $\approx 1,365 \cdot 10^6$ s.

$$mr \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \text{ som ger } r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

Insatta värden på G , M och T ger $r = 17 \cdot 10^6$ km.



För att beräkna planetens massa utnyttjar vi att den totala rörelsemängden ska bevaras. Om vi antar att siktlinjen mot Jorden ges av den streckade linjen i figuren nedan ser vi att rörelsemängden i denna riktning avtar med, mv , från läge A till läge B. Då måste rörelsemängden för stjärnan i denna riktning öka med samma belopp, $M \cdot \Delta v_s$.

Hastighetsändringen kan enligt diagrammet avläsas till 0,37 km/s. Planetens massa ges då av uttrycket:

$$m = \frac{M \cdot \Delta v_s}{v}$$

Planetens hastighet v kan beräknas ut sambandet för centripetalkraften:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \text{ som ger } v = \sqrt{\frac{MG}{r}} \approx 78,5 \text{ km/s}$$

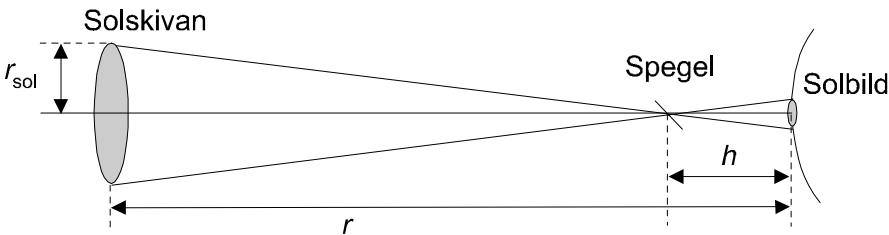
Detta ger i sin tur $m \approx 7,4 \cdot 10^{27} \text{ kg} \approx 3,9$ jupitermassor.

Vi har då förutsatt att planeten och stjärnan rör sig i siktlinjens plan. Om inte så är fallet blir variationen i stjärnans hastighet, Δv_s , större, vilket motsvarar ett högre värde på m enligt sambandet ovan. Det erhållna värdet är alltså en undre gräns för planetmassan.

Svar: Planetens avstånd är $17 \cdot 10^6 \text{ km}$ och dess massa är minst 3,9 jupitermassor.

8. Den belysta arean på jordytan utgörs av solbilden i ”hålkameran”. Solbildens area beräknas ur sambandet – areaskalan är kvadraten på längdskalan.

$$\frac{A_{\text{solbild}}}{A_{\text{sol}}} = \frac{h^2}{(r-h)^2} \approx \frac{h^2}{r^2} \Rightarrow A_{\text{solbild}} = \frac{A_{\text{sol}} \cdot h^2}{r^2} \approx \frac{\pi \cdot (7,0 \cdot 10^8)^2 (4 \cdot 10^5)^2}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} \approx 11 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 11 \text{ km}^2$$



Det ljusflöde som träffar spegeln (hålkamerans öppning) bestäms enligt sambanden nedan där först den area som solljuset möter beräknas

$$A = A_{\text{spegel}} \cdot \cos 45^\circ = \pi \cdot 12,5^2 \cdot \cos 45^\circ \approx 350 \text{ m}^2$$

Det ljusflöde som träffar denna area beräknas med hjälp av belysningen

$$E_{\text{sol}} = 1 \cdot 10^5 \text{ lux}$$

$$\phi = E \cdot A = 1 \cdot 10^5 \cdot 350 = 3,5 \cdot 10^7 \text{ lumen}$$

Detta ljusflöde ska sedan i sin tur fördelas på solbilden – den belysta arean på jordytan vilket ger belysningen E .

$$E = \frac{\phi}{A_{\text{solbild}}} = \frac{3,5 \cdot 10^7}{11 \cdot 10^6} \approx 3 \text{ lux}$$

Den erhållna belysningen kan verka blygsam men den motsvarar belysningen av 13 fullmånar.

Svar: Den belysta ytan blir 11 km² och belysningen från spegeln på jordytan blir 3 lux.

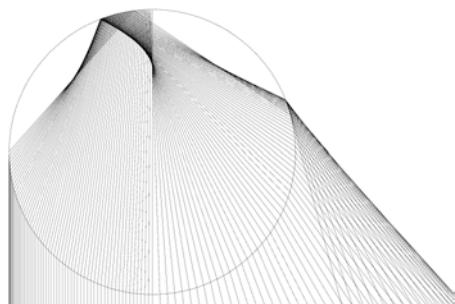
FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

1 februari 2001

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



1. Enligt energiprincipen är det rörelseenergin som bromsas bort i friktionsarbetet. Detta ger sambandet $\frac{mv^2}{2} = \mu mg \cdot s$ där s är bromssträckan.

Om utgångsfarten är 90 km/h = 25 m/s och friktionstalet $\mu = 0,9$ fås

$$s = \frac{v^2}{2\mu g} \approx \frac{25^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 9,82} \approx 35,4 \text{ m}$$

Om utgångsfarten är 90 km/h = 25 m/s och friktionstalet $\mu = 0,7$ fås

$$s = \frac{v^2}{2\mu g} \approx \frac{25^2}{2 \cdot 0,7 \cdot 9,82} \approx 45,5 \text{ m}$$

Skillnaden i inbromsningssträcka blir alltså 10 m.

I båda fallen är medelhastigheten under inbromsningen 12,5 m/s. Skillnaden

$$\text{i sträcka, } 10,1 \text{ m motsvarar alltså } \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10,1}{12,5} \approx 0,8 \text{ s}$$

Svar: Inbromsningssträckan ökar med 10 m eller som Sören Törnkvist formulerar svaret på s 88 i sin bok *Fysik per vers* :

”En glidning lägger 10 meter till
den sträcka, en, vars hjul har kvar sitt grepp,
tillryggalägger. Detta kan förstås
bettyda skillnad mellan liv och död.”

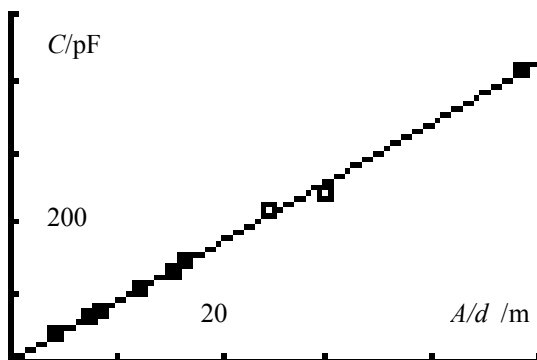
Tidskillnaden blir 0,8 s.

2. Tabellen har kompletterats med beräkningar av areorna samt A/d .
 Hänsyn har tagits till sladdarnas kapacitans genom att deras kapacitans har subtraherats från de uppmätta värden. Sladdarnas kapacitans är ju parallellkopplad med den inkopplade plattkondensatorn.
 För en plattkondensator gäller sambandet

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}.$$

Radie - r /m	Area - A /m ²	Avstånd - d /m	(A/d) /m	C /pF	$C(\text{kor})$ /pF
0,126	0,0499	0,00103	48,42	431	423
0,126	0,0499	0,00167	29,87	248	240
0,126	0,0499	0,00303	16,46	154	146
0,090	0,0254	0,00103	24,71	224	216
0,090	0,0254	0,00167	15,24	136	128
0,090	0,0254	0,00303	8,40	84	76
0,063	0,0125	0,00103	12,11	113	105
0,063	0,0125	0,00167	7,47	71	63
0,063	0,0125	0,00303	4,12	46	38

Det korrigerade värdet på C ritas som funktion av A/d och en rät linje anpassas till mätpunkterna. Om detta görs med hjälp av en grafisk räknare erhålls resultat enligt grafen nedan där den räta linjen har riktningskoefficienten $8,6 \cdot 10^{-12}$. Detta ger $\varepsilon_0 = 8,6 \cdot 10^{-12}$ F/m som skall jämföras med tabellvärdet $8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

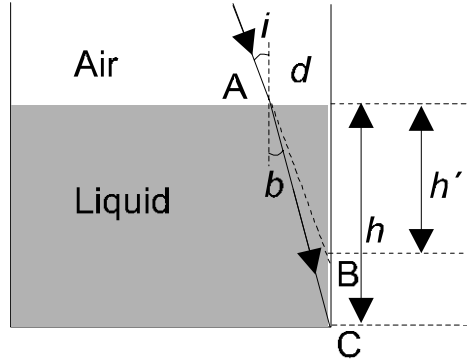


Svar: Mätvärdena ger resultatet $\varepsilon_0 = 8,6 \cdot 10^{-12}$ F/m

3. a) If the angles are small

$$\sin x \approx \tan x$$

$$n = \frac{\sin i}{\sin b} \approx \frac{\tan i}{\tan b} = \frac{\frac{d}{h'}}{\frac{d}{h}} = \frac{h}{h'}$$



b) If $i = 20^\circ$ and the liquid is water we know that

$$b = \arcsin\left(\frac{\sin 20^\circ}{1,33}\right) \approx 14,9^\circ \text{ and}$$

$$\frac{\tan 20^\circ}{\tan 14,9^\circ} \approx 1,37 \text{ which gives an error of } 0,04 \text{ or } 3 \, \%.$$

Svar: a) $n \approx \frac{h}{h'}$

b) The absolute error is 0,04 and the relative error is 3 %.

4. Effekten P är omvänt proportionell mot kretsens resistans R enligt

sambandet $P = \frac{U^2}{R}$ som ger $R = \frac{U^2}{P}$. Resistansen som svarar mot den lägsta effekten ,60 W, kallas R_{60} och med motsvarande beteckningar

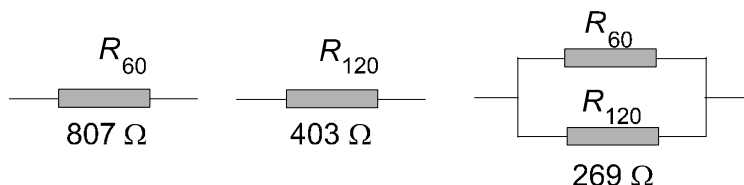
$$\text{fås } R_{120} = \frac{R_{60}}{2} \text{ och } R_{180} = \frac{R_{60}}{3}.$$

Mellan dessa tre resistanser har vi sambandet

$$\frac{1}{R_{60}} + \frac{1}{R_{120}} = \frac{1}{R_{60}} + \frac{2}{R_{60}} = \frac{3}{R_{60}} = \frac{1}{R_{180}}. \text{ Detta betyder att vi får } R_{180} \text{ om vi}$$

parallellkopplar R_{60} och R_{120} . Vi kan alltså få de erforderliga resistanserna med hjälp av R_{60} och R_{120} .

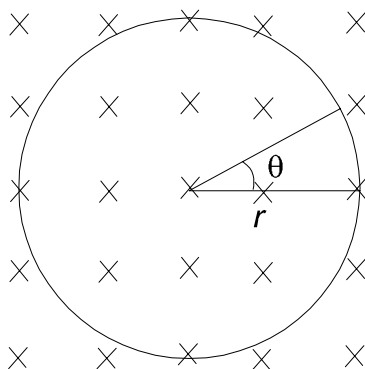
Vi får då $R_{60} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{60} \approx 807 \, \Omega$ och $R_{120} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{120} \approx 403 \, \Omega$ samt $R_{180} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{180} \approx 269 \, \Omega$ som erhålls genom parallellkoppling av R_{60} och R_{120} .



Svar: De två glödtrådarna har resistanserna $807 \, \Omega$ respektive $403 \, \Omega$ då de lyser. Inkopplingen av glödtrådarna sker var för sig eller parallellt för att de tre olika effekterna skall erhållas.

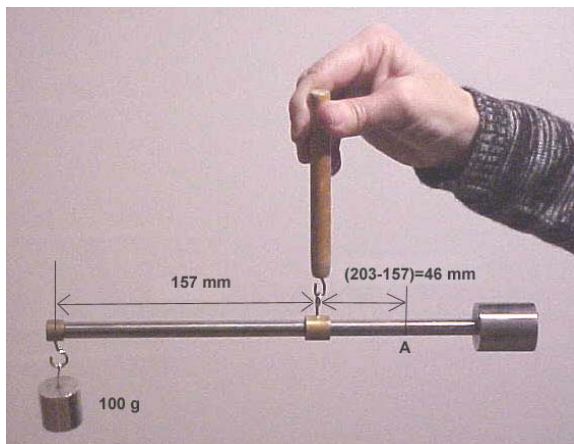
5. I den roterande metallstaven induceras det en spänning enligt sambandet

$$e = \frac{d\phi}{dt} = \frac{B \cdot dA}{dt} = \frac{B \cdot r \cdot r \cdot d\theta}{2dt} = \frac{Br^2}{2} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{0,2 \cdot 0,05^2}{2} \cdot 2 \cdot 2\pi \approx 0,0031 \, \text{V} = 3,1 \, \text{mV}$$



Svar: I den roterande metallstaven induceras det en spänning på $3,1 \, \text{mV}$ mellan ändpunkterna.

6. Besmanets tyngdpunkt finns uppenbarligen i punkten A eftersom jämvikt råder då besmanets handtag är placerat i A och besmanen är obelastat. Besmanets massa kan då bestämmas med hjälp av sambandet mellan kraftmomenten.

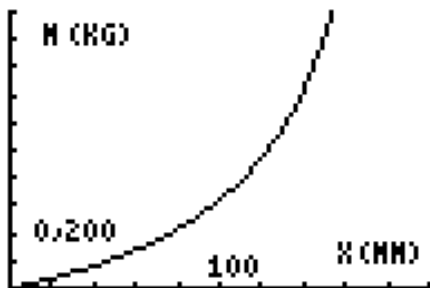


$0,100 \cdot g \cdot 157 = m \cdot g \cdot 46$ som ger besmanets massa

$$m = \frac{0,100 \cdot 157}{46} \approx 0,341 \text{ kg} = 341 \text{ g}.$$

Belastningens massa, m (kg), som funktion av upphängningspunktens avstånd, x (mm), till punkten A ges av sambandet mellan kraftmomenten vid jämvikt.

$m \cdot g \cdot (203 - x) = 0,341 \cdot g \cdot x$ som ger $m = \frac{0,341 \cdot x}{203 - x}$. I detta uttryck gäller att $x < 203$ mm.



Svar: Besmanen väger 0,34 kg och massan ges som funktion av avståndet

av $m = \frac{0,341 \cdot x}{203 - x}$.

7. Eftersom spännkraften är noll i banans högsta punkt utgör tyngden mg centripetalkraften i denna punkt. Detta ger

$$\frac{mv_1^2}{r} = mg \quad \text{som ger}$$

hastigheten i banans högsta punkt $v_1 = \sqrt{rg} \approx 3,13 \text{ m/s}$

eftersom $r = 1,00 \text{ m}$.

Hastigheten i banans lägsta punkt ges av energiprincipen.

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mg \cdot 2r \quad \text{som ger}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 4rg} = \sqrt{rg + 4rg} = \sqrt{5rg} \approx 7,01 \text{ m/s}$$

Hastigheten i en godtycklig punkt i banan ges som funktion av θ enligt energiprincipen.

$$\frac{mv^2}{2} + mgr(1 - \cos \theta) = \frac{mv_2^2}{2} \quad \text{som ger } v = \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos \theta}.$$

Denna funktion skisseras med hjälp av en grafisk räknare för $r = 1,00 \text{ m}$. Den maximala farten $7,01 \text{ m/s}$ fås för vinkeln θ lika med noll och den minsta farten $3,13 \text{ m/s}$ fås för vinkeln $\theta = \pi$.

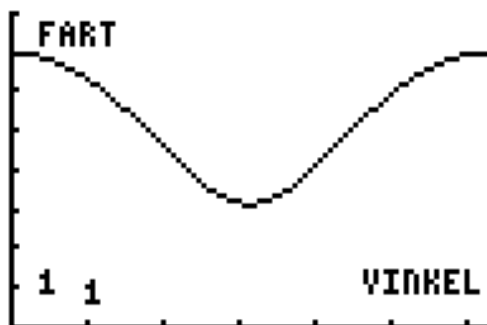
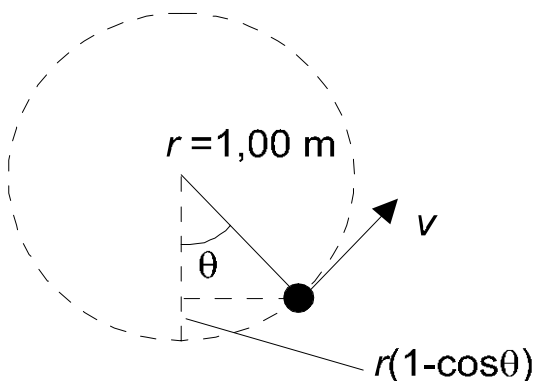
Vi vet att

$$v = r \cdot \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos \theta}$$

som ger

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{r} \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos \theta} \quad \text{eller}$$

$$\frac{dt}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos \theta}} \quad \text{eller}$$



$$dt = \frac{r \cdot d\theta}{\sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos \theta}} \text{ som}$$

integreras under periodtiden T .

$$T = \int_0^T 1 \cdot dt = \sqrt{r} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{3g + 2g \cdot \cos \theta}}$$



Denna integral kan inte lösas

algebraiskt. Numerisk integration med hjälp av räknaren ger $T = 1,288$ s för $r = 1,00$ m

(Integralen kan alternativt beräknas numeriskt med hjälp av ett diagram.)

Svar: Kulans fart ges av uttrycket $v = \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos \theta}$. Den lägsta farten är 3,13 m/s och den högsta farten är 7,01 m/s om $r = 1,00$ m. Omloppstiden är 1,29 s.

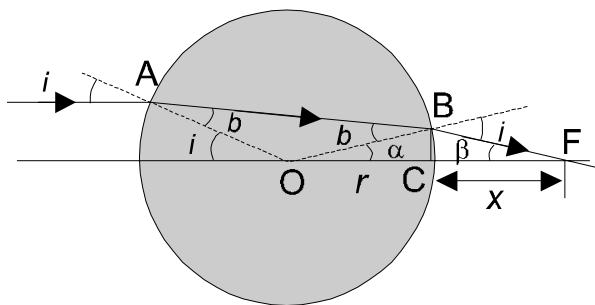
8. Ballongen utgör en bikonvex lins. Om denna skall vara en akustisk samlingslins måste ljudets fart i ballonggasen vara lägre än ljudets fart i luft på samma sätt som ljusets fart är lägre i glas än i luft. Ljudets fart är lägre i koldioxid än i luft men högre i helium än i luft. Detta framgår av tabellverk

men vi kan också inse det med hjälp av sambandet $\frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}$ där m är

molekylmassan och v molekylernas medelfart. Eftersom molekylmassan för koldioxidmolekylen CO_2 är högre än motsvarande massa för N_2 och O_2 är medelfarten lägre i koldioxiden vilket medför en lägre ljudhastighet.

Med hjälp av tabellen kan brytningsindex för ljud i koldioxid i förhållande

till luft bestämmas till $n = \frac{v_{\text{luft}}}{v_{\text{koldioxid}}} = \frac{331}{260} \approx 1,27$.



I figuren ovan följs en axelparallell, central stråle mot brännpunkten F.

Det gäller att $\alpha = \pi - i - (\pi - 2b) = 2b - i$ och

$\beta = i - \alpha = i - (2b - i) = 2i - 2b$ (Yttersvinkelsatsen.)

Om nu vinkeln i är liten (central stråle) gäller för BC.

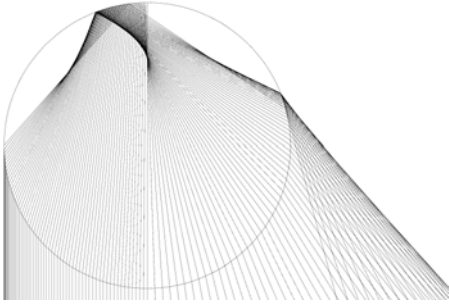
$BC \approx r \cdot \alpha$ och $BC \approx x \cdot \beta$ vilket ger $x = r \frac{\alpha}{\beta}$.

$$OF = r + x = r + r \frac{\alpha}{\beta} = r \left(1 + \frac{2b - i}{2i - 2b} \right) = r \left(\frac{i}{2(i - b)} \right) = r \left(\frac{\frac{i}{b}}{2 \left(\frac{i}{b} - 1 \right)} \right) = \frac{rn}{2(n - 1)}$$

Med insatt värde på brytningsindex $n = 1,27$ och $r = 0,15$ m för den akustiska koldioxidlinsen fås brännvidden

$$OF = \frac{rn}{2(n - 1)} = \frac{0,15 \cdot 1,27}{2 \cdot 0,27} \approx 0,35 \text{ m} \text{ d v s } 20 \text{ cm utanför ballongen.}$$

Svar: Ballongen måste innehålla koldioxid och brännpunkten för centrala strålar ligger 20 cm utanför ballongens yta vilket betyder att brännvidden är 35 cm.



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

7 februari 2002

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1 a) Strömmen i kretsen kan beräknas med hjälp av $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$ där

$$U = 10,0 \text{ V.}$$

Spänningen över resistorn blir då

$$U_1 = R_1 \cdot I = \frac{R_1 \cdot U}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10}{(2 + 3) \cdot 10^3} \text{ V} = 4,0 \text{ V}$$

b) Laddningarna på de seriekopplade kondensatorerna är lika stora. Vi får alltså med hjälp av $Q = CU$ sambandet

$$C_1 U_1 = C_2 U_2.$$

Vi vet vidare att $U_1 + U_2 = U$ som ger $U_2 = U - U_1$ där $U = 10,0 \text{ V}$.

Dessa samband ger $C_1 U_1 = C_2 (U - U_1)$ som ger

$$U_1 = \frac{C_2 U}{C_1 + C_2} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{(2 + 3) \cdot 10^{-6}} \text{ V} = 6,0 \text{ V}$$

c) Enligt uppgifterna a) och b) måste spänningen delas så att

$$U_1 = \frac{R_1 \cdot U}{R_1 + R_2} = \frac{C_2 \cdot U}{C + C_2} \text{ som ger}$$

$$C = \frac{C_2 (R_1 + R_2)}{R_1} - C_2 = \frac{C_2 \cdot R_1}{R_1} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 7,0 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3} \text{ F} = 4,2 \mu\text{F}$$

Svar: a) 4,0 V

b) 6,0 V

c) 4,2 μF

2. The sun subtends an angle, α , given by the diameter, d , of the sun and the distance, s , to the sun.

$$\alpha = \frac{d}{s} \approx \frac{2 \cdot 6,96 \cdot 10^8}{1,496 \cdot 10^{11}} \approx 0,0093 \text{ rad}$$

The length of the airliner in the picture is around 16 % of the diameter which means that the airliner subtends an angle of $0,16 \cdot 0,0093 \text{ rad} \approx 0,0015 \text{ rad}$.

This angle can also be written as the length, ℓ , of the airliner divided by the distance, s , which gives

$$\frac{\ell}{s} = 0,0015 \text{ and } s = \frac{\ell}{0,0015} \approx \frac{61}{0,0015} \text{ m} \approx 41 \text{ km}.$$

Answer. The range from the photographer to the airliner is around 4 Swedish mile.

3. a) Loppen har en accelerationssträcka, s , under upphoppet som är omkring 1 mm. Retardationssträckan, h , är 0,5 m eftersom accelerationssträckan, 1 mm, kan försummas i jämförelse med retardationssträckan 0,5 m. Retardationen är g och accelerationen sätts till a .

För upphoppet gäller enligt energiprincipen $\frac{mv^2}{2} = mas$ som ger $v = \sqrt{2as}$.

För inbromsningen gäller enligt energiprincipen $\frac{mv^2}{2} = mgh$ som ger $v = \sqrt{2gh}$.

Detta ger $2as = 2gh$ d v s $a = \frac{gh}{s} \approx \frac{500}{1} g \approx 500g \approx 5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

b) Accelerationssträckan för en människa vid ett upphopp fås genom knäböjning. Vi uppskattar med hjälp av detta accelerationssträckan till 0,3 m ($s = 0,3 \text{ m}$). Det motsvarar enligt sambanden ovan en höjd h som ges av

$$h = \frac{sa}{g} \approx \frac{0,3 \cdot \frac{500}{1} \cdot g}{g} \text{ m} \approx 1,5 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Svar:

a) Loppans acceleration är $5 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$.

b) En människa skulle med denna acceleration under upphoppet hoppa cirka 150 m högt!

4. Den tillförda energin under tiden 22,0 minuter används för att värma upp vätskan och kompensera för värmeövergången till omgivningen. Denna värmeövergång är lika stor vid båda försöken eftersom vätskans temperatur är densamma - liksom omgivningens.

Vi inför beteckningarna:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = 4,00 \cdot 3,90 \text{ W} = 15,6 \text{ W}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = 4,40 \cdot 4,25 \text{ W} = 18,7 \text{ W}$$

$$m_1 = 0,680 \text{ kg}, m_2 = 0,825 \text{ kg}, \Delta T = (22,0 - 10,0)^\circ \text{C} = 12^\circ \text{C}$$

$$\text{och } t = 22 \cdot 60 \text{ s} = 1320 \text{ s}$$

c är vätskans specifika värmekapacitet och Q är värmets som går över till omgivningen under 22,0 minuter.

Energiprincipen ger då för de båda försöken ekvationerna.

$$\begin{cases} P_1 \cdot t = Q + m_1 c \cdot \Delta T \\ P_2 \cdot t = Q + m_2 c \cdot \Delta T \end{cases}$$

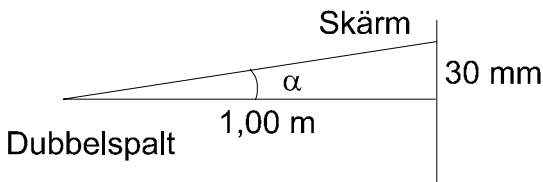
Ur detta ekvationssystem löses c ut.

$$c = \frac{(P_2 - P_1)t}{(m_2 - m_1)\Delta T} = \frac{(18,7 - 15,6) \cdot 1320}{(0,825 - 0,680) \cdot 12} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 2353 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 2,35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Svar: Vätskans specifika värmekapacitet är 2,35 kJ/(kg·K).

5. a) Om spaltavståndet är d gäller för den tionde ordningens maximum

$$d \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \lambda.$$



$$\text{Vinkeln } \alpha \text{ kan beräknas ur sambandet } \tan \alpha = \frac{30 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,030 \approx \sin \alpha$$

eftersom vinkel är liten. Ur detta följer att

$$d \cdot 0,030 = 10 \cdot 600 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad \text{d v s } d = 0,20 \text{ mm}.$$

b) Låt den stråle som har den kortaste vägen fördröjas av filmen. Det betyder att den optiska vägen genom filmen måste vara 10 våglängder längre än den optiska vägen genom motsvarande luftskikt. Optisk väg definieras som $n \cdot d$ där n är brytningsindex och d är geometrisk väg. Detta ger sambandet

$$10\lambda = n \cdot d - 1 \cdot d \quad \text{d v s}$$

$$n = \frac{10 \cdot \lambda}{d} - 1 = \frac{10 \cdot 600 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{20 \cdot 10^{-6} \text{ m}} + 1 = 0,30 + 1 = 1,30$$

Svar: a) Spaltavståndet är 0,20 mm. b) Brytningsindexet är 1,30

6. Under bollens stigtid påverkas den av den retarderande tyngdkraften och luftmotståndskraften. Dessa båda krafter samverkar under stigtiden. Under falltiden har de motsatta riktningar eftersom luftmotståndet alltid är riktat mot rörelseriktningen. Detta ger en större retardation, r , under stigtiden än motsvarande acceleration, a , under falltiden. Eftersom utgångsfarten i båda fallen är noll gäller för fall- respektive stighöjden, h

$$h = \frac{r \cdot t_{\text{stig}}^2}{2} = \frac{a \cdot t_{\text{fall}}^2}{2}$$

om retardationen respektive accelerationen antas vara konstanta. Detta är dock inte sant eftersom luftmotståndet ökar med farten.

Eftersom $r > a$ måste $t_{\text{stig}} < t_{\text{fall}}$.

Svar: Stigtiden är kortare än falltiden.

7. Antag att bollen har massan m och att "foten" (Det är ju egentligen inte bara foten utan en del av benet också.) har massan M där $M \gg m$. Vi antar vidare att fotens hastighet före stöten är u_1 och u_2 efter stöten. Bollens hastighet före stöten, 12 m/s, betecknas v . Villkoren för en elastisk stöt med bevarande av rörelsemängd och energi ger sambanden

$$\begin{cases} m \cdot v + M \cdot u_1 = m \cdot 0 + M \cdot u_2 \\ \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{M \cdot u_1^2}{2} = \frac{m \cdot 0^2}{2} + \frac{M \cdot u_2^2}{2} \end{cases} \quad \text{som ger} \quad \begin{cases} \frac{m}{M} v + u_1 = u_2 \\ \frac{m}{M} v^2 + u_1^2 = u_2^2 \end{cases}$$

Med hjälp av den första ekvationen fås $u_2 = u_1 + \frac{m}{M}v$ som sätts in i den andra ekvationen.

$$\frac{m}{M}v^2 + u_1^2 = \left(u_1 + \frac{m}{M}v\right)^2 \text{ som ger } \frac{m}{M}v^2 + u_1^2 = u_1^2 + 2u_1 \frac{m}{M}v + \frac{m^2}{M^2}v^2.$$

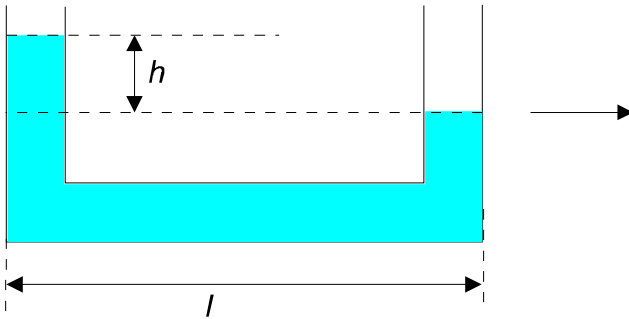
Det senaste uttrycket kan förenklas till

$$v^2 = 2u_1v + \frac{m}{M}v^2 \text{ som ger } u_1 = \frac{v}{2}\left(1 - \frac{m}{M}\right) \approx \frac{v}{2} = \frac{12}{2} \text{ m/s} = 6 \text{ m/s eftersom}$$

$$m \ll M.$$

Svar: Foten skall alltså röra sig i samma riktning som bollen med hastigheten 6 m/s före stöten för att bollen skall få hastigheten noll efter stöten.

8. a) Vätskan i den nedre horisontella delen av röret påverkas under accelerationen av en kraft som ges av tryckskillnaden Δp mellan de båda vätskepelarna. Den vätskepelare som ”går först” kommer att vara lägst.



Den accelererande kraften F ges av $F = \Delta p \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$. (A är tvärsnittsarean.)

Den massa som accelereras av denna kraft är $m = A \cdot l \cdot \rho$.

Enligt Newtons andra lag gäller $F = m \cdot a = A \cdot l \cdot \rho \cdot a$ som tillsammans med kraften ovan ger

$$\rho \cdot g \cdot h \cdot A = A \cdot l \cdot \rho \cdot a \text{ som efter förenkling ger } h = \frac{l \cdot a}{g}.$$

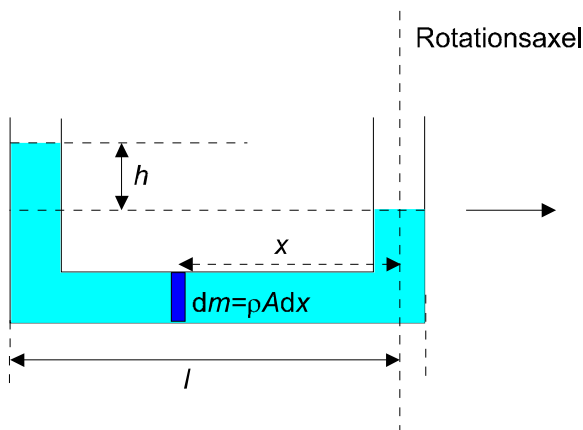
b) Den resulterande tryckkraften utgör i detta fall centripetalkraft

$$F_c = \Delta p \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A.$$

Olika delar av den horisontella vätskan har olika centripetalaccelerationer eftersom $a_c = x \cdot \omega^2$

Den resulterande kraften blir därför $F_c = \int_0^l x \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot A \cdot dx = \frac{l^2 \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot A}{2}.$

Detta ger $\frac{l^2 \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot A}{2} = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$ som ger $h = \frac{l^2 \cdot \omega^2}{2g}$



Svar:

a) $h = \frac{l \cdot a}{g}$ och b) $h = \frac{l^2 \cdot \omega^2}{2g}.$

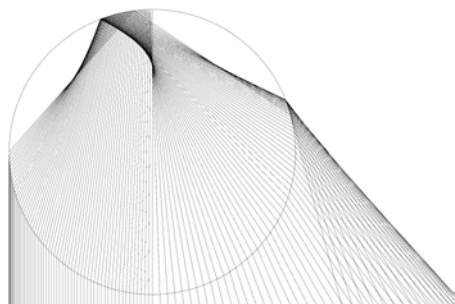
FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

6 februari 2003

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET



1. a) Effekten i antennen kan beräknas med hjälp av sambandet

$$P = RI^2 = (0,07 + 2,60) \cdot 100^2 \text{ W} \approx 26,7 \text{ kW}$$

Andelen strålningseffekt ges av kvoten

$$\frac{0,07 \cdot 100^2}{(0,07 + 2,60) \cdot 100^2} \approx 0,026 = 2,6\%$$

b) Strömmen genom strålningsmotståndet blir då enligt Kirchhoffs strömlag 600 A. Effekten i multipelantennen kan då skrivas

$$P = 0,07 \cdot 600^2 + 6 \cdot 2,60 \cdot 100^2 \approx 181 \text{ kW}$$

Andelen strålningseffekt ges av kvoten

$$\frac{0,07 \cdot 600^2}{0,07 \cdot 600^2 + 6 \cdot 2,60 \cdot 100^2} \approx 0,139 = 13,9\%$$

Svar: a) Antenneffekten är 27 kW varav 2,6 % är strålningseffekt.

b) Effekten för multipelantennen 181 kW varav 14 % är strålningseffekt.

2. a) The airplane starts at time 5 s and leaves ground at time 35 s (approximately). You can see that it leaves ground since the acceleration suddenly increases because it gets a vertical component.

b) The acceleration time is approximately $(35,5 - 5,0) \text{ s} \approx 30 \text{ s}$. The mean value of the acceleration during this time seems to be around $2,5 \text{ m/s}^2$ according to the diagram. Since the start velocity is zero we have $v = at \approx 2,5 \cdot 30 \text{ m/s} = 75 \text{ m/s}$.

c) The estimated length of the runway is

$$s = v_{\text{mean}} \cdot t = \frac{75}{2} \cdot 30 \text{ m} = 1125 \text{ m} \approx 1,1 \text{ km}$$

Svar: b) The estimated take off velocity is 75 m/s

c) It must be at least 1,2 km.

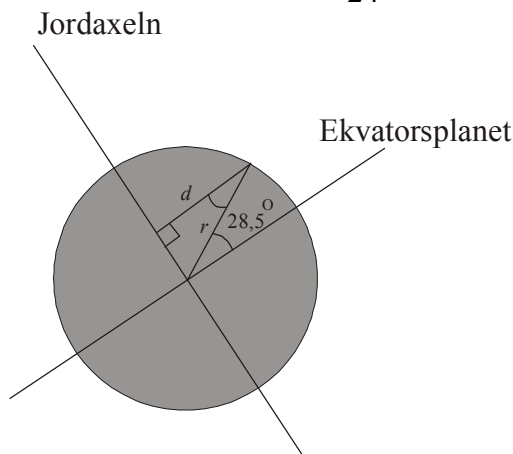
3. a) Jorden roterar ju mot den uppgående solen i öster. Om jordrotationen skall utnyttjas för att ge bärraketens hastighet i färdriktningen måste raketens skjutas ut i jordens rotationsriktning d v s i rakt östlig riktning.

b) Jordens vinkelhastighet ges av $\omega = \frac{2\pi}{T}$ där $T = 24 \text{ h}$.

På $28,5^\circ$ latitud är avståndet, d , till jordens rotationsaxel

$$d = r \cdot \cos 28,5^\circ = 6370 \cdot \cos 28,5^\circ \text{ km} \approx 5,6 \cdot 10^3 \text{ km om jordradien } r = 6370 \text{ km}.$$

Detta motsvarar då hastigheten $v = 5,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{2\pi}{24} \text{ km/h} \approx 1,47 \cdot 10^3 \text{ km/h}$.



Svar: a) I jordrotationens riktning – d v s rakt österut.

b) På latituden $28,5^\circ$ blir hastigheten $1,47 \cdot 10^3 \text{ km/h}$.

4. a) Trycket 120 mm Hg räknas om till pascal

$$p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h = 13600 \cdot 9,82 \cdot 0,12 \text{ Pa} \approx 16 \text{ kPa}$$

Vid fotnivån tillkommer trycket av en blodpelare med den ungefärliga höjden 1,2 m för en vuxen person.

Detta bidrar med ett partialtryck

$$p_{\text{blod}} = \rho_{\text{blod}} \cdot g \cdot h \approx 1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 1,2 \text{ Pa} \approx 12 \text{ kPa}$$

Totaltrycket blir då

$$p_{\text{total}} = (16 + 12) \text{ kPa} = 28 \text{ kPa}$$

b) För effekten P gäller

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot \ell}{t} = \frac{pA\ell}{t} = p \cdot \frac{V}{t}$$

där A är de utgående artärernas tvärsnittsarea och ℓ är den längd blodet drivs framåt av trycket p under tiden t . Blodflödet V/t ges då av

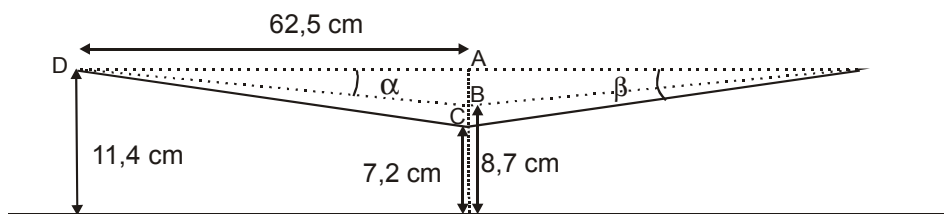
$$\frac{V}{t} = \frac{A \cdot \ell}{t}$$

Med textens värden fås då

$$P = p \cdot \frac{V}{t} = 0,12 \cdot 9,82 \cdot 13600 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{60} \text{ W} \approx 1,3 \text{ W}$$

Svar a) Trycket på fotnivå är 28 kPa b) Hjärtats medeleffekt är 1,3 W.

5. a) Då ström flyter genom koppartråden värms den upp och förlängs. Förlängningen är proportionell mot temperaturökningen och gör det därför möjligt att bestämma trådens temperatur. Den bestämda temperaturen kan sedan användas för att beräkna hur stor effekt som strålar ut från tråden.



Med hjälp av beteckningarna i ovanstående figur gäller

$$\tan \alpha = \frac{AB}{AD} = \frac{11,4 - 8,7}{62,5} = \frac{2,7}{62,5} \Rightarrow \alpha \approx 2,474^\circ \Rightarrow$$

$$DB = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{2,7}{\sin 2,474^\circ} \text{ cm} \approx 62,549 \text{ cm}$$

$$\tan \beta = \frac{AC}{AD} = \frac{11,4 - 7,2}{62,5} = \frac{4,2}{62,5} \Rightarrow \beta \approx 3,844^\circ \Rightarrow$$

$$DC = \frac{AC}{\sin \beta} = \frac{4,2}{\sin 3,844^\circ} \text{ cm} \approx 62,649 \text{ cm}$$

$$DC - DB = (62,649 - 62,549) \text{ cm} \approx 0,10 \text{ cm}$$

Hela trådens längd har alltså ökat med $\Delta \ell = 0,20 \text{ cm}$

För längdutvidgningen gäller $\Delta \ell = \ell \cdot \alpha \cdot \Delta T$

Där α är längdutvidgningkoefficienten för koppar och ΔT är temperaturskillnaden.

Tabellvärdet för koppar är $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

$$\text{Vi får då } \Delta T = \frac{\Delta \ell}{\ell \cdot \alpha} \approx \frac{0,20}{125 \cdot 1,6 \cdot 10^{-5}} \approx 100 \text{ K}$$

Enligt Stefan Boltzmanns lag gäller då för den utstrålade nettoeffekten P

$$P = \sigma A (T^4 - T_0^4)$$

där A är trådens area och $T_0 = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K}$ är rumstemperaturen och $T = T_0 + 100 \text{ K}$ är trådens temperatur. Trådens radie och längd är kända.

Vi får då om tråden antas vara en totalstrålare

$$P = \sigma 2\pi r \ell (T^4 - T_0^4) \approx$$

$$\approx 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2\pi \cdot 0,225 \cdot 10^{-3} \cdot 1,25(393^4 - 293^4) \text{ W} \approx 1,7 \text{ W}$$

b) Det finns även värmeledning till luften och anslutningskontakterna för tråden. Experiment visar att det är en större del av den tillförda effekten som leds bort på detta sätt.

Svar: Den utstrålade effekten från tråden kan uppskattas till 2 W .

6 a) Vi utgår från att den utsända fotonen har energin hf och den registrerade fotonen har energin hf'' vilket ger energiskillnaden $hf - hf''$. Enligt energiprincipen tolkas denna energiskillnad som en ökad lägesenergi för fotonen i tyngdkraftfältet.

Skillnaden i lägesenergi ges av mgd där m är den ekvivalenta massan för fotonen, g är tyngdaccelerationen och d är höjdskillnaden.

Den ekvivalenta massan för fotonen ges av Einstein samband $W = mc^2$.

Om de båda sambanden

$$hf - hf' = mgd$$

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{hf}{c^2}$$

kombineras erhålls

$$hf - hf' = \frac{hf}{c^2} \cdot gd \Leftrightarrow \frac{h(f - f')}{hf} = \frac{gd}{c^2}$$

$$\text{dvs } \frac{\Delta f}{f} = \frac{gd}{c^2} \approx \frac{9,82 \cdot 22,57}{(3,00 \cdot 10^8)^2} \approx 2,46 \cdot 10^{-15}$$

b) Enligt vår modell minskar fotonens energi på sin väg ut ur tyngdkraftfältet. Om tyngdkraftfältet är tillräckligt starkt betyder det att fotonen blir av med all sin energi som överförs till det svarta hålets gravitationsfält. I en klassisk modell betyder det att partikeln minskar sin hastighet. Detta utgör ett problem i vår modell eftersom ljuset skall behållas sin hastighet. Den klassiskt beräknade flykthastigheten från en planet kan inte användas för fotoner.

Svar: a) Det sökta värdet på kvoten är $2,46 \cdot 10^{-15}$.

7. a) Då den undre bollen med massan m_1 når golvet kan hastigheten bestämmas med hjälp av energiprincipen som ger

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 gh \quad \text{dvs} \quad v_1 = \sqrt{2gh}$$

Efter kollisionen med golvet har den undre bollen samma fart som före kollisionen men rörelsen är motriktad.

Den övre bollen med massan m_2 har också samma fart men dess rörelse är nedåtriktad. Efter den nu följande stöten skall m_1 få hastigheten noll och m_2 antas få hastigheten v . Villkoren att rörelsemängd och rörelseenergi skall bevaras i den elastiska stöten ger sambanden

$$\begin{aligned} m_1 v_1 - m_2 v_1 &= m_1 \cdot 0 + m_2 v & v_1 \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) &= v \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_1^2}{2} &= \frac{m_2 v^2}{2} & \Leftrightarrow & \\ v_1^2 \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right) &= v^2 \end{aligned}$$

Om den övre ekvationen kvadreras och sedan divideras med den undre ekvationen erhålls

$$\frac{\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)^2}{\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)^2} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 - 2\frac{m_1}{m_2} + 1 = \frac{m_1}{m_2} + 1$$

Denna ekvation har lösningen

$$\frac{m_1}{m_2} = 3 \quad \text{som i sin tur ger } v = v_1(3 - 1) = 2v_1$$

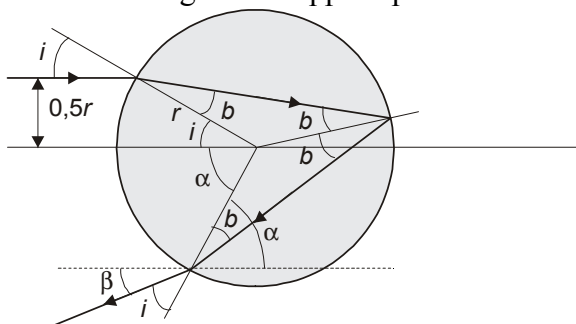
b) Vi vet nu att den övre bollen får rörelseenergin

$$\frac{m_2 v^2}{2} = \frac{m_2 \cdot 4v_1^2}{2} = m_2 \cdot 2v_1^2 = m_2 \cdot 2 \cdot 2gh = m_2 g \cdot (4h)$$

Med hjälp av det sista ledet och energiprincipen ser vi att den övre bollen når upp till höjden $4h$.

Svar: a) Det sökta massförhållandet är 3. b) Den övre bollen når höjden $4h$.

8. a) Kalla brytningsvinkeln vid strålens inträde i vattendroppen för b . I vattendroppen finns då två likbenta trianglar med basvinklarna b . Den utgående strålen kommer att bilda vinkeln i med radiens förlängning genom den utgående strålens skärning med droppens periferi.



Med hjälp av vinkelsumman i en triangel och det hela varvets vinkel inses ur figuren

$$\alpha = 360 - i - (180 - 2b) - (180 - 2b)$$

$$\alpha = 4b - i$$

Av figuren framgår vidare att

$$\beta = \alpha - i = 4b - 2i$$

Om den axelparallella strålen kommer in på avståndet $0,5r$ från den optiska axeln blir infallsvinkeln 30° . Med hjälp av brytningslagen kan b beräknas.

$$\sin 30^\circ = n \sin b$$

som ger

$$b = \arcsin \frac{\sin 30^\circ}{1,33} \approx 22,08^\circ$$

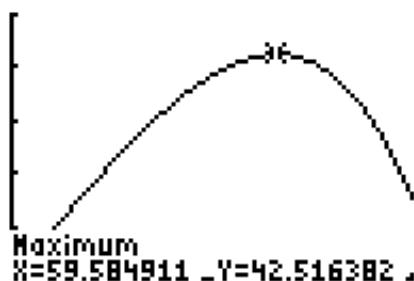
vilket ger

$$\beta = 4 \cdot 22,08^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 28,32^\circ$$

b) Av lösningen till a) framgår att vi allmänt kan skriva

$$\beta = 4 \cdot \arcsin\left(\frac{\sin i}{1,33}\right) - 2i$$

som ger den sökta vinkeln β som funktion av infallsvinkeln i . Om denna funktion ritas med hjälp av en grafisk räknare och undersöks med avseende på maximum fås följande resultat.

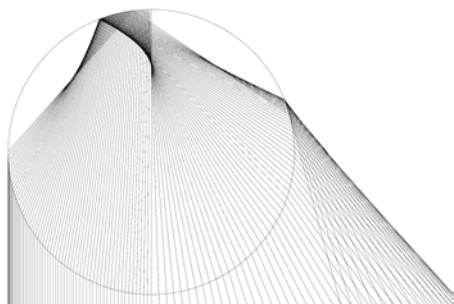


Det reflekterade ljuset från vattendropparna återfinns alltså inom en kon där halva toppvinkeln är $42,5^\circ$.

b) Om det hade varit samma brytningsindex för alla våglängder blir det reflekterade ljuset vitt. Detta reflekterade ljuset når emellertid inte utanför vinkeln $42,5^\circ$ vilket skulle innebära att himmeln ser ut att vara något mörkare utanför denna vinkel. Av diagrammet ovan framgår även att en stor del av det reflekterade ljuset kommer att ligga i närheten av denna vinkel. Jämför bild i Nationalencyklopedin (regnbåge) som visar att utrymmet mellan den primära och sekundära regnbågen är ett mörkare område.

Svar: a) $28,3^\circ$

$$b) \beta = 4 \cdot \arcsin\left(\frac{\sin i}{1,33}\right) - 2i$$



FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

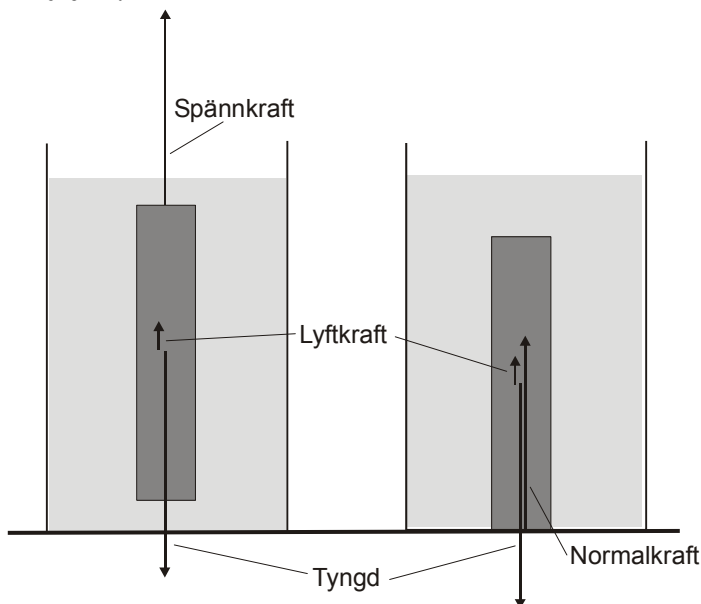
5 februari 2004

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Skillnaden i avläsningen av vågen mellan bild 1 och 2 bestäms av vattnets lyftkraft på metallstaven som enligt Arkimedes princip är tyngden av det undanträngda vattnet. Samma kraft påverkar då vågen enligt Newtons tredje lag.

Denna tyngd är $(0,831 - 0,821) \cdot g = 0,010 \cdot g$ vilket motsvarar massan 10 gram. Med hjälp av vattnets densitet $1,0 \text{ g/cm}^3$ kan då stavens volym beräknas till 10 cm^3 .



Skillnaden i avläsningen av vågen mellan bild 1 och 3 bestäms av metallstavens tyngd. Denna motsvarar massan $(897 - 821) \text{ g} = 76 \text{ g}$. Stavens densitet är då

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{76 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} = 7,6 \text{ g/cm}^3$$

Svar: Stavens densitet är $7,6 \text{ g/cm}^3$.

2. a) Avläsning i diagrammen ger

Vågrörelsens amplitud är $1,5 \text{ mm}$.

Våglängden är $12,5 \text{ m}$.

Eftersom ingen vågtopp har passerat origo mellan de båda ögonblicksbilderna motsvarar tiden $0,010 \text{ s}$ en fjärdedels period. Om perioden är $T = 4 \cdot 0,010 \text{ s} = 0,040 \text{ s}$ blir frekvensen

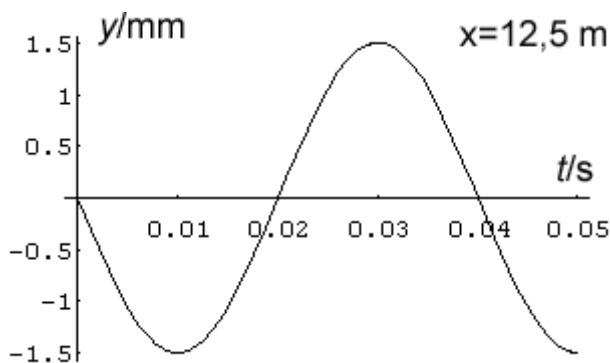
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,040} \text{ Hz} = 25 \text{ Hz}.$$

Utbredningshastigheten ges av

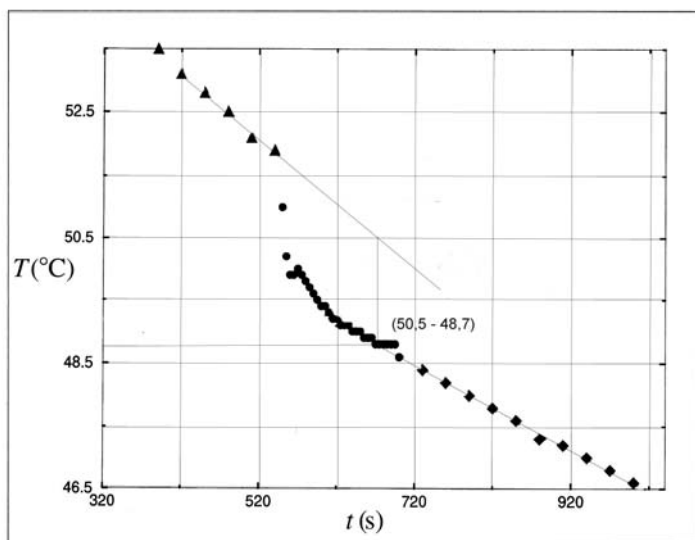
$$v = f \cdot \lambda = 25 \cdot 12,5 \text{ m/s} = 312,5 \text{ m/s} \approx 0,31 \text{ km/s}$$

b) Vågekvationen får för $x = 12,5 \text{ m}$ formen

$$y = 1,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{12,5} \cdot 12,5 - \frac{2\pi}{0,040} t\right) = 1,5 \cdot \sin(2\pi - 50\pi \cdot t) = -1,5 \sin(50\pi \cdot t)$$



3. Då aluminiumstaven stoppas ner i vattnet tas energi för uppvärmningen av denna från vattnet. Det betyder att vattnets temperatur sjunker och avsvälningen fortsätter från en lägre temperatur. Diagrammet kan utnyttjas för att bestämma hur mycket temperaturen sjunker på grund av aluminiumstavens inverkan. Enligt diagrammet kan denna temperaturminskning uppskattas till $1,7 \text{ }^\circ\text{C}$ – se diagram nedan.



Den av vattnet avgivna energin blir då

$$W_{\text{avgiven}} = m_{\text{vatten}} \cdot c_{\text{vatten}} \cdot \Delta T = 0,400 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \text{ J} \approx 3010 \text{ J}$$

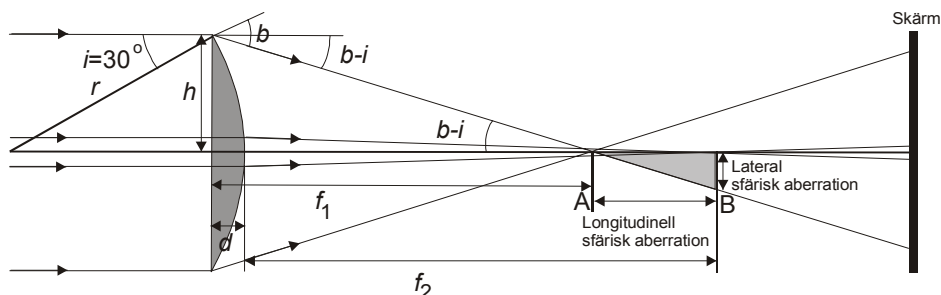
Den av staven upptagna energin kan uttryckas som

$$W_{\text{upptagen}} = m_{\text{stav}} \cdot c_{\text{Al}} \cdot \Delta T$$

$$\text{som ger } c_{\text{Al}} = \frac{3010}{0,145 \cdot (48,7 - 26,5)} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 935 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Svar. Den specifika värmekapaciteten för aluminium är 0,94 kJ/(kg·K)

4. a) Vi bestämmer först konvergenspunkten för randstrålarna med hjälp av brytningslagen.



Med beteckningar enligt figuren ovan erhålls

$$n \sin i = \sin b \text{ som ger } b = \sin^{-1}(1,5 \sin 30^\circ) \approx 48,59^\circ.$$

Triangelgeometrin ger $\tan(b-i) = \frac{h}{f_1}$ som ger

$$f_1 = \frac{h}{\tan(b-i)} = \frac{20}{\tan(48,59 - 30)} \text{ mm} \approx 59,46 \text{ mm}$$

Motsvarande beräkning för centrala strålar, t ex $i = 1,00^\circ$ ger

$$b = \sin^{-1}(1,5 \sin 1,00^\circ) \approx 1,50^\circ \text{ och } h = 40 \cdot \sin 1,00^\circ \approx 0,6981 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{h}{\tan(b-i)} = \frac{0,6981}{\tan(1,50 - 1,00)^\circ} \text{ mm} \approx 79,99 \text{ mm} \text{ och}$$

$$d = 40(1 - \cos 30^\circ) \approx 5,36 \text{ mm}$$

Svar: Den longitudinella sfäriska aberrationen blir då

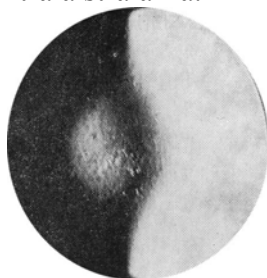
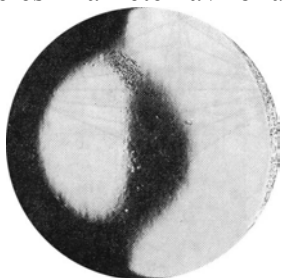
$$f_2 + d - f_1 = (79,99 + 5,36 - 59,46) \text{ mm} = 25,89 \text{ mm} \approx 26 \text{ mm}.$$

b) Med hjälp av trigonometri i den gråa triangeln i figuren ovan kan den laterala sfäriska aberrationen beräknas som produkten av den longitudinella sfäriska aberrationen och $\tan(b-i)$.

$$\text{Lateral sfärisk aberration} = 25,89 \cdot \tan(48,59^\circ - 30,00^\circ) \text{ mm} \approx 9 \text{ mm}$$

Svar: Den laterala sfäriska aberrationen blir 9 mm.

c) Om linsen delas in i koncentriska ringar med växande radier kommer varje ringzon att ha sitt fokus. Varje zon av linsen, vars fokus ligger till höger om eggens placering, kommer att täckas av rakbladet på den sida från vilken rakbladet förs in. Varje zon av linsen, vars fokus ligger till vänster om eggens placering, kommer att täckas av rakbladet på den motsatta sidan från vilket rakbladet förs in. Bild a ligger alltså någonstans mellan randstrålefokus och fokus för de centrala strålarna medan Bild b ligger alldeles i närheten av fokus för de centrala strålarna.



a – I denna bild förs rakbladet in i strålgången någonstans mellan A och B.

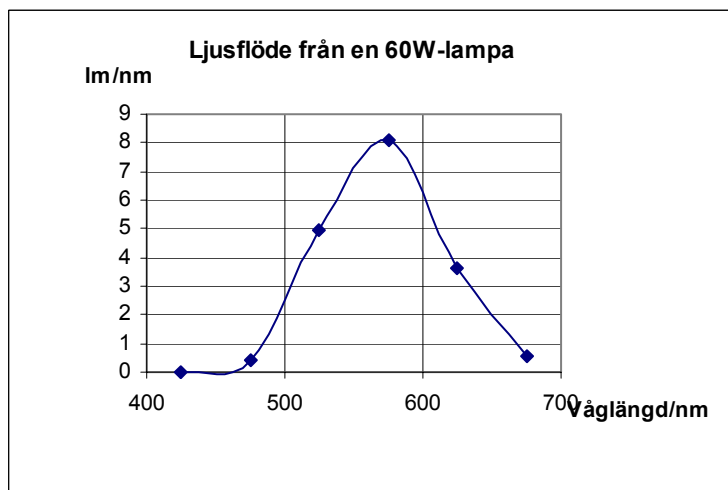
b – I denna bild förs rakbladet in i strålgången alldeles i närheten av B.

5. Uppgifterna i texten används för att ställa upp nedanstående tabell och diagram.

Den numeriska integrationen som genomförts i tabellen nedan ger ett total ljusflöde av 885 lumen från 60 W lampan. Det betyder ett ljusutbyte av

$$\frac{885}{60} \text{ lumen/watt} \approx 15 \text{ lumen/watt}$$

Våglängd	W/nm	lm/W	lm/nm	lumen	Intervall/nm
425	0,0025	10	0,025	1,25	400 – 450
475	0,005	90	0,45	22,5	450 – 500
525	0,009	550	4,95	247,5	500 – 550
575	0,013	625	8,125	406,25	550 – 600
625	0,018	200	3,6	180	600 – 650
675	0,022	25	0,55	27,5	650 – 700
Summa				885	400 - 700



Svar: Ljusutbytet för 60 W-lampan är 15 lumen/watt.

6. I vattnet finns joner med laddningen q som rör sig med vattnets hastighet. Dessa laddningar påverkas av en magnetisk kraft på grund av det jordmagnetiska fältet. Det byggs då upp ett elektriskt fält mellan plattorna som ger en motsatt riktad elektrisk kraft på laddningarna. Jämvikt fås då dessa fält påverkar laddningarna med lika stora men motsatt riktade krafter. Den magnetiska kraften ges av

$$F_{\text{magnetisk}} = qvB$$

där v är jonernas dvs vattnets hastighet, B det jordmagnetiska fältets vertikala komponent

(40 μT) som är vinkelrät mot vattnets "horisontella" rörelse och q är jonens laddning. Det elektriska fältet som byggs upp mellan flodens stränder ges av

$$E = \frac{U}{d} \text{ som ger den elektriska kraften } F_{\text{elektrisk}} = q \frac{U}{d}$$

där U är den uppmätta spänningen 20 mV och d är flodens bredd 300 m.

Vid jämvikt gäller

$$qvB = q \frac{U}{d} \text{ som ger } v = \frac{U}{Bd} = \frac{0,020}{40 \cdot 10^{-6} \cdot 300} \text{ m/s} \approx 1,7 \text{ m/s}$$

Svar: Vattnets hastighet var 1,7 m/s.

7. a) Personen befinner sig i luften då vågen visar noll, dvs under tiden (6,22 – 5,72)s = 0,50 s. Denna tid avser både uppfarten och nedfarten. Det fria fallet ner tar halva tiden dvs 0,25 s. Under denna tid faller man

$$h = \frac{gt^2}{2} \approx \frac{9,82 \cdot 0,25^2}{2} \text{ m} \approx 0,31 \text{ m}$$

Svar: Personen höjer alltså sin tyngdpunkt med 31 cm under hoppet.

b) Under ansatsen gäller - om a är medelaccelerationen och v sluthastigheten - sambanden

$$\frac{h}{4} = \frac{at^2}{2} \text{ och } v = at$$

som tillsammans ger

$$\frac{h}{4} = \frac{a \left(\frac{v}{a} \right)^2}{2} = \frac{v^2}{2a} \text{ som ger } a = \frac{2v^2}{h}.$$

För den fortsatta delen av hoppet ger energiprincipen

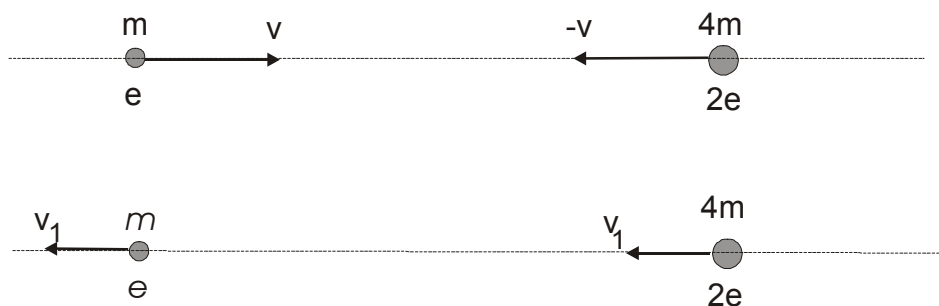
$$\frac{mv^2}{2} = mg \frac{h}{4} \text{ som ger } v^2 = \frac{gh}{2}.$$

När detta sätts in i uttrycket för accelerationen a fås

$$a = \frac{2v^2}{h} = \frac{2 \cdot \frac{gh}{2}}{h} = g$$

Medelaccelerationen under upphoppet är alltså lika stor som tyngdaccelerationen. Medelkraften på vågen under upphoppet blir alltså $mg + mg = 2mg$. Försökspersonen i uppgiftens diagram väger 70 kg. Toppvärdet för vågen är cirka 1,8 kN vilket stämmer ganska bra med beräkningen ovan som ger 1,4 kN som medelkraft i varje fall om man tar hänsyn till att det registrerade hoppet förmodligen var lägre än 25 % av försökspersonens längd.

8. Partiklarna påverkar varandra med lika stora men motsatt riktade krafter. Krafterna är repulsiva eftersom båda partiklarna är positivt laddade. Eftersom partiklarna väger olika mycket kommer de emellertid att få olika accelerationer. Protonens acceleration blir fyra gånger större än alfapartikelns acceleration eftersom dess massa är en fjärdedel av alfapartikelns massa. Det betyder att protonen kommer att byta riktning på sin hastighet för att vid en något senare tidpunkt ha samma hastighet som alfapartikeln har bromsats till. Detta är också den tidpunkt då avståndet mellan partiklarna är minst. Därefter kommer protonen att öka sin hastighet åt vänster i figuren och alfapartikeln fortsätter att minska sin hastighet. Hastigheterna efter lång tid kan bestämmas med hjälp av rörelsemängdens bevarande och energiprincipen.



Rörelsemängd vid start:

$$mv - 4mv = -3mv$$

Rörelsemängd då de har samma hastighet:

$$-3mv = mv_1 + 4mv_1$$

ger $v_1 = -\frac{3v}{5}$

Vilket avstånd har de då? Antag att avståndet är x och använd energiprincipen.

Lägesenergin ges av $\int_{\infty}^x -\frac{k2e^2}{r^2}dr = \frac{2e^2k}{x}$ om lägesenergin är noll vid start och k är konstanten i Coulombs lag.

Energiprincipen ger $\frac{mv^2}{2} + \frac{4mv^2}{2} = \frac{2e^2k}{x} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{4mv_1^2}{2}$

Som med insatt värde $v_1 = -\frac{3v}{5}$ ger

$$\frac{5mv^2}{2} = \frac{2e^2k}{x} + \frac{9mv^2}{10} \quad \text{eller} \quad x = \frac{5ke^2}{4mv^2}$$

Anmärkning: Med hjälp av energiprincipen och rörelsemängdens bevarande kan sluthastigheterna för partiklarna beräknas. Efter lång tid kommer protonen att ha hastigheten $-2,2v$ och alfapartikeln $-0,2v$.

Svar: Det minsta avståndet mellan protonen och alfapartikeln är $\frac{5ke^2}{4mv^2}$.

Svenska Fysikersamfundet har sedan 1976 årligen anordnat en fysiktävling i skolorna. Tävlingen har samlat många deltagare under årens lopp och de givna problemen är exempel från många olika intresseväckande områden inom fysiken.

Samfundet har här samlat uppgifterna och de lösningsförslag som givits av uppgifternas konstruktörer.

Förhoppningen är att detta ska stimulera nya skaror av unga fysiker.

Tävlingsuppgifterna har samlats och kommenterats av Lars Gislén, Lunds universitet, Lund och Alf Ölmé, Peder Skrivares skola, Varberg.