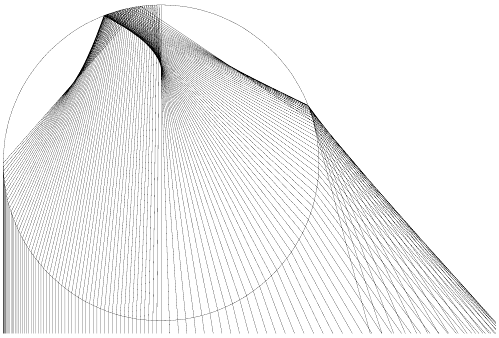


FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING
7 februari 2002

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1 a) Strömmen i kretsen kan beräknas med hjälp av $I = \dfrac{U}{R_1 + R_2}$ där U = 10,0 V.

Spänningen över resistorn blir då $U_1 = R_1 \cdot I = \dfrac{R_1 \cdot U}{R_1 + R_2} = \dfrac{2 \cdot 10^3 \cdot 10}{(2+3)\cdot 10^3}\ \text{V} = 4{,}0\ \text{V}$

b) Laddningarna på de seriekoppplade kondensatorerna är lika stora. Vi får alltså med hjälp av $Q = CU$ sambandet

$C_1U_1 = C_2U_2$.

Vi vet vidare att $U_1 + U_2 = U$ som ger $U_2 = U - U_1$ där U = 10,0 V.

Dessa samband ger $C_1U_1 = C_2(U - U_1)$ som ger $U_1 = \dfrac{C_2U}{C_1 + C_2} = \dfrac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{(2+3)\cdot 10^{-6}}\ \text{V} = 6{,}0\ \text{V}$

c) Enligt uppgifterna a) och b) måste spänningen delas så att

$U_1 = \dfrac{R_1 \cdot U}{R_1 + R_2} = \dfrac{C_2 \cdot U}{C + C_2}$ som ger

$$C = \frac{C_2(R_1 + R_2)}{R_1} - C_2 = \frac{C_2 \cdot R_1}{R_1} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 7{,}0 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3}\ \text{F} = 4{,}2\mu\text{F}$$

Svar: a) 4,0 V **b) 6,0 V** **c) 4,2 µF**

2. The sun subtends an angle, α, given by the diameter, d, of the sun and the distance, s, to the sun.

$$\alpha = \frac{d}{s} \approx \frac{2 \cdot 6{,}96 \cdot 10^8}{1{,}496 \cdot 10^{11}} \approx 0{,}0093\ \text{rad}$$

The length of the airliner in the picture is around 16 % of the diameter which means that the airliner subtends an angle of $0{,}16 \cdot 0{,}0093\ \text{rad} \approx 0{,}0015\ \text{rad}$.

This angle can also be written as the length, ℓ, of the airliner divided by the distance, s, which gives

$$\frac{\ell}{s} = 0{,}0015 \text{ and } s = \frac{\ell}{0{,}0015} \approx \frac{61}{0{,}0015}\ \text{m} \approx 41\ \text{km}.$$

Answear. The range from the photographer to the airliner is around 4 Swedish mile.

3. a) Loppan har en accelerationssträcka, *s*, under upphoppet som är omkring 1 mm. Retardationssträckan, *h*, är 0,5 m eftersom accelerationssträckan, 1 mm, kan försummas i jämförelse med retardationssträckan 0,5 m. Retardationen är *g* och accelerationen sätts till *a*.

För upphoppet gäller enligt energiprincipen $\frac{mv^2}{2} = mas$ som ger $v = \sqrt{2as}$.

För inbromsningen gäller enligt energiprincipen $\frac{mv^2}{2} = mgh$ som ger $v = \sqrt{2gh}$.

Detta ger $2as = 2gh$ d v s $a = \frac{gh}{s} \approx \frac{500}{1} g \approx 500g \approx 5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

b) Accelerationssträckan för en människa vid ett upphopp fås genom knäböjning. Vi uppskattar med hjälp av detta accelerationssträckan till 0,3 m (*s* = 0,3 m). Det motsvarar enligt sambanden ovan en höjd *h* som ges av

$$h = \frac{sa}{g} \approx \frac{0{,}3 \cdot \frac{500}{1} \cdot g}{g} \text{ m} \approx 1{,}5 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Svar. a) Loppans acceleration är $5 \cdot 10^3$ m/s^2.
b) En människa skulle med denna acceleration under upphoppet hoppa cirka 150 m högt!

4. Den tillförda energin under tiden 22,0 minuter används för att värma upp vätskan och kompensera för värmeövergången till omgivningen. Denna värmeövergång är lika stor vid båda försöken eftersom vätskans temperatur är densamma - liksom omgivningens.
Vi inför beteckningarna:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = 4{,}00 \cdot 3{,}90 \text{ W} = 15{,}6 \text{ W}$$
$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = 4{,}40 \cdot 4{,}25 \text{ W} = 18{,}7 \text{ W}$$
$$m_1 = 0{,}680 \text{ kg}, \; m_2 = 0{,}825 \text{ kg}, \; \Delta T = (22{,}0 - 10{,}0)^\circ\text{C} = 12^\circ\text{C} \text{ och } t = 22 \cdot 60 \text{ s} = 1320 \text{ s}$$

c är vätskans specifika värmekapacitet och *Q* är värmet som går över till omgivningen under 22,0 minuter.

Energiprincipen ger då för de båda försöken ekvationerna.

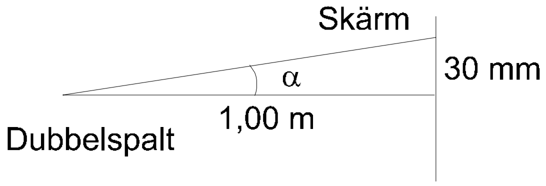
$$\begin{cases} P_1 \cdot t = Q + m_1 c \cdot \Delta T \\ P_2 \cdot t = Q + m_2 c \cdot \Delta T \end{cases}$$

Ur detta ekvationssystem löses *c* ut.

$$c = \frac{(P_2 - P_1)t}{(m_2 - m_1)\Delta T} = \frac{(18{,}7 - 15{,}6) \cdot 1320}{(0{,}825 - 0{,}680) \cdot 12} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 2353 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 2{,}35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Svar: Vätskans specifika värmekapacitet är 2,35 kJ/(kg·K).

5. a) Om spaltavståndet är *d* gäller för den tionde ordningens maximum
$d \cdot \sin\alpha = 10 \cdot \lambda$.



Vinkeln α kan beräknas ur sambandet $\tan\alpha = \dfrac{30\ \text{mm}}{1000\ \text{mm}} = 0{,}030 \approx \sin\alpha$ eftersom vinkel är liten. Ur detta följer att
$d \cdot 0{,}030 = 10 \cdot 600 \cdot 10^{-9}$ m
d v s $d = 0{,}20\ \text{mm}$.

b) Låt den stråle som har den kortaste vägen fördröjas av filmen. Det betyder att den optiska vägen genom filmen måste vara 10 våglängder längre än den optiska vägen genom motsvarande luftskikt. Optisk väg definieras som *n·d* där *n* är brytningsindex och *d* är geometrisk väg. Detta ger sambandet
$10\lambda = n \cdot d - 1 \cdot d$ d v s
$$n = \frac{10 \cdot \lambda}{d} - 1 = \frac{10 \cdot 600 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{20 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} + 1 = 0{,}30 + 1 = 1{,}30$$

Svar: a) Spaltavståndet är 0,20 mm. b) Brytningsindexet är 1,30

6. Under bollens stigtid påverkas den av den retarderande tyngdkraften och luftmotståndskraften. Dessa båda krafter samverkar under stigtiden. Under falltiden har de motsatta riktningar eftersom luftmotståndet alltid är riktat mot rörelseriktningen. Detta ger en större retardation, *r*, under stigtiden än motsvarande acceleration, *a* , under falltiden. Eftersom utgångsfarten i båda fallen är noll gäller för fall- respektive stighöjden, *h*
$$h = \frac{r \cdot t_{\text{stig}}^2}{2} = \frac{a \cdot t_{\text{fall}}^2}{2}$$
om retardationen respektive accelerationen antas vara konstanta. Detta är dock inte sant eftersom luftmotståndet ökar med farten.
Eftersom $r > a$ måste $t_{\text{stig}} < t_{\text{fall}}$.

Svar: Stigtiden är kortare än falltiden.

7. Antag att bollen har massan *m* och att ”foten” (Det är ju egentligen inte bara foten utan en del av benet också.) har massan *M* där *M*>>*m*. Vi antar vidare att fotens hastighet före stöten är u_1 och u_2 efter stöten. Bollens hastighet före stöten,12 m/s, betecknas *v*. Villkoren för en elastisk stöt med bevarande av rörelsemängd och energi ger sambanden
$$\begin{cases} m \cdot v + M \cdot u_1 = m \cdot 0 + M \cdot u_2 \\ \dfrac{m \cdot v^2}{2} + \dfrac{M \cdot u_1^2}{2} = \dfrac{m \cdot 0^2}{2} + \dfrac{M \cdot u_2^2}{2} \end{cases} \text{ som ger } \begin{cases} \dfrac{m}{M} v + u_1 = u_2 \\ \dfrac{m}{M} v^2 + u_1^2 = u_2^2 \end{cases}$$

Med hjälp av den första ekvationen fås $u_2 = u_1 + \dfrac{m}{M} v$ som sätts in i den andra ekvationen.

$$\frac{m}{M}v^2 + u_1^2 = \left(u_1 + \frac{m}{M}v\right)^2 \text{ som ger } \frac{m}{M}v^2 + u_1^2 = u_1^2 + 2u_1\frac{m}{M}v + \frac{m^2}{M^2}v^2.$$

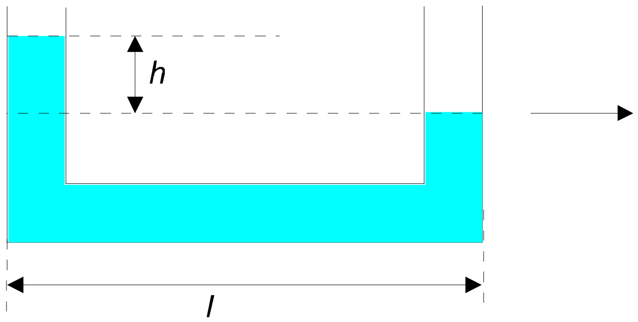
Det senaste uttrycket kan förenklas till

$$v^2 = 2u_1 v + \frac{m}{M}v^2 \text{ som ger } u_1 = \frac{v}{2}\left(1 - \frac{m}{M}\right) \approx \frac{v}{2} = \frac{12}{2}\text{ m/s} = 6\text{ m/s} \text{ eftersom } m<<M.$$

Svar: Foten skall alltså röra sig i samma riktning som bollen med hastigheten 6 m/s före stöten för att bollen skall få hastigheten noll efter stöten.

8. a) Vätskan i den nedre horisontella delen av röret påverkas under accelerationen av en kraft som ges av tryckskillnaden Δp mellan de båda vätskepelarna. Den vätskepelare som ”går först” kommer att vara lägst.

Den accelererande kraften F ges av $F = \Delta p \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$. ($A$ är tvärsnittsarean.)
Den massa som accelereras av denna kraft är $m = A \cdot l \cdot \rho$.
Enligt Newtons andra lag gäller $F = m \cdot a = A \cdot l \cdot \rho \cdot a$ som tillsammans med kraften ovan ger $\rho \cdot g \cdot h \cdot A = A \cdot l \cdot \rho \cdot a$ som efter förenkling ger $h = \frac{l \cdot a}{g}$.

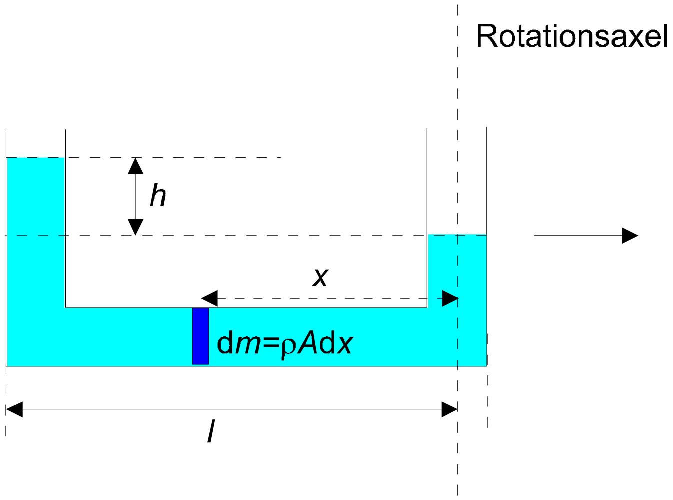


b)
Den resulterande tryckkraften utgör i detta fall centripetalkraft
$F_c = \Delta p \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$.
Olika delar av den horisontella vätskan har olika centripetalaccelerationer eftersom
$a_c = x \cdot \omega^2$
Den resulterande kraften blir därför

$$F_c = \int_0^l x \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot A \cdot \mathrm{d}x = \frac{l^2 \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot A}{2}.$$

Detta ger $\frac{l^2 \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot A}{2} = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$ som ger

$$h = \frac{l^2 \cdot \omega^2}{2g}$$



Svar: a) $h = \frac{l \cdot a}{g}$ **och b)** $h = \frac{l^2 \cdot \omega^2}{2g}$.