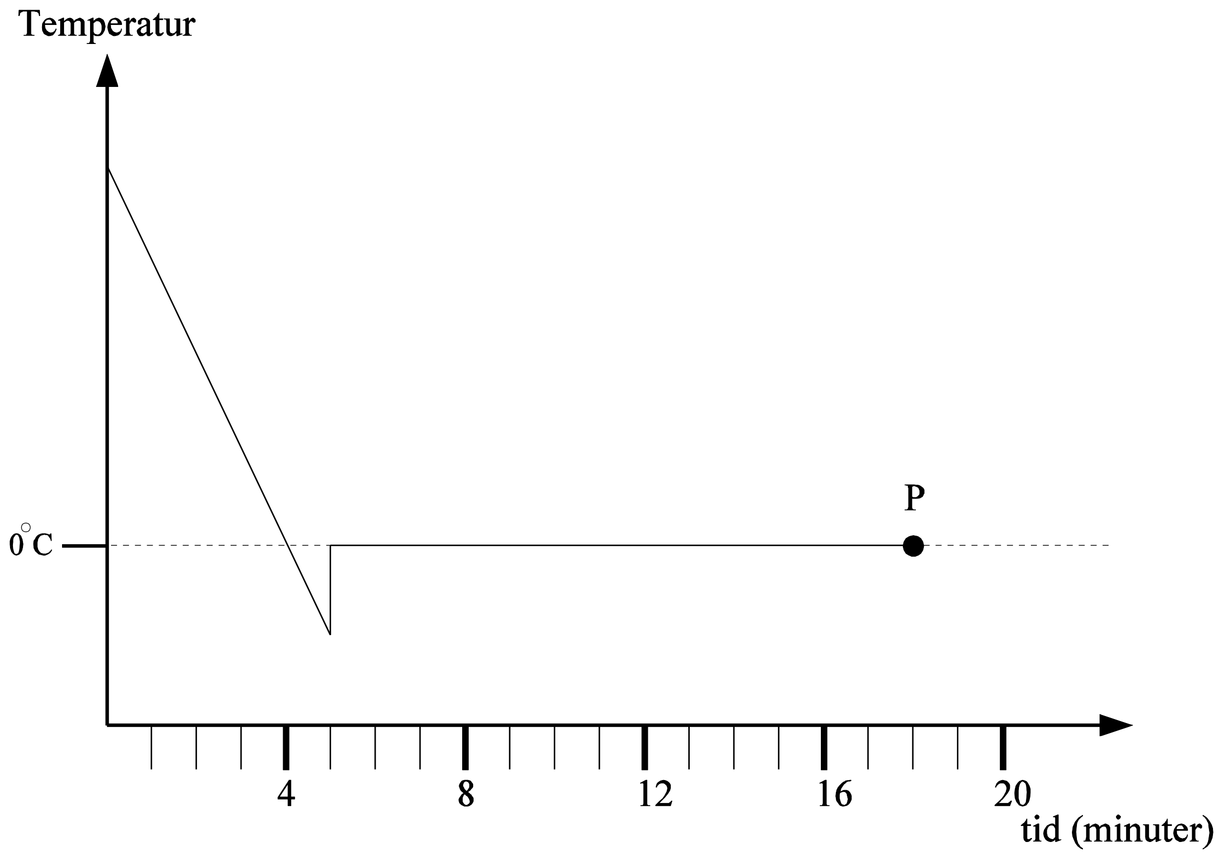
Final i Wallenbergs Fysikpris

26-27 mars 2010. Teoriprov

1.
En kylmaskin som drivs med en spänning på 220 Volt och en ström på 0,50 A kyler vatten i en behållare. Kylmaskinen har en verkningsgrad på 0,70.

I figuren nedan ses en utskrift på hur temperaturen på vattnet i behållaren ändras med tiden. Innan vattnet plötslig börjar frysa till is underkyls vattnet. Den streckade linjen visar temperaturen 0°C.



I punkten P är allt vatten fruset. Tyvärr har temperaturskalan försvunnit men du kan nog ändå besvara följande frågor.

a) Hur många gram vatten är det i behållaren och hur kallt var vattnet just innan det började frysa till is?
b) Vad är temperaturen på isen vid tiden t=19,0 minuter?

Försumma all kylning/uppvärmning från omgivande luft. Försumma också att behållarens temperatur ändras under experimentet.

2.
När man cyklar upplever de flesta att det oftast blåser motvind, och det finns visst fog för detta. De flesta vindar ger mer luftmotstånd än när man cyklar i vindstilla.

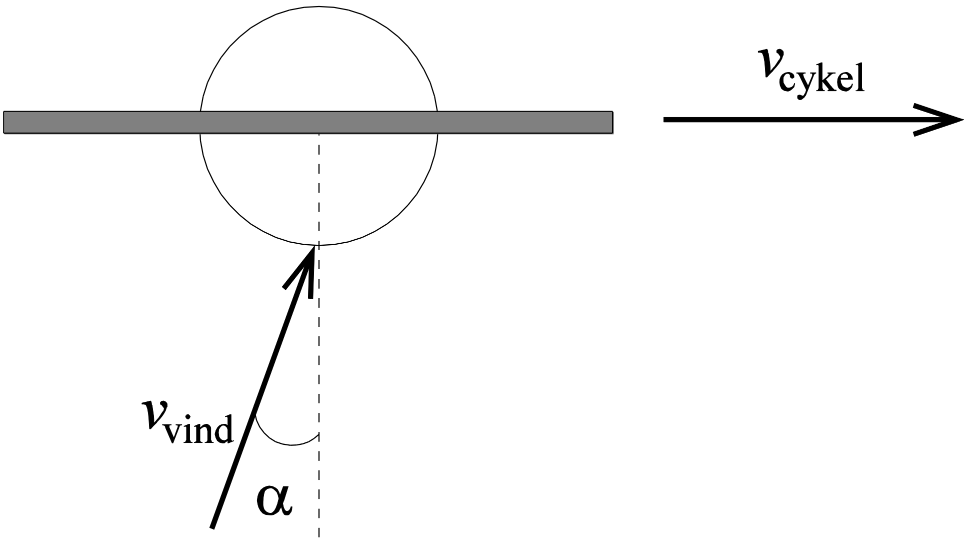
a) Luftmotståndskraften, F_l, kan approximeras med

$$F_l = k \cdot A \cdot v^2$$

där k är en konstant som beror på luftens densitet och föremålets form, A är objektets tvärsnittsarea samt v är luftens fart relativt cyklisten. För att kunna cykla med konstant fart v i vindstilla behöver du utveckla en viss effekt. Hur många gånger större effekt skulle du utveckla om du cyklar dubbelt så fort, med farten $2v$?

b) Anta att du cyklar med en fart v_{cykel} och vinden har en lika stor fart $v_{\text{vind}} = v_{\text{cykel}}$. Vid vilken vinkel α (se figur) är kraftkomposanten från luftmotståndet i färdriktningen lika stor som om det vore vindstilla?

Att man får en irriterande kraftkomposant vinkelrätt mot färdriktningen vid sidvind bryr vi oss inte om i denna jämförelse. Du kan approximera att cyklistens area är lika stor oavsett i vilken riktning som vinden träffar cyklisten.



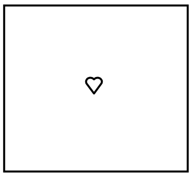
Bilden visar schematiskt en cykel sett uppifrån (den grå linjen). Cirkeln är cyklisten.

(Ledning: Kraftkomposanten i x-riktningen (cykelns färdriktning) ges av

$$F_x = F_l \frac{v_x}{v} = kAv^2 \frac{v_x}{v} = kAv \cdot v_x$$

där alla hastigheter är relativa hastigheter mellan cykel och luft.)

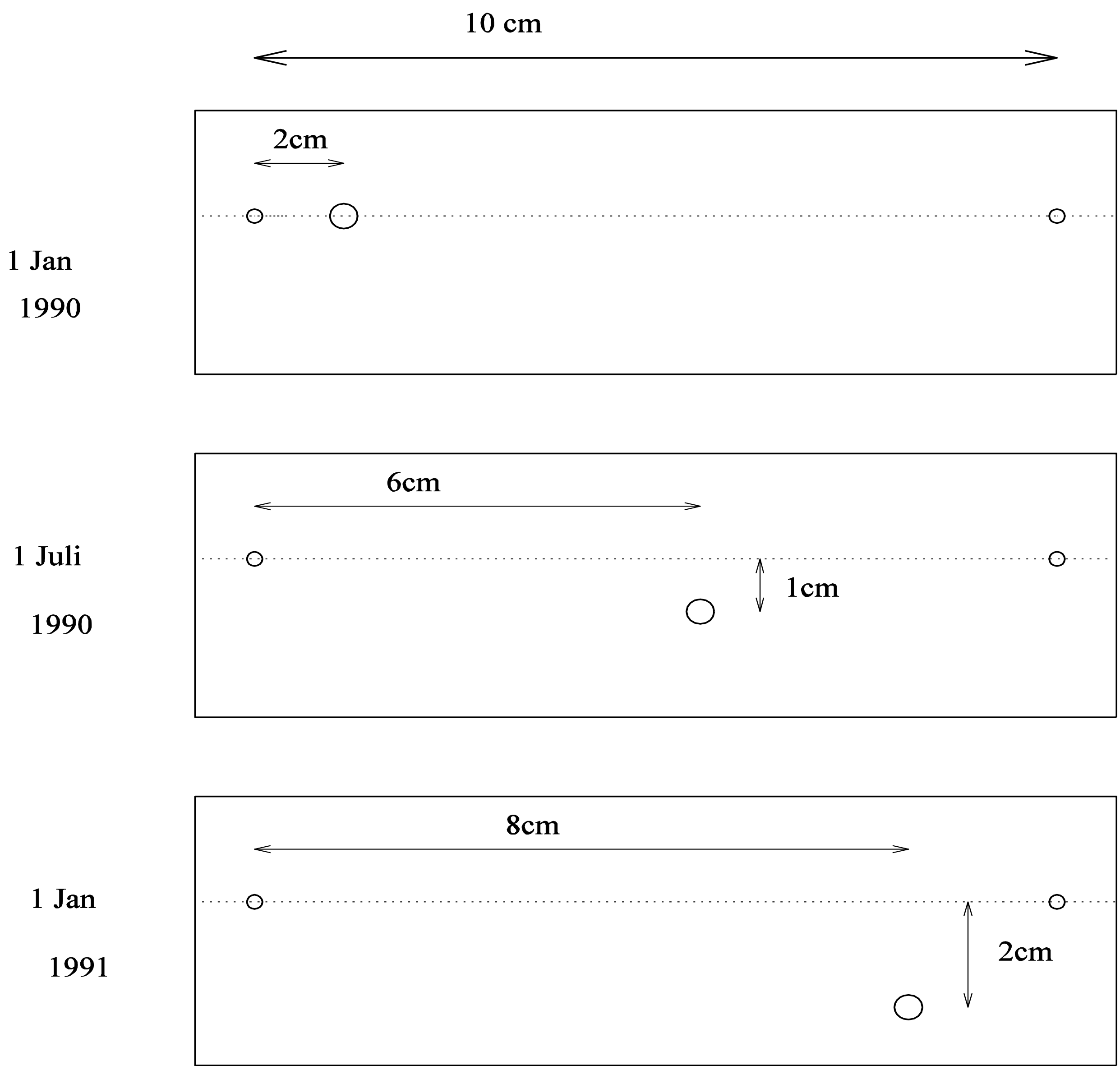
3.
Du har en 25,0 cm lång genomskinlig glasstav med brytningsindex 1,55. Staven har en kvadratisk tvärsnittsarea där sidan på kvadraten är 5,0 cm. Du placerar staven stående mitt över en liten bild av ett hjärta.



a) Du håller ditt öga precis rakt över centrum på glasstaven och tittar på hjärtat genom glasstaven. Hur långt från glasstavens övre yta tycker du att hjärtat befinner sig?
b) Om du flyttar ögat i sidled kan du se fler bilder av hjärtat. Hur många bilder av hjärtat kan du se rakt till vänster om den centrala bilden av hjärtat?

4.
Tre bilder av en liten del av stjärnhimlen visas nedan. Tiden mellan bilderna är ett halvt år. Riktningen till stjärnorna är vinkelrät mot riktningen till solen i alla bilder. De små cirklarna är ljuset från avlägsna stjärnor. Vinkeln mellan dessa är i alla tre bilderna en halv bågsekund.(1 bågsekund = 1/3600 grader), och avståndet på bilden mellan de avlägsna stjärnorna är i samtliga fall 10 cm. Den större cirkeln visar en närliggande stjärna. Denna flyttar sig på bilderna, dels p.g.a. att den rör sig i förhållande till oss, och dels p.g.a. av en parallaxeffekt. (Med parallax menas att den närliggande stjärnan tycks flytta på sig relativt de avlägsna stjärnorna beroende på att jorden rör sig i sin bana runt solen. Jämför med att du tittar på ditt uppsträckta finger med ett öga. När du byter öga att titta med så tycks fingret flytta sig relativt bakgrunden.)

Antag att den närliggande stjärnans hastighet är konstant under hela året.



Vi definierar ett koordinatsystem så att x-axeln pekar åt höger i figurerna, y-axeln uppåt och z-axeln rakt ut från bilden.

Man kan ur den närliggande stjärnans spektra observera en liten **blåförskjutning**, det vill säga att ljusvågländerna blir kortare med

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -3{,}0 \cdot 10^{-4}$$

Blåförskjutningen som uppkommer beror på dopplereffekten. Frekvensändringen på ljuset Δf är relaterat till den radiella hastigheten, v_z, som

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{v_z}{c}$$

där c är ljusets hastighet. Bestäm hastigheterna v_x, v_y och v_z för den närliggande stjärnan.

5.
Två pinnar ligger på två parallella skenor enligt figuren nedan. Avståndet mellan de två perfekt ledande skenorna är 20,0 cm. Mellan skenorna går ett vinkelrätt magnetfält med styrkan 550 nT. Den vänstra pinnen i figuren nedan drivs med en motor och utför svängningen

$$x = A \sin \omega t$$

där $A = 0{,}05\,\mathrm{m}$ och $\omega = 2\pi\,\mathrm{rad/s}$. Vid tiden $t = 0$ slås motorn på och då ligger den högra pinnen still. Den högra pinnen har resistansen 1,0 Ω medan den vänstra pinnens resistans är försumbar. Man kan visa att kraften på den högra pinnen kommer att variera som

$$F = k_1 \cdot v + k_2 \cos \omega t$$

där v är den högra pinnens hastighet. Den högra pinnen glider friktionsfritt på skenorna. Bestäm k_1 och k_2.