

## 3. Enkel modell av en atomkärna

### Introduktion

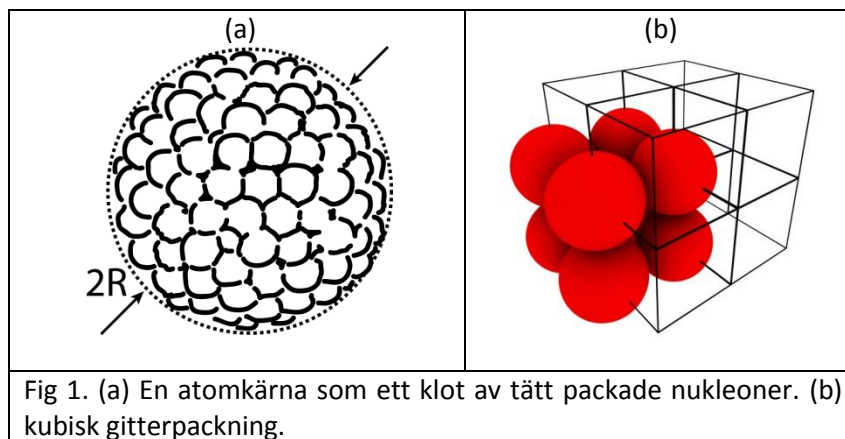
Atomers egenskaper bör beskrivas med hjälp av kvantfysik, men det finns dessbättre vissa egenskaper, som radier och bindningsenergies, som kan behandlas utifrån enkla antaganden:

- Atomkärnor består av nukleoner, dvs. protoner och neutroner;
- Kärnkraften, dvs. den kraft som håller nukleonerna samman, har mycket kort räckvidd och når bara de närmsta grann-nukleonerna;
- Antalet protoner ( $Z$ ) i en given kärna är nästan lika med antalet neutroner ( $N$ ), dvs  $Z \approx N \approx A/2$ , där  $A$  är lika med antalet nukleoner ( $A \gg 1$ ).

**OBS! Använd dessa antaganden i uppgifterna 1–4.**

### Uppgift 1 - Atomkärnan som ett tätt packat system av nukleoner

I en enkel modell kan atomkärnan ses som ett klot bestående av tätt packade nukleoner (se Fig. 1a), där nukleonerna är hårda kulor med radien  $r_N = 0,85$  fm ( $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ ). Kärnkraften verkar bara mellan två nukleoner i kontakt. Atomkärnans volym  $V$  är större än volymen av ingående nukleoner  $AV_N$ , där  $V_N = 4\pi r_N^3/3$ . Kvoten  $f = AV_N/V$  kallas packningstätheten och anger andelen av volymen som består av kärnmateria (nukleoner).



- a) Beräkna packningstätheten  $f$  om nukleonerna packas i ett enkelt kubiskt system, där varje nukleon sitter i mitten på varsin cell i ett oändligt kubiskt gitter. Se fig 1b. (0,3 poäng)

**OBS!** Använd packningstätheten från uppgift 1a i de följande uppgifterna. Om du inte löst den uppgiften kan du sätta  $f = 1/2$ .

- b) Uppskatta den genomsnittliga masstätheten  $\rho_m$ , laddningstätheten  $\rho_c$  och radien  $R$  för en kärna med  $A$  nukleoner. En nukleon har massan  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . (1,0 poäng)

## Uppgift 2 - Bindningsenergin – volym- och ytbidragen

Bindningsenergin för en atomkärna är lika med den energi som krävs för att separera alla nukleonerna från varandra. Den kommer huvudsakligen från den attraktiva kärnkraften mellan närmsta grannar. Om en given nukleon inte ligger precis på ytan, har den en total bindningsenergi på  $a_v = 15,8$  MeV ( $1 \text{ MeV} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ ). Bidraget från en ytnukleon till bindningsenergin är ungefär  $a_v/2$ . Uttryck bindningsenergin  $E_b$  hos en kärna med  $A$  nukleoner i storheterna  $A$ ,  $a_v$ , och  $f$ , inklusive korrektionen för att vissa nukleoner ligger på ytan. (1,9 poäng)

## Uppgift 3 – Elektrostatiska (Coulomb-) effekter på bindningsenergin

Den elektrostatiska energin hos ett homogent laddat klot (med radie  $R$  och total laddning  $Q_0$ ) är

$$U_c = \frac{3Q_0^2}{20\pi\epsilon_0 R}, \text{ där } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}.$$

- Tillämpa detta uttryck till att beräkna den elektrostatiska energin för en kärna. I en kärna påverkar varje proton de andra protonerna (via Coulombkrafter), men inte sig själv. Man kan ta hänsyn till detta genom att ersätta  $Z^2$  med  $Z(Z-1)$  i uttrycket. Använd denna korrektion i efterföljande uppgifter. (0,4 poäng)
- Skriv ned det totala uttrycket för bindningsenergin, inklusive huvud(volym)bidraget, ytkorrektionsbidraget samt den erhållna elektrostatiska korrektionen. (0,3 poäng)

## Uppgift 4 – Klyvning av tunga kärnor

Klyvning (fission) är en kärnprocess där en atomkärna splittras i mindre delar (lättare kärnor). Anta att en kärna med  $A$  nukleoner delas i bara två lika delar, som antytts i fig 2.

- Beräkna den totala kinetiska energin  $E_{kin}$  för klyvningsprodukterna, när mittpunkterna hos de två lättare kärnorna befinner sig på avståndet  $d \geq 2R(A/2)$  från varandra, där  $R(A/2)$  är deras radie. Den större kärnan var ursprungligen i vila. (1,3 poäng)
- Anta att  $d = 2R(A/2)$  och beräkna värdet på  $E_{kin}$  erhållet i a) för  $A = 100, 150, 200$  och  $250$  (uttryck resultaten i MeV). Uppskatta för vilka värden på  $A$  klyvning är möjlig i den ovan beskrivna modellen. (1,0 poäng)

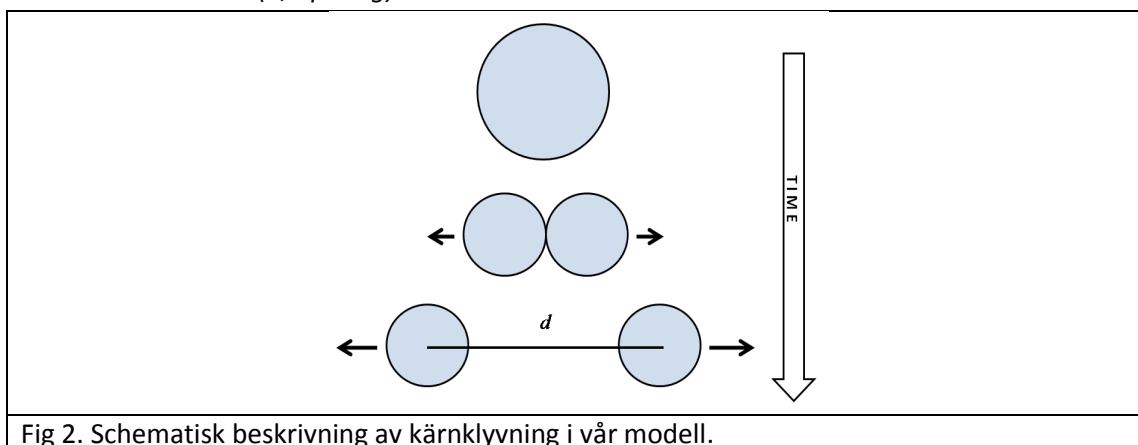


Fig 2. Schematisk beskrivning av kärnklyvning i vår modell.

## Uppgift 5 – Utbytesreaktioner

- a) I modern fysik beskrivs energiförhållandena för kärnor och deras reaktioner med hjälp av deras massor. Om t.ex. en kärna (med hastighet noll) är i ett exciterat tillstånd med energi  $E_{exc}$  över grundtillståndet, så är dess massa  $m = m_0 + E_{exc}/c^2$ , där  $m_0$  är massan i grundtillståndet i vila. Kärnreaktionen  $^{16}\text{O} + ^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$  är exempel på en s.k. "utbytesreaktion", där en del av den ena kärnan (ett "kluster") överförs till den andra (se fig 3). I vårt exempel är den överförda delen ett  $^4\text{He}$ -kluster ( $\alpha$ -partikel). Utbytesreaktioner sker med störst sannolikhet om hastigheten hos den projektil-liknande reaktionsprodukten (i vårt fall:  $^{12}\text{C}$ ) till storlek och riktning överensstämmer med projektilens (i vårt fall:  $^{16}\text{O}$ ). "Målet"  $^{54}\text{Fe}$  är från början i vila. I reaktionen blir  $^{58}\text{Ni}$  exciterad till ett av sina högre liggande tillstånd. Finn excitationsenergin hos det tillståndet (och uttryck det i MeV) om den kinetiska energin hos projektilen  $^{16}\text{O}$  är 50 MeV. Ljusfarten är  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. (2,2 poäng)

1.	$M(^{16}\text{O})$	15.99491 a.m.u.
2.	$M(^{54}\text{Fe})$	53.93962 a.m.u.
3.	$M(^{12}\text{C})$	12.00000 a.m.u.
4.	$M(^{58}\text{Ni})$	57.93535 a.m.u.

Tabell 1. Reaktanternas vilomassor i grundtillstånd. 1 a.m.u. =  $1,6605 \cdot 10^{-27}$  kg.

- b) Kärnan  $^{58}\text{Ni}$ , som bildas i ett exciterat tillstånd som nämnt i del a), deexciteras till sitt grundtillstånd genom att avge en gamma-foton i sin rörelseriktning. Betrakta detta sönderfall i det referenssystem där  $^{58}\text{Ni}$  är i vila, och finn rekylenergin för  $^{58}\text{Ni}$  (dvs. den kinetiska energi som  $^{58}\text{Ni}$  får efter att fotonen avgetts). Vad blir fotonenergin i labb-systemet (dvs. vad skulle fotonens energi bli, mätt i den detektor som är placerad i den riktning  $^{58}\text{Ni}$  rör sig)? (1,6 poäng)

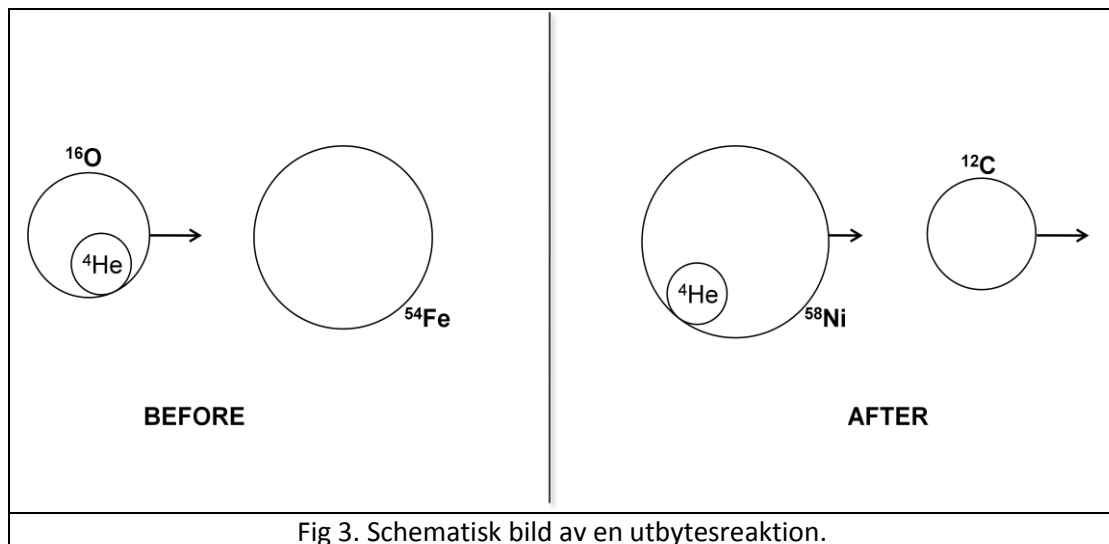


Fig 3. Schematisk bild av en utbytesreaktion.